

УДК 669.18:621.746.001.2

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ ЗАЗОРА МЕЖДУ ЗАГОТОВКОЙ И КРИСТАЛЛИЗАТОРОМ ПРИ НЕПРЕРЫВНОЙ РАЗЛИВКЕ СТАЛИ

**Кабаков З.К.**, д.т.н., профессор кафедры металлургии, машиностроения  
и технологического оборудования (kabakovzk@mail.ru)

**Сенатова И.А.**, старший преподаватель кафедры математики  
и информатики (senatovairina.a@mail.ru)

**Габеляя Д.И.**, к.т.н., доцент кафедры металлургии, машиностроения  
и технологического оборудования (davex16@gmail.com)

**Череповецкий государственный университет**  
(162600, Россия, г. Череповец, Вологодская обл., пр. Луначарского, д. 5)

**Аннотация.** Представленная аналитическая модель формирования зазора между заготовкой и кристаллизатором при непрерывной разливке стали включает формулы для определения величины изгибающих моментов, а также уравнения прогиба оболочки со стороны широкой и узкой граней кристаллизатора. Это позволяет рассчитать не только конфигурацию зазора и длины участков контакта оболочки заготовки, но и величину поворота угла оболочки, а также прогнозировать наиболее вероятные места прорыва жидкого металла. Приведены результаты моделирования в виде графиков конфигураций зазора между оболочкой заготовки и стенками кристаллизатора и графики эпюр изгибающих моментов для участков широкой и узкой граней кристаллизатора. В результате исследования установлено, что при образовании зазора в районе угла наиболее вероятным является прорыв жидкого металла в районе угла оболочки со стороны широкой грани.

**Ключевые слова:** кристаллизатор, заготовка, зазор, угол поворота, прогиб, изгибающие моменты, прорыв металла.

**DOI:** 10.17073/0368-0797-2016-10-692-696

При непрерывной разливке стали в кристаллизатор машин непрерывного литья заготовок (МНЛЗ) [1 – 12] нередко случаются прорывы жидкого металла под кристаллизатором [13 – 15]. Существует множество взаимно связанных причин, приводящих к этому явлению. Одной из причин прорыва металла является образование зазора между оболочкой заготовки и кристаллизатором. Зазор возникает из-за не-

соответствия размеров поперечного сечения кристаллизатора и размеров оболочки слитка в процессе ее усадки.

На рис. 1 показана четверть сечения слябовой заготовки, затвердевающей в нижней части кристаллизатора. В результате усадки с учетом конусности кристаллизатора размер  $A$  оболочки уменьшается на  $\Delta_1$ , размер  $B$  на  $\Delta_2$ ; здесь  $2A \times 2B$  (ширина  $\times$  толщина) – раз-

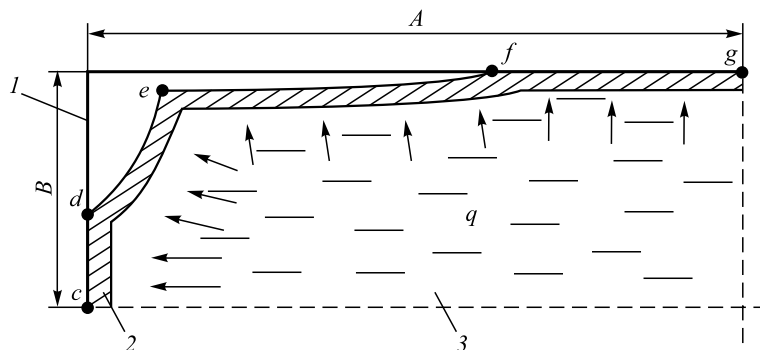


Рис. 1. Схема зазора в углу кристаллизатора между оболочкой слябовой заготовки и стенками кристаллизатора:

1 – контур кристаллизатора; 2 – оболочка; 3 – жидкая фаза;  $q$  – давление жидкой фазы;  $c$  и  $g$  – точки, обозначающие середины сторон оболочек;  $e$  – точка, обозначающая угол оболочки;  $fg$  и  $cd$  – участки контакта половины широкой и узкой сторон оболочек

Fig. 1. Scheme of the gap in the corner of the crystallizer between the shell of slab billet and the mold walls:

