

УДК 621.771.001.23

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ МАКСИМУМА КОНТАКТНЫХ НОРМАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ОТНОСИТЕЛЬНО НЕЙТРАЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ ПРИ ХОЛОДНОЙ ПРОКАТКЕ

*Я.Д. Василев, д.т.н., профессор*

*М.И. Завгородний, аспирант*

*Д.Н. Самокиш, аспирант*

Национальная металлургическая академия Украины (Днепропетровск, Украина)

**Аннотация.** С применением уточненного решения дифференциального уравнения равновесия продольных сил при холодной прокатке, учитывающего особенности кинематики очага деформации, получены более точные данные о характере распределения контактных напряжений, которые были использованы для определения положения сечения максимума нормальных напряжений относительно нейтрального сечения. Установлено, что сечение максимума контактных нормальных напряжений всегда находится в зоне отставания и существенно "отстает" от нейтрального сечения. Приведены количественные данные о влиянии технологических параметров процесса холодной прокатки без натяжения на положение максимума эпюр контактных нормальных напряжений относительно нейтрального сечения и дан их анализ.

**Ключевые слова:** холодная прокатка, дифференциальное уравнение, контактные напряжения, нейтральное сечение, сечения максимума нормальных напряжений, несоответствие.

E-MAIL: maxzav@i.ua

Современная теория контактных напряжений при тонколистовой (холодной) прокатке построена на решении предложенного Т. Карманом дифференциального уравнения равновесия продольных сил, которое для двумерной (листовой) прокатки записываются в виде [1]

$$dp = \left( 2k \mp \frac{\tau}{\operatorname{tg}\varphi} \right) \frac{dh_x}{h_x}, \quad (1)$$

где  $p$ ,  $\tau$ ,  $h_x$  и  $\varphi$  – текущие значения контактного нормального напряжения, напряжения трения, толщины полосы и угла захвата в очаге деформации;  $2k$  – напряжение текучести материала полосы.

При решении уравнения (1) дугу контакта полосы с валком обычно заменяют хордой, а для определения напряжения трения пользуются условием

$$\tau = fp, \quad (2)$$

где  $f$  – коэффициент трения при установившемся процессе прокатки.

Такое решение впервые было предложено А.И. Целиковым [1, 2]. Согласно решению, сечение максимума контактных нормальных напряжений всегда совпадает с нейтральным сечением. Вместе с тем еще в 1939 г. А. Надаи [3], а несколько позже А.А. Королев [4] и А.И. Целиков [1] пришли к выводу, что нейтральное сечение не должно совпадать с сечением максимума контактных нормальных напряжений. При этом было показано, что максимум эпюр контактных напряжений находится всегда в зоне отставания. Таким образом, данное сечение, положение которого определяется

углом  $\varphi_{\max}$ , «отстает» от положения нейтрального сечения и между углами  $\varphi_{\max}$  и  $\gamma$  (где  $\gamma$  – нейтральный угол) всегда выполняется соотношение  $\varphi_{\max} > \gamma$ .

Более подробно причины несоответствия нейтрального сечения и сечения максимума контактных нормальных напряжений рассмотрены в работах [1–4]. Однако выкладки этих авторов по этому вопросу имеют исключительно качественный характер. Отсутствуют также расчетные или экспериментальные данные, подтверждающие (или опровергающие) выводы А. Надаи, А.А. Королева и А.И. Целикова о несопадении упомянутых сечений. Получение таких данных является актуальным, поскольку это позволит дать ответ на один из наименее изученных вопросов в современной теории тонколистовой (холодной) прокатки. Этой цели посвящена настоящая работа.

