

УДК 669.162.263

К МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ СЛОЕВЫХ МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИХ ПЕЧЕЙ И АГРЕГАТОВ. СООБЩЕНИЕ 2

Швыдкий В.С., д.т.н., профессор кафедры «Теплофизика и информатика в металлургии»

Фатхутдинов А.Р., аспирант кафедры «Теплофизика и информатика в металлургии»

*Девярых Е.А., аспирант кафедры «Теплофизика и информатика
в металлургии» (evgeny.9h@gmail.com)*

Девярых Т.О., аспирант кафедры «Теплофизика и информатика в металлургии»

Спириин Н.А., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой «Теплофизика и информатика в металлургии»

Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина
(620002, Россия, Екатеринбург, ул. Мира, 19)

Аннотация. Сформулирована задача движения газов и распределения температур в доменной печи. В силу существенной нелинейности полученных в сообщении 1 дифференциальных уравнений газомеханики и теплообмена задача решена в предположении осесимметричного течения в переменных «завихренность – функция тока». Граничные условия задачи предполагают расчет завихренности и температур на стенках печи, на уровне засыпи и на лещади. При выполнении расчетов учитываются зависимости теплофизических свойств теплоносителей от давления и температуры. Рассмотрены параметры течения потока газов (дутья и газов в фурменном очаге) как для ламинарного режима течения, так и для турбулентного режима. Определяющие уравнения переформулированной математической модели решены численно с использованием метода последовательной верхней релаксации. Также с использованием ранее разработанной на кафедре математической модели решена задача определения теплофизических параметров газов в фурменном очаге доменной печи.

Ключевые слова: доменная печь, завихренность, функция тока, режим течения, газораспределение, фурменный очаг, осесимметричное течение, зона адгезии, порозность слоя.

DOI: 10.17073/0368-0797-2017-1-19-23

В силу существенной нелинейности сформулированной в сообщении 1 математической модели ее реализацию можно выполнить только численно. При этом для обеспечения наглядности решения и выполнения над ним контроля в практическом плане более эффективно применять не исходные уравнения движения, а более удобные и наглядные упрощенные выражения, учитывающие особенности движения газа в слое для данного агрегата. В случае плоского или осесимметричного (двумерного) течения наиболее удобно использовать функцию тока ψ [1 – 4], вводимую соотношениями

$$\rho \varepsilon_{\pi} u = \frac{\partial \psi}{\partial y}; \quad \rho \varepsilon_{\pi} v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (1)$$

где ρ – плотность; ψ – векторный потенциал скорости; x, y – координаты точки в печи, и представляющую собой массовый расход газа. Сама скорость потока устанавливается из определения вихря на основе векторного потенциала скорости ψ соотношением $\rho \varepsilon_{\pi} v = \text{rot } \psi$ (детали использования такого подхода представлены в работе [3]). При этом для повышения эффективности численного метода целесообразно так преобразовать

уравнения газодинамики и теплообмена, чтобы они включали завихренность потока $\omega = \text{rot } v$.

Для возможности обобщения результатов введем безразмерные координаты

$$\tilde{x} = x/R, \quad \tilde{z} = z/R \quad (2)$$

и скорости

$$\tilde{v}_x = v_x/v_0; \quad \tilde{v}_z = v_z/v_0, \quad (3)$$

где R – радиус печи; $v_0 = Q_v/R$ – средняя расходная скорость (скорость на пустую шахту); Q_v – расход дутья. Здесь координата по высоте печи обозначена через z , чтобы в дальнейшем иметь возможность перехода к трехмерным задачам. Учитывая, что для двумерной задачи завихренность потока $\omega = \text{rot } v$ представляет собой скаляр $\tilde{\omega} = \frac{\partial \tilde{v}_x}{\partial \tilde{z}} - \frac{\partial \tilde{v}_z}{\partial \tilde{x}}$, из уравнения неразрывности исходной модели (5) (см. сообщение 1) получаем первое уравнение:

$$\frac{\partial^2 \tilde{\psi}}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\psi}}{\partial \tilde{z}^2} = \tilde{\omega}, \quad (4)$$

$$\text{где } \tilde{\omega} = \frac{\omega R}{v_0} = \frac{\omega R^2}{Q_v}.$$

* Работа выполнена при финансовой поддержке, постановление № 211 Правительства Российской Федерации, контракт № 02.A03.21.0006.