1 – mold contour; 2 – shell; 3 – liquid phase;  $q$  – liquid phase pressure;  $c$  and  $g$  – points denoting the middle of shell sides;  $e$  – points denoting the shell angle;  $fg$  and  $cd$  – contact section of the half of wide and narrow sides of the shell

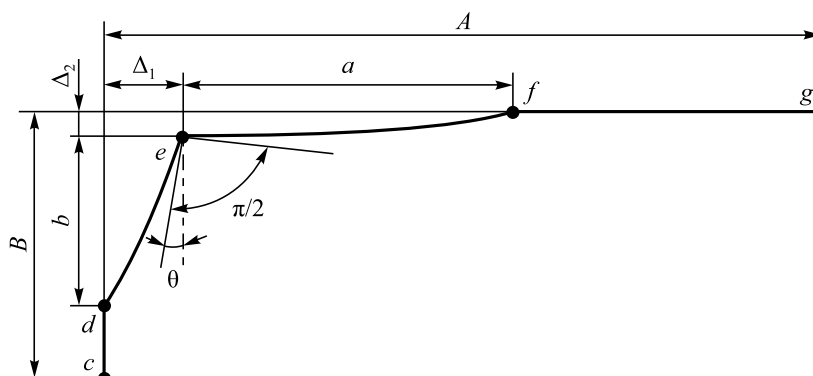


Рис. 2. Схема к расчету зазора между затвердевающей оболочкой и стенками кристаллизатора

Fig. 2. Scheme for calculation of the gap between hardening shell and walls of the mold

меры сечения оболочки в кристаллизаторе на уровне мениска. Средние части широкой и узкой сторон оболочки под действием ферростатического давления прижимаются к стенкам кристаллизатора, в углах образуется зазор между оболочкой заготовки и его стенками. Отход оболочки от кристаллизатора и образование зазора приводят к замедлению роста толщины оболочки в районе угла, что способствует разрушению оболочки и прорыву жидкого металла.

Задача формирования зазора, в частности длины участка контакта оболочки заготовки в слябовом кристаллизаторе, впервые решена в работе [5]. При этом приняли, что угол оболочки является жестким и отсутствует его поворот. Последнее допущение больше подходит для квадратной заготовки. Учитывая, что  $\Delta_1 \neq \Delta_2$ , можно предположить о некорректности этого допущения для слябовой заготовки.

В настоящей работе поставлена задача о формировании зазора с учетом поворота угла оболочки и прогноза вероятного места прорыва. Для математического описания формирования зазора с учетом симметрии сечения заготовки выделили четверть сечения оболочки единичной высоты на глубине  $h$  от мениска металла в кристаллизаторе (рис. 1). Обозначим  $cd$  – участок контакта оболочки с узкой гранью кристаллизатора,  $fg$  – с широкой гранью. Участки в углу кристаллизатора, не контактирующие со стенками, обозначим  $de$  по оболочке узкой грани и  $ef$  по широкой грани. На оболочку со стороны жидкой фазы действует равномерно распределенная нагрузка  $q = \gamma h = \rho gh$ , где  $\rho$  – плотность материала оболочки;  $g$  – ускорение свободного падения;  $h$  – расстояние от мениска металла до рассматриваемого поперечного сечения оболочки толщиной  $\varepsilon$ . При описании примем, что конусность кристаллизатора отсутствует, а оболочка под действием ферростатического давления деформируется упруго.

Схема к расчету зазора между оболочкой и стенками кристаллизатора представлена на рис. 2. К неизвестным параметрам зазора относятся длина участка зазора со стороны широкой грани  $a$  ( балка  $ef$ ), то же со

стороны узкой грани  $b$  (балка  $de$ ) и угол поворота угла оболочки  $\theta$  (точка  $e$ ).

Для определения указанных параметров зазора применим способ определения перемещения точек неразрывной системы отдельных балок, известный как способ Костиляно [13]. Оболочку  $def$  разделим на две балки единичной ширины. Рассмотрим балку  $ef$  (рис. 3). В точке  $e$  приложим уравнивающие силу и момент.