Для реализации поставленной цели были использованы эпюры контактных нормальных напряжений и напряжений трения при холодной прокатке, построенные по уточненному решению уравнения (1). Элемент новизны предложенного решения уравнения (1) состоит в том, что вместо условия (2), которое не имеет достаточного физического обоснования и экспериментального подтверждения, были использованы более корректные модели напряжений трения, учитывающие кинематику очага деформации [5, 6]:

для зоны отставания

$$\tau = -fp \frac{V_{\text{скв}}}{|V_{\text{ск0}}|} = -fp \frac{h_0}{h_0 - h_\gamma} \left( \frac{h_\gamma}{h_x} - 1 \right); \quad (3)$$

для зоны опережения

$$\tau = -fp \frac{V_{\text{скх}}}{|V_{\text{скл}}|} = -fp \frac{h_1}{h_y - h_1} \left( \frac{h_y}{h_x} - 1 \right), \quad (4)$$

где  $V_{\text{ск0}}$  и  $V_{\text{ск1}}$  – значения скорости скольжения, соответственно в сечениях входа и выхода из очага деформации;  $V_{\text{скх}}$  – скорость скольжения в рассматриваемом сечении;  $h_y$ ,  $h_0$  и  $h_1$  – соответственно толщина полосы в нейтральном сечении, на входе и выходе из очага деформации.

В результате совместного решения уравнений (1), (3), (4) получили следующие дифференциальные уравнения для определения нормальных контактных напряжений при холодной прокатке [6 – 8]:

для зоны отставания

$$\frac{dp}{2kdx} = \frac{dn_\sigma}{dx} = \frac{\Delta h}{lh_x} + \frac{2fn_\sigma a_0 \left( \frac{h_y}{h_x} + 1 \right)}{h_x}; \quad (5)$$

для зоны опережения

$$\frac{dp}{2kdx} = \frac{dn_\sigma}{dx} = \frac{\Delta h}{lh_x} + \frac{2fn_\sigma a_1 \left( \frac{h_y}{h_x} - 1 \right)}{h_x}, \quad (6)$$

где  $a_0 = \frac{h_0}{h_y - h_0}$ ;  $a_1 = \frac{h_1}{h_y - h_1}$ ;  $n_\sigma$ ,  $\Delta h$  и  $l$  – коэффициент напряженного состояния, абсолютное обжатие и длина очага деформации ( $l = \sqrt{R\Delta h}$ ).

Аналитическое решение дифференциальных уравнений (5), (6) оказалось невозможным, поэтому их решение производили численным методом. Для этой цели был использован метод Рунге–Кутты [9]. Положение нейтрального сечения (толщину полосы  $h_y$ ) находили по координате точки касания кривых, описываемых уравнениями (5), (6). На рис. 1 в качестве примера показано определение положения нейтрального сечения для случая холодной прокатки, когда  $R = 300$  мм,

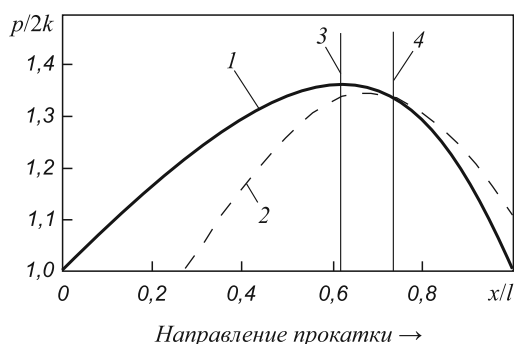


Рис. 1. К определению положения нейтрального сечения при холодной прокатке:

- 1 и 2 – кривые, описываемые соответственно уравнениями (5) и (6) (штриховой линией показана недействительная часть этих кривых);
- 3 – положение максимума нормального контактного напряжения;
- 4 – положение нейтрального сечения

$R/h_0 = 300, f = 0,06, \epsilon = 0,3$  (где  $\epsilon$  – частное относительное обжатие при холодной прокатке).

Зная значения  $h_y$  и  $p$ , по моделям (3), (4) рассчитывали распределение напряжений трения на контакте металла с вальцами.

