

УДК 621.744.535

## РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ОТЛИВКИ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ЕЕ ПОЛОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ СТЕРЖНЕМ

Савинов А.С., к.т.н., доцент, зав. кафедрой механики (savinov\_nis@mail.ru)

Магнитогорский государственный технический университет им. Г. И. Носова  
(455000, Россия, Магнитогорск, пр. Ленина, 38)

**Аннотация.** Разработана математическая модель расчета напряженного состояния отливки при формировании ее полости цилиндрическим стержнем. Получены зависимости возникающих радиальных и окружных напряжений, а также распределенного контактного усилия, прогнозирующие силовое взаимодействие системы отливка – стержень при различном сочетании их жесткостей, выраженных модулями продольной упругости. Показано, что наибольшие напряжения возникают в слоях отливки, сопряженных с поверхностью стержня. Рассмотрено влияние температурного градиента, жесткости отливки и песчано-глинистой формовочной смеси, геометрических параметров отливки, отобразенных толщиной стенки и наружным радиусом, на величину возникающих в отливке радиальных и окружных напряжений, а также распределенного контактного усилия. Произведена оценка влияния этих факторов на напряженно-деформированное состояние стенки отливки, выраженное через эквивалентное напряжение, полученное с использованием второй гипотезы прочности.

**Ключевые слова:** отливка, литейный стержень, контактное давление, напряженное состояние, температурная усадка, жесткость стержня, модуль продольной упругости.

DOI: 10.17073/0368-0797-2016-1-39-42

Изготовление качественной литой заготовки сопряжено с необходимостью анализа большого количества факторов, влияющих на получение здорового бездефектного литья. Одним из таких факторов являются возникающие в процессе усадочной деформации напряжения, величина и совокупность которых может привести к образованию холодных или горячих трещин в теле отливки.

В практике литейного производства можно выделить три основных направления оценки возможного трещинообразования в отливке:

- оценка по технологическим литейным пробам [1 – 4];
- критериальная оценка горячеломкости [5 – 8];
- математическая оценка силового взаимодействия отливки и формы [9 – 11].

Однако в данных работах уделено недостаточно внимания взаимодействию отливки со стержнем.

При охлаждении отливки, полость которой формируется цилиндрическим стержнем, в результате усадочной деформации  $\varepsilon$

$$\varepsilon = \alpha \Delta T R_b, \quad (1)$$

где  $\alpha$  – коэффициент температурного расширения,  $^{\circ}\text{C}^{-1}$ ;  $\Delta T$  – градиент по времени средней по толщине температуры стенки отливки,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $R_b$  – внутренний радиус отливки, м, происходит сжатие стержня ввиду уменьшения размеров отливки и растяжение тела литой заготовки при сопротивлении деформации стержня.

Для упрощения расчета возникающего напряженно-состояния отливки сплошной стержень заменим пустотелым с равнозначной ему жесткостью (рис. 1). Для этого рассчитаем приведенную толщину стенки пустотелого стержня так, чтобы модули упругости стержня и отливки были равны  $E_1$ :

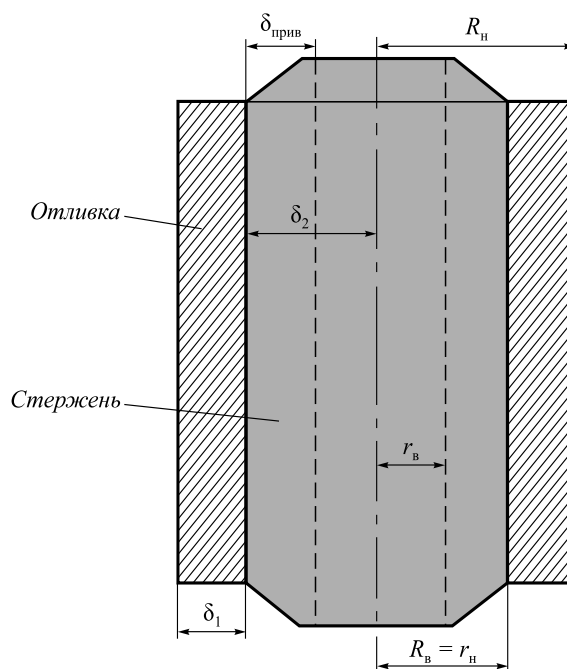


Рис. 1. Схема к расчету силового взаимодействия отливки и стержня

Fig. 1. Scheme of the power interaction of casting and rod

$$\delta_{\text{прив}} = \frac{\delta_2 E_2}{E_1}, \quad (2)$$

где  $\delta_2$  – толщина стенки стержня, м (см. рис. 1.);  $E_1, E_2$  – модуль продольной упругости отливки и стержня соответственно, МПа.