Запишем согласно способу Костиляно [13] выражение для определения момента в точке  $x$  балки  $ef$ :

$$M_1(x) = -X_1x + Y_1 + \frac{qx^2}{2}, \tag{1}$$

где  $X_1$  – сила реакции;  $Y_1$  – изгибающий момент в точке  $e$ .

Согласно способу Костельяно запишем

$$EJ\Delta_2 = \int_0^a M_1(x) \frac{\partial M_1}{\partial X_1} dx = \int_0^a \left( -X_1x + Y_1 + \frac{qx^2}{2} \right) (-x) dx; \tag{2}$$

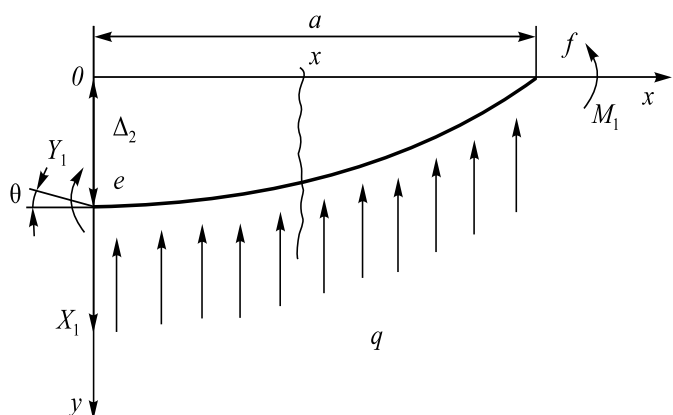


Рис. 3. Схема к расчету момента  $Y_1$  и силы  $X_1$  на балку  $ef$

Fig. 3. Scheme for calculation of the moment  $Y_1$  and force  $X_1$  on the bar  $ef$

здесь  $E$  – модуль упругости материала;  $J$  – осевой момент инерции.

Выполняя интегрирование, получим

$$8aX_1 - 12Y_1 - 3qa^2 = \frac{2EJ\Delta_2}{a^2}. \quad (3)$$

В свою очередь

$$EJ\theta = \int_0^a M_1(x) \frac{\partial M_1}{\partial Y_1} dx = \int_0^a \left( -X_1x + Y_1 + \frac{qx^2}{2} \right) dx. \quad (4)$$

Выполняя интегрирование, получим

$$3aX_1 - 6Y_1 - qa^2 = \frac{-6EJ\theta}{a}. \quad (5)$$

Решая систему уравнений (3) и (5) относительно  $X_1$  и  $Y_1$ , получим

$$X_1 = \frac{6EJ}{a^3} (2\Delta_2 + \theta a) + \frac{1}{2} qa; \quad (6)$$

$$Y_1 = \frac{qa^2}{12} + \frac{2EJ}{a^2} (3\Delta_2 + 2\theta a). \quad (7)$$

Составляя для балки  $de$  аналогичное уравнение для момента

$$M_2(x) = -X_2x + Y_2 + \frac{qx^2}{2},$$

получим

$$X_2 = \frac{6EJ}{b^3} (2\Delta_1 - \theta b) + \frac{1}{2} qb; \quad (8)$$

$$Y_2 = \frac{qb^2}{12} + \frac{2EJ}{b^2} (3\Delta_1 - 2\theta b). \quad (9)$$

Учитывая, что в точке  $e$  моменты равны ( $Y_1 = Y_2$ ), из формул (7) и (9) получим выражение

$$\frac{2EJ}{a^2} (3\Delta_2 + 2\theta a) + \frac{qa^2}{12} = \frac{2EJ}{b^2} (3\Delta_1 - 2\theta b) + \frac{qb^2}{12}. \quad (10)$$

Величина изгибающего момента в точке  $f$  при  $x = a$  составляет

$$M_1(a) = -X_1a + Y_1 + \frac{qa^2}{2}, \quad (11)$$

или, подставляя  $X_1, Y_1$ , получим

$$M_1(a) = \frac{qa^2}{12} - \frac{2EJ}{a^2} (3\Delta_2 + \theta a). \quad (12)$$

Учитывая, что в точке  $f$  должно быть свободное прилегание корки, т. е.  $M_1(a) = 0$ , получим уравнение

$$\frac{qa^2}{12} - \frac{2EJ}{a^2} (3\Delta_2 + \theta a) = 0. \quad (13)$$

Аналогично для балки  $de$  при  $M_2(b) = 0$  находим

$$\frac{qb^2}{12} - \frac{2EJ}{b^2} (3\Delta_1 + \theta b) = 0. \quad (14)$$

Таким образом, получим систему уравнений (10), (13), (14) относительно параметров  $a, b, \theta$ .