С использованием уравнений (3), (4) и (5), (6) исследовали влияние технологических параметров холодной прокатки без натяжения на распределение контактных напряжений вдоль очага деформации. Исследования выполняли для следующих исходных данных:  $R = 300$  мм,  $h_0 = 0,1 - 5,0$  мм,  $f = 0,03 - 0,12, \epsilon = 0,01 - 0,5$ . Максимальная величина  $\epsilon$  была принята равной 0,5 исходя из того, что процесс холодной прокатки на действующих станах с более высокими обжатиями не реализуется. По полученным расчетным данным строили эпюры контактных нормальных напряжений  $p/(2k) = \varphi(x/l)$  и напряжений трения  $\tau/(2k) = \varphi(x/l)$ ; типичные эпюры приведены на рис. 2.

Анализ расчетных эпюр показал, что распределение контактных нормальных напряжений и напряжений трения вдоль очага деформации при холодной прокатке имеет одинаковый качественный характер. Из рис. 2 видно, что эпюры контактных нормальных напряжений имеют ярко выраженный куполообразный вид, а напряжения трения плавно переходят через ноль в нейтральном сечении. Этим они выгодно отличаются от известных (например, от эпюр, построенных по решениям А.И. Целикова и других авторов, приведенных

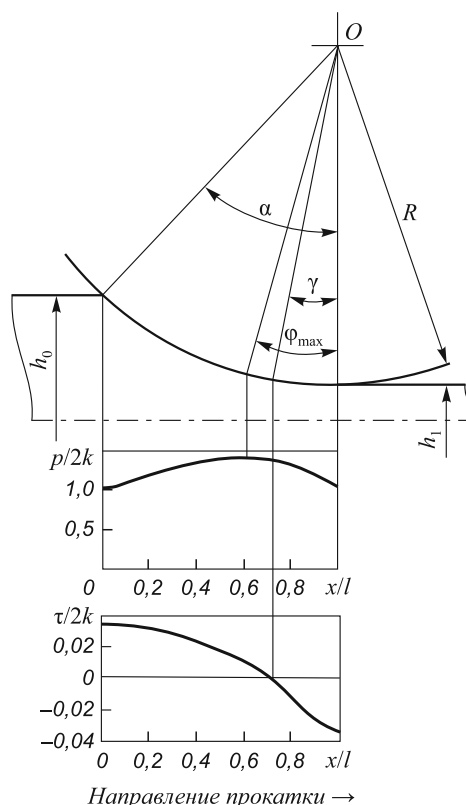


Рис. 2. Эпюры нормальных контактных напряжений и напряжений трения, построенные для случая холодной прокатки, когда  $R = 300$  мм,  $R/h_0 = 1000, f = 0,035, \epsilon = 0,3$

в работах [1, 2, 10, 11]) и близко соответствуют экспериментальным эпюрам  $p/(2k) = \varphi(x/l)$  и  $\tau/(2k) = \varphi(x/l)$  [1, 2, 4, 12]. Кроме того, установлено, что на всех эпохах сечение максимума контактных нормальных напряжений находится всегда в зоне отставания и существенно «отстает» от нейтрального сечения.

Из изложенного следует, что использование моделей трения (3), (4), учитывающих кинематику очага деформации при решении дифференциального уравнения равновесия продольных сил (1), позволило получить новые, более корректные и более надежные данные о характере распределения контактных напряжений вдоль очага деформации при холодной прокатке, в том числе и данные о положении сечения максимального контактного напряжения относительно нейтрального сечения. С этой целью по расчетным эпюрам  $p/(2k) = \varphi(x/l)$  и  $\tau/(2k) = \varphi(x/l)$  определяли значения параметров  $\varphi_{\max}/\alpha$  (где  $\alpha$  – угол захвата при холодной прокатке) и  $\gamma/\alpha$ , характеризующих положения указанных сечений в очаге деформации. По этим данным были построены зависимости  $\varphi_{\max}/\alpha = \varphi(\alpha/\beta)$ , где  $\beta$  – угол трения при установившемся процессе холодной прокатки, и  $\gamma/\alpha = \varphi(\alpha/\beta)$ . Наиболее характерные из них представлены на рис. 3.