Таким образом, будет рассматриваться силовое взаимодействие двух цилиндров с толщинами стенок  $\delta_1$  и  $\delta_{\text{прив}}$ .

Рассчитаем растягивающую деформацию отливки  $U_{в1}$ , вызванную сопротивлением стержня:

$$U_{в1} = \frac{R_в P_к}{E_1} \left[ \frac{R_н^2 + R_в^2}{R_н^2 - R_в^2} + \mu \right], \quad (3)$$

где  $P_к$  – давление на границе контакта отливка-стержень, МПа;  $\mu$  – Коэффициент Пуассона, ед;  $R_н$  – наружный радиус отливки, м.

Деформация стержня  $U_{н2}$ , вызванная сжатием отливки, равна

$$U_{н2} = -\frac{r_н P_к}{E_1} \left[ \frac{r_н^2 + r_в^2}{r_н^2 - r_в^2} - \mu \right], \quad (4)$$

где  $r_н, r_в$  – соответственно наружный и внутренний радиус пустотелого стержня, м.

Из условия совместности деформации получим равенство [12]:

$$U_{в1} - \varepsilon = U_{н2}. \quad (5)$$

Подставив в выражение (5) уравнения (1), (3), (4), определим контактное давление на границе отливка – стержень:

$$P_к = \frac{\alpha \Delta T E_1}{\frac{R_н^2 + R_в^2}{R_н^2 - R_в^2} + \frac{r_н^2 + r_в^2}{r_н^2 - r_в^2}}. \quad (6)$$

Данная формула описывает взаимодействие отливки со стержнем при условии  $E_1 > E_2$ . В случае большей жесткости стержня  $E_2 > E_1$ , приведенная толщина стенки  $\delta_{\text{прив}}$  не рассчитывается, а выражение (6) примет следующий вид для сплошного стержня:

$$P_к = \frac{\alpha \Delta T}{\left( \frac{R_н^2 + R_в^2}{R_н^2 - R_в^2} + \mu_1 \right) E_1^{-1} + E_2^{-1}}; \quad (7)$$

для пустотелого:

$$P_к = \frac{\alpha \Delta T}{\left( \frac{R_н^2 + R_в^2}{R_н^2 - R_в^2} + \mu_1 \right) E_1^{-1} + \left( \frac{r_н^2 + r_в^2}{r_н^2 - r_в^2} \right) E_2^{-1}}. \quad (8)$$

Зная значение контактного давления  $P_к$ , не трудно определить величину радиальных и окружных напря-

жений, возникающих в стенке отливки, применив уравнения Ламе [13]:

$$\sigma_r = -\frac{P_к R_в^2}{R_н^2 - R_в^2} \left( \frac{R_н^2}{r^2} - 1 \right); \quad (9)$$

$$\sigma_0 = \frac{P_к R_в^2}{R_н^2 - R_в^2} \left( \frac{R_н^2}{r^2} + 1 \right), \quad (10)$$

где  $\sigma_r, \sigma_0$  – радиальные и окружные напряжения соответственно, МПа;  $r$  – текущая координата (максимальные напряжения  $\sigma_r$  и  $\sigma_0$  будут при  $r = R_в$ ), м.

Учитывая, что в температурном интервале хрупкости стали и сплавы ведут себя как хрупкие тела [11], для определения опасного состояния отливки используем вторую теорию прочности, которая применительно к данному случаю будет отображена в следующем виде:

$$\sigma_{\text{экр}}'' = \sigma_0 - \mu \sigma_r \leq \sigma_в, \quad (11)$$

где  $\sigma_{\text{экр}}''$  – эквивалентное напряжение по II теории прочности, МПа;  $\sigma_в$  – предел прочности материала, МПа.