Уравнение (4) содержит две неизвестные функции, следовательно, для решения задачи необходимо еще одно соотношение, а именно уравнение движения (12) исходной модели (см. сообщение 1), которое после несложных преобразований можно записать в форме уравнения Громеки–Лэмба [4 – 7], дополненной силами сопротивления:

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left(\tilde{\omega} \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \tilde{z}} \right) - \frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \left(\tilde{\omega} \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \tilde{x}} \right) + M(\tilde{q})\tilde{\omega} = -1,75 \left(\frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \tilde{x}} \frac{\partial \tilde{q}}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \tilde{z}} \frac{\partial \tilde{q}}{\partial \tilde{z}} \right), \quad (5)$$

где $M(q) = A_1 + A_2q$, $M(q)$ – модуль скорости газа, A_1 и A_2 – коэффициенты в формуле Эргана.

Система дифференциальных уравнений (4), (5) описывает вихревое движение газа в слоевой установке любого профиля. Поэтому конкретизируем задачу и выберем профиль печи, представленный на рис. 1 (типичный двумерный профиль шахтной печи).

Для схемы рис. 1 граничные условия по $\tilde{\psi}$ запишутся следующим образом:

$$\tilde{\psi} = 0 \text{ при } \begin{cases} \tilde{x} = 0, 0 \leq \tilde{z} \leq H \\ 0 \leq \tilde{x} \leq \tilde{x}_{\max}, \tilde{z} = 0 \\ \tilde{x} = \tilde{x}_{\max}, 0 \leq \tilde{z} \leq \tilde{L} - \tilde{r}_\phi; \end{cases} \quad (6)$$

$$\tilde{\psi} = 1 \text{ при } \tilde{x} = \tilde{x}_{\max}, \tilde{L} + \tilde{r}_\phi \leq \tilde{z} \leq H, \quad (7)$$

где L – высота оси фурмы; r_ϕ – радиус фурмы; H – высота печи;

$$\frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial \tilde{z}} = 0 \text{ при } 0 \leq \tilde{x} \leq \tilde{x}_{\max}, \tilde{z} = H. \quad (8)$$

Значение $\tilde{\psi}$ на срезе фурмы, т. е. при $\tilde{x} = \tilde{x}_{\max}$, $\tilde{L} - \tilde{r}_\phi \leq \tilde{z} \leq L + \tilde{r}_\phi$ определяется режимом движения дутья в фурме. Для ламинарного режима профиль скорости описывается квадратичной параболой, причем отношение средней скорости к максимальной равно 0,5. Для условий рис. 1

$$\tilde{v}_x = -\frac{3}{4} \tilde{r}_\phi^3 \left[\tilde{L}^2 - \tilde{r}_\phi^2 - \tilde{z}(2\tilde{L} - \tilde{z}) \right].$$

Поскольку $\tilde{v}_x = \partial \tilde{\psi} / \partial \tilde{z}$, то, учитывая, что ниже фурмы $\tilde{\psi} = 0$, после интегрирования при $\tilde{x} = \tilde{x}_{\max}$, $\tilde{L} - \tilde{r}_\phi \leq \tilde{z} \leq L + \tilde{r}_\phi$ находим

$$\tilde{\psi} = 0,75 \tilde{r}_\phi^3 \left[(\tilde{L} + 2\tilde{r}_\phi)(\tilde{L} - \tilde{r}_\phi)^2 - (\tilde{L}^2 - \tilde{r}_\phi^2)\tilde{z} + \tilde{L}\tilde{z}^2 - \frac{1}{3}\tilde{z}^3 \right],$$

т.е. профиль $\tilde{\psi}$ на фурме представляет собой кубическую параболу.

При турбулентном течении газа в трубе лучше всего согласуется с опытными данными по всему турбулентному ядру течения вплоть до оси трубы следующее уравнение [8]:

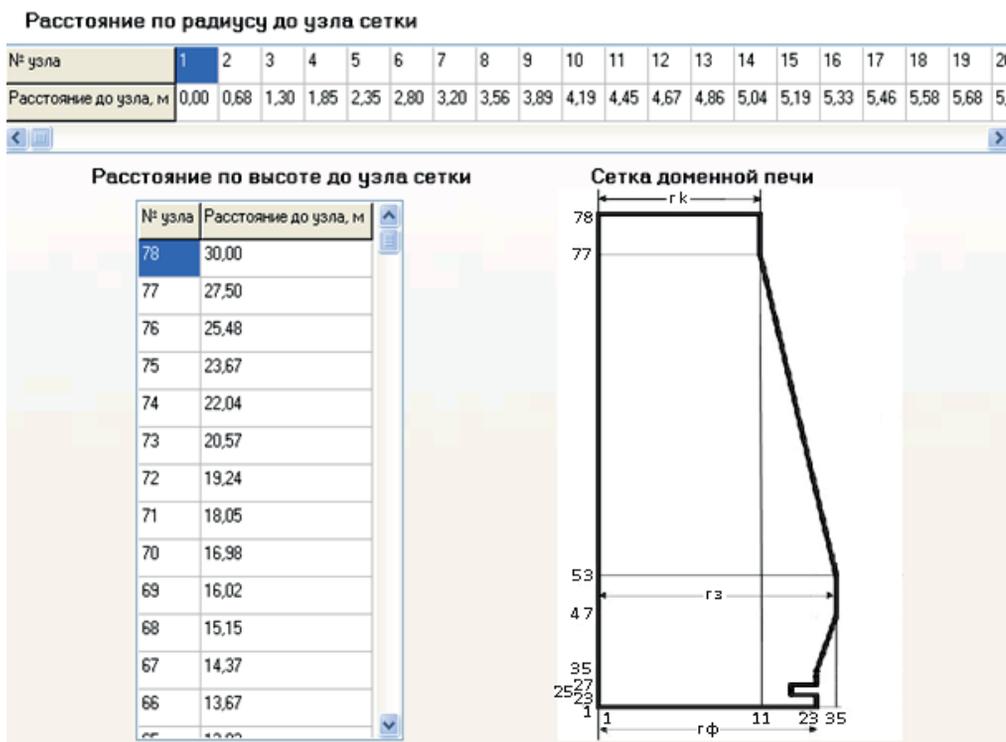


Рис. 1. Профиль шахтной печи и координаты узлов конечно-разностной сетки

Fig. 1. Profile of the shaft furnace and the coordinates of the finite-difference grid

$$\tilde{v}_x = 0,2 \frac{\tilde{d}_\phi}{\text{Re}^{1/8}} \left\{ 5,5 + 2,5 \ln \left[0,2 \text{Re}^{7/8} \frac{\tilde{z} - \tilde{L} + \frac{\tilde{d}_\phi}{2}}{\tilde{d}_\phi} \times \frac{1,5 \left(1 + \frac{\tilde{L} - \tilde{z}}{\tilde{r}_\phi} \right)}{1 + 2 \left(\frac{\tilde{L} - \tilde{z}}{\tilde{r}_\phi} \right)} \right] \right\}. \quad (9)$$

Здесь $\tilde{d}_\phi = 2\tilde{r}_\phi$. Тогда при $\tilde{x} = \tilde{x}_{\max}$, $\tilde{L} - \tilde{r}_\phi \leq \tilde{z} \leq L + \tilde{r}_\phi$ получим

$$\tilde{\Psi} = \int_{\tilde{L} - \tilde{r}_\phi}^{\tilde{L} + \tilde{r}_\phi} \tilde{v}_x(\tilde{x}_{\max}, \tilde{z}) d\tilde{z}.$$

В пределах ламинарного подслоя справедливы соотношения:

$$\begin{aligned} - \text{при } \tilde{z} < \tilde{L} - \tilde{r}_\phi + \frac{\tilde{d}_\phi}{0,04 \text{Re}^{7/8}} \tilde{v}_x &= 0,04 \text{Re}^{3/4} \left(\frac{\tilde{z} - \tilde{L} + \tilde{r}_\phi}{\tilde{d}_\phi^2} \right); \\ - \text{при } \tilde{z} > \tilde{L} - \tilde{r}_\phi - \frac{\tilde{d}_\phi}{0,04 \text{Re}^{7/8}} \tilde{v}_x &= 0,04 \text{Re}^{3/4} \left(\frac{\tilde{L} + \tilde{r}_\phi - \tilde{z}}{\tilde{d}_\phi^2} \right). \end{aligned}$$

Перейдем к граничным условиям по завихренности $\tilde{\omega}$. При $\tilde{x} = \tilde{x}_{\max}$ и $\tilde{L} - \tilde{r}_\phi \leq \tilde{z} \leq L + \tilde{r}_\phi$, т. е. на срезе фурмы $\tilde{v}_z = \frac{\partial \tilde{v}_z}{\partial \tilde{x}} = 0$ и $\tilde{\omega} = \frac{\partial \tilde{v}_x}{\partial \tilde{z}}$. Для ламинарного режима $\tilde{\omega} = 1,25 \left(\frac{\tilde{L} - \tilde{z}}{\tilde{r}_\phi^3} \right)$.