Из рис. 3 видно, что зависимости  $\varphi_{\max}/\alpha = \varphi(\alpha/\beta)$  и  $\gamma/\alpha = \varphi(\alpha/\beta)$  с ростом параметра  $\alpha/\beta$  плавно убывают. Максимальные значения  $\varphi_{\max}/\alpha$  и  $\gamma/\alpha$  при  $\alpha/\beta \rightarrow 0$  стремятся к 0,5, оставаясь при этом всегда меньше данной величины. Это означает, что при малых углах захвата (малых частных относительных обжатиях) сечения максимального контактного нормального напряжения и нейтрального сечения находятся примерно посередине очага деформации и отличаются между собой незначительно. Во всех случаях прокатки значения  $\gamma/\alpha$  с ростом параметра  $\alpha/\beta$  убывают быстрее, чем  $\varphi_{\max}/\alpha$ . Иными словами, нейтральное сечение с увеличением угла захвата быстрее «перемещается» к сечению выхо-

да металла из валков, поскольку быстрее уменьшается зона опережения, и при ее полном выклинивании совпадает с этим сечением ( $\gamma/\alpha = 0$ ).

Сечение максимума контактных нормальных напряжений с ростом угла захвата «перемещается» медленнее к сечению выхода металла из валков, поскольку на контактной поверхности между этими двумя сечениями должны действовать увеличенные горизонтальные напряжения, в противном случае не будет соблюдено условие равновесия. Это подтверждается данными, приведенными на рис. 3, а. Они свидетельствуют о том, что при прокатке относительно толстых полос ( $R/h_0 = 100$ ) с малыми коэффициентами трения ( $f = 0,05$ ) параметр  $\varphi_{\max}/\alpha$  приобретает большие значения, которые при  $\alpha/\beta \geq 0,6$  достигают 0,42 и остаются в дальнейшем практически неизменными. С увеличением коэффициента трения и параметра  $R/h_0$  запас сил трения в очаге деформации возрастает, а возможность выклинивания зоны опережения практически исключена. По этой причине отличие между значениями  $\varphi_{\max}/\alpha$  и  $\gamma/\alpha$  уменьшается и «отставание» сечения максимального контактного напряжения от нейтрального сокращается (рис. 3, з, д, е). Ограниченный диапазон зависимостей  $\varphi_{\max}/\alpha = \varphi(\alpha/\beta)$  и  $\gamma/\alpha = \varphi(\alpha/\beta)$  на рис. 3, в, з, д, е объясняется тем, что наибольшее частное относительное обжатие при проведении исследований было принятым равным 0,5. Дальнейшее увеличение угла захвата (параметра  $\alpha/\beta$ ) за счет увеличения частного относительного обжатия не имеет смысла, поскольку процесс холодной прокатки на действующих станах с более высокими частными относительными обжатиями не реализуется.

**Выводы.** Приведенные количественные данные свидетельствуют о том, что сечение максимума эпюр контактных нормальных напряжений всегда находится в зоне отставания и, естественно, не совпадает с нейтральным сечением. Этот факт подтверждает справедли-