Применим выражения (6) – (11) для анализа влияния различных факторов на возникающее напряженное состояние цилиндрической отливки из стали Ст.35Л при взаимодействии ее с сухим песчано-глинистым стержнем. Используемые в расчетах механические характеристики материала при высоких температурах вычислены по зависимостям, предложенным в работе [14]. Коэффициент Пуассона в расчетах принимался равным  $\mu = 0,3$ . Модуль продольной упругости материала стержня определен для следующего компонентного состава сухого стержня из песчано-глинистой смеси с содержанием связующего: 4 % каолиновой и 2 % бентонитовой глины [15]. Во всех исследуемых температурных интервалах выполнялось условие  $E_1 > E_2$ .

Распределение радиальных и окружных напряжений по толщине стенки отливки при температурном градиенте 100 °С изображено на рис. 2.

Влияние различных технологических факторов на возникающие максимальные напряжения представлено на рис. 3.

Проведенный анализ силового взаимодействия показал, что при понижении температуры литой стенки (увеличение температурного градиента) происходит увеличение максимальных значений как радиальных, так и окружных напряжений (рис. 3, а), связанное с линейной усадкой материала отливки. Снятие этих напряжений возможно своевременной выбивкой литой заготовки из формы.

Увеличение толщины стенки отливки  $\delta_1$  (рис. 3, б), несмотря на возрастание контактного давления  $P_к$ , снижает величину максимальных напряжений в виду увеличения сечения стенки отливки, а, следовательно, повышает сопротивление деформации, вызванное низкой податливостью стержня.

Анализ влияния геометрических параметров на напряженное состояние отливки показал, что с увеличени-

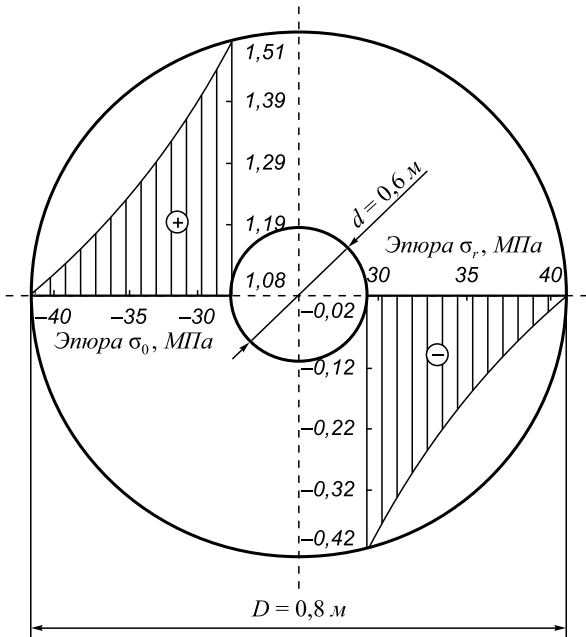


Рис. 2. Распределение радиальных и окружных напряжений по толщине стенки отливки

Fig. 2. Distribution of radial and tangential stresses at the wall thickness of the casting

ем внешних размеров при постоянной толщине ее стенки происходит повышение напряжений (рис. 3, в), так как с ростом радиуса отливки деформировать стержень значительно сложнее. Следовательно отливки с меньшим радиусом при одинаковой толщине стенки менее подвержены риску возникновения в них трещин.

Увеличение модуля продольной упругости материала отливки  $E_1$  и стержня  $E_2$  приводит к повышению напряжений (рис. 3, з). Анализируя динамику изменения контактного давления (см. рис. 3, з) видно, что модуль продольной упругости  $E_2$  обладает большим влиянием на величину контактного давления, нежели  $E_1$ . Следовательно технологическим управлением механическими свойствами литейных стержней (увеличением их податливости) возможно добиться более эффективной борьбы с трещинообразованием в отливке.

**Выводы.** В ходе проведенной работы получен математический аппарат, обеспечивающий прогнозирование напряженно-деформированного состояния в системе «отливка–литейный стержень». Разработанные модели могут быть использованы при количественном анализе напряжений в литой заготовке с целью исключения образования брака, связанного с появлением в ее теле горячих и холодных трещин.