Следует отметить, что при  $\theta = 0$ , т. е. при отсутствии поворота угла оболочки, система вырождается в два независимых уравнения для определения  $a$  и  $b$  при заданных  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ . Выражая из них  $a$  и  $b$ , получаем формулы

$$a = \sqrt[4]{\frac{72EJ\Delta_2}{q}}; \quad b = \sqrt[4]{\frac{72EJ\Delta_1}{q}},$$

которые при  $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$  полностью совпадают с решением, представленным в работе [5] при  $\theta = 0$ .

Знание величин  $a, b, \theta$  позволяет построить эпюры прогиба оболочки и, следовательно, получить конфигурацию зазора в районе угла. Для этого запишем дифференциальное уравнение изогнутой оси балки  $ef$ :

$$EJ \frac{d^2y}{dx^2} = M_1(x), \quad (15)$$

где  $M_1(x)$  – определяется формулой (1).

Интегрируя выражение (15) при граничных условиях  $y(0) = -\Delta_2, y(a) = 0$  (где  $\Delta_2 = A\alpha_{yc}$ ,  $\alpha_{yc}$  – коэффициент линейной усадки материала оболочки в процессе ее затвердевания до величины  $\epsilon$ ), получим уравнение прогиба оболочки со стороны широкой грани кристаллизатора:

$$y_{ш} = \frac{\Delta_2(x-a)}{a} + \frac{x(x-a)}{2EJ} \times \left[ Y_1 + \frac{a}{12} (x^2 + xa + a^2) - \frac{X_1}{3} (x+a) \right]. \quad (16)$$

Выполняя аналогичные действия для балки  $de$ , приходим к уравнению прогиба оболочки со стороны узкой грани кристаллизатора:

$$y_{уз} = \frac{\Delta_1(x-b)}{b} + \frac{x(x-b)}{2EJ} \times \left[ Y_2 + \frac{b}{12} (x^2 + xb + b^2) - \frac{X_2}{3} (x+b) \right]. \quad (17)$$

Разработанную модель использовали для изучения конфигурации зазора в углу кристаллизатора  $250 \times 1500$  мм<sup>2</sup> и эпюр изгибающих моментов по длине оболочки, потерявшей контакт со стенками кристаллизатора в результате усадки. Исходные данные и результаты расчета параметров  $a, b, \theta$  представлены ниже:

Длины широкой ( $2A$ ) и узкой ( $2B$ ) граней, м . . . 1,5 и 0,25  
 Толщина оболочки ( $\epsilon$ ), м . . . . . 0,02  
 Коэффициент  $\alpha_{yc}$  . . . . . 0,015  
 Абсолютные величины усадки половины широкой ( $\Delta_1$ ) и узкой ( $\Delta_2$ ) граней, м . . . . . 0,011 и 0,001875  
 Средний по толщине модуль упругости материала ( $E$ ), МПа/м<sup>2</sup> . . . . .  $2,1 \cdot 10^5$   
 Удельный вес жидкого металла ( $\gamma$ ), Н/м<sup>3</sup> . . . 72 000  
 Длины участков зазора со стороны широкой ( $a$ ) и узкой ( $b$ ) граней, м . . . . . 0,044 и 0,053  
 Величина поворота угла оболочки ( $\theta$ ), град . . 8,25

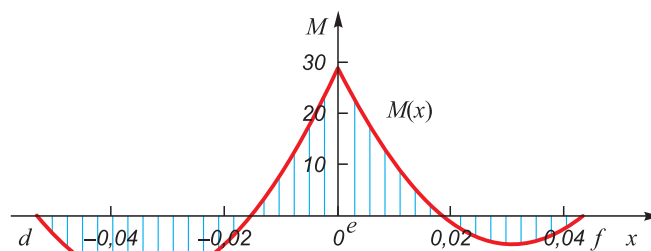


Рис. 5. Эпюры изгибающих моментов для участков  $de$  и  $ef$  грани оболочки в районе угла