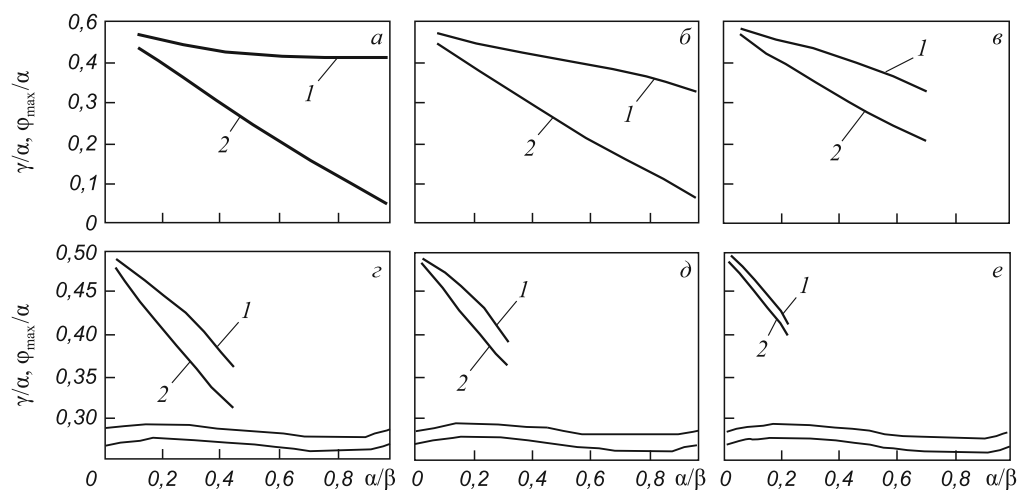


Рис. 3. Зависимости  $\frac{\varphi_{\max}}{\alpha} = \varphi\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)$  (кривые 1) и  $\frac{\gamma}{\alpha} = \varphi\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)$  (кривые 2), построенные при  $R = 300$  мм,  $R/h_0 = 100$  (а, б, в) и  $R/h_0 = 1000$  (з, д, е):  
 а, з – при  $f = 0,05$ ; б, д – при  $f = 0,07$ ; в, е – при  $f = 0,1$

вость выводов А. Надаи, А.А. Королева и А.И. Целикова о «несоответствии этих двух сечений» [1 – 3].

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Целиков А.И. Основы теории прокатки. – М.: Металлургия, 1965. – 247 с.
2. Целиков А.И., Никитин Г.С., Рокотян С.Е. Теория продольной прокатки. – М.: Металлургия, 1980. – 318 с.
3. Nadai A. // Journal Applied Mechanics. 1939. № 6. P. 21 – 23.
4. Королев А.А. Новые исследования деформации металла при прокатке. – М.: Машгиз, 1953. – 266 с.
5. Василев Я.Д. // Изв. вуз. Черная металлургия. 2001. № 5. С. 19 – 23.
6. Василев Я.Д., Минаев А.А. Теория продольной прокатки. Учебник для магистрантов ВУЗов. – Донецк: УНИТЕХ, 2010. – 456 с.
7. Василев Я.Д., Коноводов Д.В., Дементьенко А.В. – В кн.: Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском

в металургії і машинобудуванні: Тематичний зб. наук. праць. – Краматорськ: ДГМА, 2002. С. 277 – 283.

8. Василев Я.Д., Коноводов Д.В., Завгородний М.И. и др. // Металлургическая и горнорудная промышленность. 2012. № 7. С. 218 – 222.
9. Бахвалов Н.С. Численные методы. – М.: Наука, 1973. – 632 с.
10. Королев А.А. Конструкции и расчет машин и механизмов прокатных станов. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Металлургия, 1985. – 376 с.
11. Третьяков А.В. Теория, расчет и исследования станов холодной прокатки. – М.: Металлургия, 1966. – 255 с.
12. Контактное взаимодействие металла и инструмента при прокатке / П.И. Полухин, В.А. Николаев, В.П. Полухин и др. – М.: Металлургия, 1974. – 200 с.

© 2014 г. Я.Д. Василев, М.И. Завгородний,  
Д.Н. Самокиш

Поступила 18 марта 2013 г.