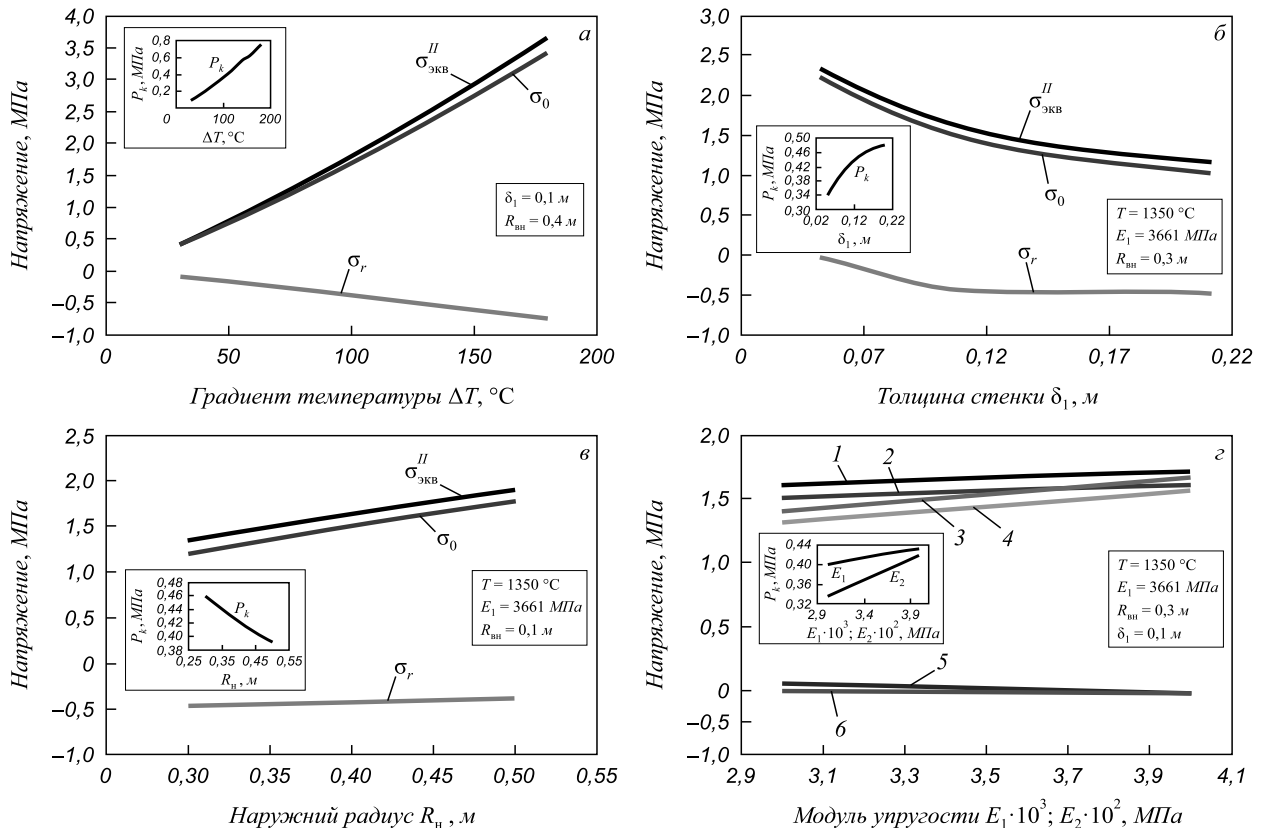


Рис. 3. Влияние различных факторов на контактное давление и напряжения в стенке отливки:

а – градиента температуры; б, в – геометрических параметров; з – модуля продольной упругости (1, 2, 6 –  $\sigma_{\text{экв}}^{\text{II}}$ ,  $\sigma_0$ ,  $\sigma_r$  при варьировании  $E_1$ ; 3, 4, 5 –  $\sigma_{\text{экв}}^{\text{II}}$ ,  $\sigma_0$ ,  $\sigma_r$  при варьировании  $E_2$ )

Fig. 3. The influence of various factors on stress and contact pressure in the casting wall:

а – influence of the temperature gradient; б, в – geometrical parameters; з – modulus of elongation (1, 2, 6 –  $\sigma_{\text{eq}}^{\text{II}}$ ,  $\sigma_0$ ,  $\sigma_r$  at varying  $E_1$ ; 3, 4, 5 –  $\sigma_{\text{eq}}^{\text{II}}$ ,  $\sigma_0$ ,  $\sigma_r$  at varying  $E_2$ )

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Шагалов В.Л., Попов С.И. Технологическая проба для испытания стали на трещиностойчивость // Литейное производство. 1989. № 5. С. 7 – 8.
2. Тимофеев А.А., Шумов И.Д. Проба на литейные напряжения // Литейное производство. 1971. № 7. С. 40 – 42.
3. Баландин Г.Ф., Гини Э.И., Матвиенко Ю.П. и др. Технологическая проба для борьбы с горячими трещинами в панельных отливках // Изв. вуз. Машиностроение. 1964. № 1. С. 198 – 203.
4. Швецов В.И., Кулаков Б.А., Иванов М.А. Особенности производства отливок из стали. – Челябинск: Изд. центр ЮУрГУ, 2014. – 240 с.
5. Бочвар А.А., Рыкалин Н.Н., Прохоров И.И. и др. К вопросу о горячих кристаллизационных трещинах при литье и сварке // Литейное производство. 1960. № 10. С. 47.
6. Баландин Г.Ф., Каширцев Л.П. Реологическое исследование трещиностойчивости отливок во время их затвердевания // Литейное производство. 1978. № 1. С. 5 – 8.
7. Рыбачук С.И., Десницкий В.В., Примак И.Н. и др. Математическая модель вероятности образования горячих трещин в отливках // Литейное производство. 1980. № 3. С. 2 – 3.

8. Вдовин К.Н., Савинов А.С., Феоктистов Н.А. Прогнозирование трещиностойчивости крупных стальных отливок // Литейное производство. 2014. № 12. С. 8 – 10.
9. Баландин Г.Ф., Степанов Ю.А. О силовом взаимодействии затвердевающей отливки и формы // Литейное производство. 1962. № 4. С. 37 – 41.
10. Гуляев Б.Б. Литейные процессы. – М.: Машгиз, 1960. – 416 с.
11. Константинов Л.С., Трухов А.П. Напряжения деформации и трещины в отливках. – М.: Машиностроение, 1981. – 199 с.
12. Савинов А.С., Тубольцева А.С., Сеницкий Е.В. Анализ силового взаимодействия литой детали с формой // Изв. Самарского науч. центра РАН. 2011. С. 623 – 626.
13. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопrotivление материалов. – М.: Высш. шк., 1975. – 654 с.
14. Морозейский Л.И., Митенев О.А. Исследование отливки широких слябов в кристаллизаторы с волнистой поверхностью // Проблемы стального слитка. Физико-химические процессы кристаллизации стальных слитков: Сб. науч. тр. – М.: Металлургия, 1967. № 2. С. 439 – 447.
15. Савинов А.С., Тубольцева А.С., Дзюба В.П. и др. Исследование физических свойств сухих песчано-глинистых литейных форм. – М., 2012. – 10 с. Деп. в ВИНТИ 11.03.2012. № 82 - В2012.

Поступила 20 марта 2015 г.

IZVESTIYA VUZOV. CHERNAYA METALLURGIYA = IZVESTIYA. FERROUS METALLURGY. 2016. VOL. 59. NO. 1, pp. 39–42.

CALCULATIONS FOR THE STRENGTH OF CASTING AT THE FORMATION OF ITS CAVITY BY CYLINDRICAL ROD

A.S. Savinov, Cand. Sci. (Eng.), Assist. Professor, Head of the Chair of Mechanics (savinov\_nis@mail.ru)

Magnitogorsk state technical university named after G.I. Nosov (38, Lenina ave., Magnitogorsk, 455000, Russia)

**Abstract.** The mathematical model of stress calculation of casting at forming of its cavity by cylindrical rod has been analyzed in the paper. The dependencies of arising radial and tangential stresses were determined, as well as distributed contact pressure predicting force interaction of the “casting-rod” system in various combinations of stiffness expressed by modulus of elongation. It is shown that the highest stresses occur in the layers of casting adjacent to the rod surface. The influence of the temperature gradient, the rigidity of the casting and sand-clay molding sand, casting geometric parameters displayed wall thickness and the outer radius, on the value of appearing in the casting of radial, tangential and equivalent stresses, as well as the distribution of contact forces has been considered. The impact of these factors on the strain-stress state of the casting wall, expressed in terms of equivalent stress obtained using the second hypothesis strength has been estimated.