Fig. 5. Diagrams of the bending moments for sections  $de$  and  $ef$  shell borders in the region of the angle

На рис. 4, 5 представлены результаты расчета конфигурации зазора и эпюры изгибающих моментов для узкой ( $de$ ) и широкой ( $ef$ ) граней оболочки. Как следует из вышеприведенных данных,  $\Delta_1 > \Delta_2$ , так как длина широкой грани существенно больше длины узкой грани. В связи с этим, несмотря на поворот угла оболочки, газовый зазор со стороны узкой грани намного больше такого со стороны широкой грани (рис. 4). При этом в районе угла оболочки (в точке  $e$ ) изгибающие моменты имеют максимальные значения и разгибают оболочку (рис. 5).

Максимальное растягивающее напряжение создается в оболочке со стороны фронта кристаллизации, где металл имеет наименьшую прочность. Тем самым создаются предпосылки для образования трещин на

фронте кристаллизации, что в дальнейшем приводит к прорыву металла через оболочку. Этому способствует также уменьшение толщины оболочки по обеим сторонам угла в связи с образованием зазора и снижением интенсивности охлаждения оболочки.

Кроме этого, следует отметить, что участок оболочки  $ef$  растягивается продольной силой, возникающей от действия ферростатического давления на участок  $de$  и равной  $F_2 = b\gamma h_1$ . В свою очередь участок  $de$  растягивается силой  $F_1 = a\gamma h_1$ . Согласно вышеприведенным данным  $b > a$  и тогда  $F_2 > F_1$ . Следовательно, наиболее вероятным является образование продольной трещины и прорыв металла на участке  $ef$ , точнее, в районе угла оболочки со стороны широкой грани. Такой теоретический вывод согласуется с результатами, приведенными в работе [6], в которой отмечено, что особенностью продольных угловых трещин является то, что почти все они возникают на расстоянии 5 мм от ребра сляба и обнаруживаются на широких гранях чаще, чем на узких.

**Выводы.** Разработанную модель можно обобщить на случай наличия конусности кристаллизатора и изучать параметры зазора в углу между оболочкой заготовки и кристаллизатором при непрерывной разливке стали в прямоугольном кристаллизаторе в зависимости от размеров заготовки, механических характеристик стали, скорости разливки и конусности кристаллизатора. Установлено, что при возникновении зазора в районе угла наиболее вероятным является прорыв жидкого металла в месте образования угла оболочки со стороны широкой грани.

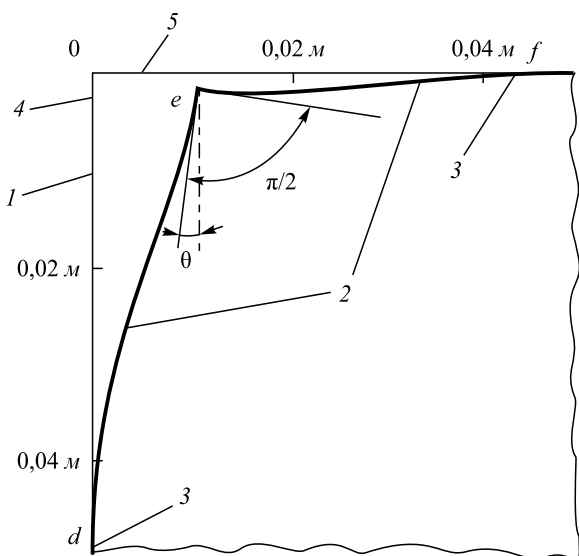


Рис. 4. Конфигурация зазора между оболочкой заготовки и стенками кристаллизатора:

1 – область зазора; 2 – оболочка, отошедшая от стенок; 3 – точки начала контакта оболочки с кристаллизатором; 4 и 5 – узкая и широкая грани кристаллизатора

Fig. 4. Gap configuration between the billet shell and the mold walls: 1 – gap field; 2 – the shell, moved away from the walls; 3 – zero moment of the shell contact with the mold; 4 and 5 – narrow and wide borders of the mold

**БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Нисковских В.М., Карлинский С.Е., Беренов А.Д. Машины непрерывного литья слябовых заготовок. – М.: Metallurgy, 1991. – 272 с.
2. Сладкошестев В.Т. Ахтырский В.И., Потанин Р.В. Качество стали при непрерывной разливке. – М.: Metallurgizdat, 1963. – 174 с.
3. Непрерывная разливка стали в заготовки крупного сечения / А.И. Чижиков, В.П. Перминов, В.Л. Иохимович и др. – М.: Metallurgy, 1970. – 136 с.
4. Ботников С.А. Современный атлас дефектов непрерывнолитой заготовки и причины возникновения прорывов кристаллизую-

- шейся корочки металла. Изд. 2-е. – Волгоград: Панорама, 2011. – 80с.
- Рудой Л.С., Коняхин А.П. Влияние ферростатического давления на контакт непрерывного слитка со стенками кристаллизатора // Изв. вуз. Черная металлургия. 1971. № 12. С. 41 – 45.
  - Ларин А.В. Механизм образования и метод предотвращения продольных трещин в угловых зонах сляба // Новости черной металлургии за рубежом. 2006. № 5. С. 32 – 35.
  - Сазонов А.В., Харламов Д.А. Анализ факторов, влияющих на прорыв стали при непрерывной разливке // Современные проблемы науки и образования. 2006. № 5. С.44 – 48.
  - Ботников С.А., Кузькина Н.Н., Мурзин И.С. Особенности технологии производства литых заготовок из низкоуглеродистой стали на сортовой МНЛЗ в условиях ОАО «ЧМК» // Металлург. 2007. № 7. С. 52 – 59.
  - Лапотышкин Н.М., Лейтес А.В. Трещины в стальных слитках. – М.: Металлургия, 1969. – 112 с.
  - Смирнов А.Н., Ухин В.Е. Особенности деформации твердой корочки заготовки в кристаллизаторе сортовой МНЛЗ // Электрометаллургия. 2009. № 6. С. 14 – 20.
  - Дюдкин Д.А. Качество непрерывнолитой стальной заготовки. – Киев: Техника, 1988. – 253 с.
  - Дюдкин Д.А., Кисленко В.В. Современная технология производства стали. – М.: Теплотехник, 2007. – 528 с.
  - Беляев Н.М. Сопrotивление материалов. – М.: Наука, 1976. – 608 с.
  - Буланов Л.В., Корзунин Л.Г. Машины непрерывного литья заготовок. Теория и расчет. Металлургическое оборудование. – Екатеринбург: изд. Уралмаш, 2004. – 349 с.
  - Смирнов А.Н., Ухин В.Е., Жибоедов Е.Ю. Физическое моделирование условий формирования непрерывнолитой сортовой заготовки в кристаллизаторе высокопроизводительной МНЛЗ // Процессы литья. 2009. № 1. С. 33 – 42.

Поступила 5 февраля 2015 г.

IZVESTIYA VUZOV. CHERNAYA METALLURGIYA = IZVESTIYA. FERROUS METALLURGY. 2016. VOL. 59. NO. 10, pp. 692–696.

## MATHEMATICAL MODELING OF GAP FORMATION BETWEEN BILLET AND MOLD AT STEEL CONTINUOUS CASTING

Z.K. Kabakov, I.A. Senatova, D.I. Gabelaya

Cherepovets State University, Russia, Cherepovets

**Abstract.** The analytic model of the gap forming between the billet and the mold at steel continuous casting plant, which is represented in the article, includes the formulas for determining the size of bending moments, and also the equation of cover deflection in wide and narrow edges of the mold to calculate not only the gap configuration, but the size of cover bending angle and to predict the most likely areas of liquid metal bleeding. The modeling results are given in gap configuration diagrams between the billet cover and the mold walls and in the bending moment diagrams for the sections of narrow and wide mold edges. As the result of the research work it is proved that by the gap forming in the area of an angle liquid metal bleeding is likely to be in the area of a cover angle in the side of the wide edge.