## THE INVESTIGATION OF THE MAXIMUM POSITION IN CONTACT NORMAL STRESSES RELATIVE TO THE NEUTRAL PLANE BY THE COLD ROLLING

Ya.D. Vasilev, Dr. Eng., Professor

M.I. Zavgorodniy, Postgraduate

D.N. Samokish, Postgraduate

Ukrainian National Metallurgical Academy (Dnepropetrovsk, Dnepropetrovsk region, Ukraine)

E-MAIL: maxzav@i.ua

**Abstract.** Ascertained data as to the character of the contact stresses distribution have been obtained thanks to the application of the ascertained solution for the differential equation of longitudinal forces' balance by the cold rolling. The mentioned solution takes into account the kinematics particularities of a deformation zone. These data have been used to determine the position of the maximum in contact of normal stresses relative to the neutral plane. It has been established that the section of the maximum in contact normal stresses is always situated in the backward slip zone and is substantially behind the neutral plane. This fact corroborates conclusions about the discrepancy of these two sections made earlier by A. Nadai, A.A. Korolyov and A.I. Tselikov. It represents the answer to one of the least studied questions in the up-to-date theory of the thin-sheet (cold) rolling. The qualitative data about the influence of technological parameters of the cold rolling process without tension upon the situation of the maximum for epures of the contact normal stresses relative to the neutral plane have been presented in the paper as well as their analytical treatment.

**Keywords:** cold rolling, differential equations, contact stresses, neutral plane, the position of the maximum in contact normal stresses, discrepancy.

### REFERENCES

1. Tselikov A.I. *Osnovi teorii prokatki* (Fundamentals of the rollings' theory). Moscow: Metallurgiya, 1965. 247 p.

2. Tselikov A.I., Nikitin G.S., Rokotyay S.E. *Teoriya prodol'noy prokatki* (Theory of longitudinal rolling). Moscow: Metallurgiya, 1980. 318 p.
3. Nadai A. Journal Applied Mechanics. № 6 (1939). Pp. 21 – 23.
4. Korolev A.A. *Novie issledovaniya deformatsii metalla pri prokatke* (New metal deformations' researches during rolling). Moscow: Mashgiz, 1953. 266 p.
5. Vasilev Ya.D. *Izv. vuz. Chernaya metallurgiya*. № 5, 2001. Pp. 19 – 23.
6. Vasilev Ya.D., Minaev A.A. *Teoriya prodol'noy prokatki. Uchebnik dlya magistrantov VUZov* (Theory of longitudinal rolling. Tutorial for graduate universities). Donetsk: UNITEKh, 2010. 456 p.
7. Vasilev Ya.D., Konovodov D.V., Dementienko A.V. *V kn.: Udokonalennya protsesiv i obladnannya obrobki tiskom v metalurgii i mashinobuduvanni: Tematichniy zb. nauk. prats'* (Improving processes and equipment fabrication metallurgy and mechanical engineering: Thematic collection sciences works). Kramators'k: DGMA, 2002. Pp. 277 – 283.
8. Vasilev Ya.D., Konovodov D.V., Zavgorodniy M.I. i dr. *Metallurgicheskaya i gornorudnaya promyshlennost'*. № 7, 2012. Pp. 218 – 222.
9. Bakhvalov N.S. *Chislennyye metody* (Numerical methods). Moscow: Nauka, 1973. 632 p.
10. Korolev A.A. *Konstruktii i raschet mashin i mekhanizmov prokatnykh stanov. 2-e izd., pererab. i dop.* (Constructions and payment machinery mills. 2nd ed., Rev. and add.) Moscow: Metallurgiya, 1985. 376 p.
11. Tret'yakov A.V. *Teoriya, raschet i issledovaniya stanov kholodnoy prokatki* (Theory, research and calculation of cold rolling mills). Moscow: Metallurgiya, 1966. 255 p.
12. Polukhin P.I., Nikolaev V.A., Polukhin V.P. i dr. *Kontaktnoe vzaimodeystvie metalla i instrumenta pri prokatke* (Contactability metal interaction and instruments during rolling). Moscow: Metallurgiya, 1974. 200 p.

Received March 18, 2013