**Keywords:** casting, rod, contact pressure, temperature shrinkage, rod hardness, modulus of elongation.

DOI: 10.17073/0368-0797-2016-1-39-42

REFERENCES

1. Shagalov V.L., Popov S.I. Technological sample for testing of steel on crack resistance. *Liteinoe proizvodstvo*. 1989, no. 5, pp. 7–8. (In Russ.).
2. Timofeev A.A., Shumov I.D. Test for casting stress. *Liteinoe proizvodstvo*. 1971, no. 7, pp. 40–42. (In Russ.).
3. Balandin G.F., Gini E.I., Matvienko Yu.P. etc. Technological samples for controlling hot cracks in panel moldings. *Izvestiya VUZov. Mashinostroenie*. 1964, no. 1, pp. 198–203. (In Russ.).
4. Shvetsov V.I., Kulakov B.A., Ivanov M.A. *Osobennosti proizvodstva otlivok iz stali: monografiya* [Features of the production of steel castings: monograph]. Chelyabinsk: Izdatel'skii tsentr YuUrGU, 2014, 240 p. (In Russ.).

5. Bochvar A.A., Rykalin N.N., Prokhorov I.I. etc. On the hot solidification cracks during casting and welding. *Liteinoe proizvodstvo*. 1960, no. 10, p. 47. (In Russ.).
6. Balandin G.F., Kashirtsev L.P. Rheological investigation of crack resistance of castings during their solidification. *Liteinoe proizvodstvo*. 1978, no. 1, pp. 5–8. (In Russ.).
7. Rybachuk S.I., Desnitskii V.V., Primak I.N. etc. Mathematical model of hot cracking formation probability in castings. *Liteinoe proizvodstvo*. 1980, no. 3, pp. 2–3. (In Russ.).
8. Vdovin K.N., Savinov A.S., Feoktistov N.A. Prediction of crack resistance of large steel castings. *Liteinoe proizvodstvo*. 2014, no. 12, pp. 8–10. (In Russ.).
9. Balandin G.F., Stepanov Yu.A. On force interaction of solidifying casting and mold. *Liteinoe proizvodstvo*. 1962, no. 4, pp. 37–41. (In Russ.).
10. Gulyaev B.B. *Liteinye protsessy* [Foundry processes]. Moscow: Mashgiz, 1960, 416 p. (In Russ.).
11. Konstantinov L.S., Trukhov A.P. *Napryazheniya deformatsii i treshchiny v otlivkakh* [Deformation stresses and cracks in castings]. Moscow: Mashinostroenie, 1981. – 199 s. (In Russ.).
12. Savinov A.S., Tubol'tseva A.S., Sinitkii E.V. Analysis of the force mold- shape interaction. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiiskoi akademii nauk*. Samara: Izd-vo Samarskogo nauchnogo tsentra RAN, 2011, pp. 623–626. (In Russ.).
13. Darkov A.V., Shpiro G.S. *Soprotivlenie materialov* [Strength of materials]. Moscow: Vysshaya shkola, 1975, 654 s. (In Russ.).
14. Morozeiskii L.I., Mitenev O.A. The study of casting of wide slabs into molds with wavy surface. In: *Problemy stal'nogo slitka. Fiziko-khimicheskie protsessy kristallizatsii stal'nykh slitkov: sb. nauch. tr.* [Problems of steel ingot. Physical and chemical processes of crystallization of steel ingots: Coll. of sci.papers]. Moscow: Metallurgiya, 1967, no. 2, pp. 439–447. (In Russ.).
15. Savinov A.S., Tubol'tseva A.S., Dzyuba V.P. etc. Investigation of the physical properties of dry sand-clay molds. *Dep. VINITI*, no. 82 - V2012. Moscow: 2012, 10 p. (In Russ.).

Received March 20, 2015