**Keywords:** mold, billet, gap, bending angle, deflection, bending moments, metal bleeding.

DOI: 10.17073/0368-0797-2016-10-692-696

### REFERENCES

- Niskovskikh V.M., Karlinskii S.E., Berenov A.D. *Mashiny nepreryvnogo lit'ya slyabovyykh zagotovok* [Slab continuous-casting machine]. Moscow: Metallurgiya, 1991, 272 p. (In Russ.).
- Sladkoshteev V.T. Akhtyrskii V.I., Potanin R.V. *Kachestvo stali pri nepreryvnoi razlivke* [Steel quality at continuous casting]. Moscow: Metallurgizdat, 1963, 174 p. (In Russ.).
- Chizhikov A.I., Perminov V.P., Iokhimovich V.L. etc. *Nepreryvnaya razlivka stali v zagotovki krupnogo secheniya* [Steel continuous casting in billets with heavy sections]. Moscow: Metallurgiya, 1970, 136 p. (In Russ.).
- Botnikov S.A. *Sovremenniy atlas defektov nepreryvnoy lit'ya zagotovki i prichiny vozniknoveniya proryvov kristallizuyushcheysya korochki metalla* [Modern atlas of defects of continuous casting and origin reasons of the bleeding of the crystallizable metal crust]. Volgograd: Panorama, 2011, 80 p. (In Russ.).
- Rudoi L.S., Konyakhin A.P. Effect of ferrostatic pressure on the contact of the continuously cast ingot with the walls of the mold. *Izvestiya VUZov. Chernaya metallurgiya = Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 1971, no. 12, pp. 41–45. (In Russ.).
- Larin A.V. Formation mechanism and the method of longitudinal crack prevention in angle areas of the slab. *Novosti chernoi metallurgii za rubezhom*. 2006, no. 5, pp. 32–35. (In Russ.).
- Sazonov A.V., Kharlamov D.A. Analysis of the factors influencing on steel bleeding at continuous casting. *Sovremennyye problemy nauki i obrazovaniya*. 2006, no. 5, pp. 44–48. (In Russ.).
- Botnikov S.A., Kuz'kina N.N., Murzin I.S. Aspects of a technology for obtaining semifinished products of low-carbon steel on a continuous section caster. *Metallurgist*. 2007, vol. 51, no. 7–8, pp. 377–383.
- Lapotyshkin N.M., Leites A.V. *Treshchiny v stal'nykh slitkakh* [Cracks in steel ingots]. Moscow: Metallurgiya, 1969, 112 p. (In Russ.).
- Smirnov A.N., Ukhin V.E. Deformation peculiarities of hard billet crust in the crystallizer of billet CCM. *Elektrometallurgiya*. 2009, no. 6, pp. 14–20. (In Russ.).
- Dyudkin D.A. *Kachestvo nepreryvnoy lit'ya zagotovki* [Quality of steel continuously casted billet]. Kiev: Tekhnika, 1988, 253 p. (In Russ.).
- Dyudkin D.A., Kisilenko V.V. *Sovremennaya tekhnologiya proizvodstva stali* [Modern technology of steel production]. Moscow: Teploekhnika, 2007, 528 p. (In Russ.).
- Belyaev N.M. *Soprotivlenie materialov* [Strength of materials]. Moscow: Nauka, 1976, 608 p. (In Russ.).
- Bulanov L.V. Korzunin L.G. *Mashiny nepreryvnogo lit'ya zagotovok. Teoriya i raschet. Metallurgicheskoe oborudovanie* [CC Machines. Theory and calculation. Metallurgical equipment]. Ekaterinburg: izd. Uralmash, 2004, 349 p. (In Russ.).
- Smirnov A.N., Ukhin V.E., Zhiboedov E.Yu. Physical modeling of formation conditions of continuously casted billet in the crystallizer of high-capacity CCM. *Protsessy lit'ya*. 2009, no. 1, pp. 33–42. (In Russ.).

### Information about the authors:

**Z.K. Kabakov**, Dr. Sci. (Eng.), Professor of the Chair of Metallurgy, Machine Building and Technological Equipment (kabakovzk@mail.ru)  
**I.A. Senatova**, Senior Lecturer of the Chair "Mathematics and Informatics" (senatovairina.a@mail.ru)  
**D.I. Gabelaya**, Cand. Sci. (Eng.), Assist. Professor of the Chair of Metallurgy, Machine Building and Technological Equipment (davex16@gmail.com)

Received February 5, 2015