При турбулентном режиме на нижней стенке фурмы $\tilde{\omega} = 0,04 \frac{\text{Re}^{3/4}}{\tilde{d}_\phi^2}$, а на верхней $\tilde{\omega} = -0,04 \frac{\text{Re}^{3/4}}{\tilde{d}_\phi^2}$. Для ядра потока завихренность находится путем дифференцирования уравнения (9) по \tilde{z} :

$$\tilde{\omega} = \frac{\partial \tilde{v}_x}{\partial \tilde{z}} = 2,24 \frac{(\tilde{L} - \tilde{z})\tilde{r}_\phi}{\text{Re}^{1/8} \left[\tilde{r}_\phi^2 - (\tilde{L} - \tilde{z})^2 \right] \left[\tilde{r}_\phi^2 + 2(\tilde{L} - \tilde{z})^2 \right]}.$$

На оси печи при $\tilde{x} = 0$ и $0 \leq \tilde{z} \leq \tilde{H}$, $\tilde{v}_x = \partial \tilde{v}_x / \partial \tilde{z} = 0$, т.е. $\tilde{\omega} = -\partial \tilde{v}_z / \partial \tilde{x}$. Однако здесь рассматривается симметричная задача, а в этом случае симметричен и профиль вертикального компонента скорости. Но тогда $\partial \tilde{v}_z / \partial \tilde{x} = 0$ и $\tilde{\omega}(0, \tilde{z}) = 0$.

Выражение (9) с учетом уравнения неразрывности $\frac{\partial \tilde{v}_x}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial \tilde{v}_z}{\partial \tilde{z}} = 0$ можно представить в виде

$$\tilde{v}_x \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial \tilde{x}} + \tilde{v}_z \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial \tilde{z}} + (A_1 + A_2 \tilde{q}) \tilde{\omega} = A_2 \left(\tilde{v}_z \frac{\partial \tilde{q}}{\partial \tilde{x}} - \tilde{v}_x \frac{\partial \tilde{q}}{\partial \tilde{z}} \right).$$

На стенке печи при $\tilde{x} = \tilde{x}_{\max}$ и $0 \leq \tilde{z} \leq \tilde{L} - \tilde{r}_\phi$ или $\tilde{L} + \tilde{r}_\phi \leq \tilde{z} \leq \tilde{H}$, $\tilde{v}_x = 0$ и $\tilde{q} = |\tilde{v}_z|$. Отсюда

$$\tilde{v}_z \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial \tilde{z}} + (A_1 + A_2 |\tilde{v}_z|) \tilde{\omega} = A_2 \tilde{v}_z \frac{\partial |\tilde{v}_z|}{\partial \tilde{x}}. \quad (10)$$

Располагая значениями $\tilde{\omega}$ на срезе фурмы, решая уравнение (10) можно определить завихренность вдоль стенки печи вверх от фурмы до уровня засыпи и вниз от фурмы до днища. На днище при $\tilde{z} = 0$ и $0 \leq \tilde{x} \leq \tilde{x}_{\max}$, $\tilde{v}_z = 0$ и $\tilde{q} = |\tilde{v}_x|$. Тогда

$$\tilde{v}_x \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial \tilde{x}} + (A_1 + A_2 |\tilde{v}_x|) \tilde{\omega} = -A_2 \tilde{v}_x \frac{\partial |\tilde{v}_x|}{\partial \tilde{z}}. \quad (11)$$

На уровне засыпи также справедливо соотношение (11).

Конечноразностная аппроксимация вышеприведенных уравнений в переменных «завихренность – функция тока» составляет численную модель вихревого движения газового потока в слое кускового материала. Практика вычислений показала, что наиболее рационально решать уравнения этой модели методом последовательной верхней релаксации [1 – 5, 9 – 12].

Для условий работы доменной печи высотой (по слою) 30 м с распаром диаметром 6,55 м была разработана информационно-моделирующая система газодинамики доменного процесса. Система включала решение задачи неизоэнтальпического вихревого течения в доменной печи при заданном поле порозности с учетом зоны когезии и задачу газодинамики фурменного очага. Программная реализация системы выполнялась в пакетах Delphi релиза 7 и Compaq Visual Fortran релизов 6.5 и 6.6. На рис. 2 в качестве примера представлено распределение линий тока в объеме печи с учетом зоны когезии.

На рис. 3 показано изменение состава фурменного газа для расхода дутья 35 м³/с, диаметра фурмы 0,16 м и температуры дутья 1200 °С [13 – 15].

На рис. 4 представлено изменение температуры фурменных газов по длине фурменного очага.

Выводы. Разработанный подход к построению математических моделей слоевых металлургических печей весьма эффективен и обеспечивает адекватное отображение режимных показателей агрегатов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Теплотехника доменного процесса / Б.И. Китаев, Ю.Г. Ярошенко, Е.Л. Суханов и др. – М.: Металлургия, 1978. – 248 с.
2. Тепловая работа шахтных печей и агрегатов с плотным слоем / Я.М. Гордон, Б.А. Боковиков, В.С. Швыдкий, Ю.Г. Ярошенко. – М.: Металлургия, 1989. – 120 с.
3. Гордон Я.М., Максимов Е.В., Швыдкий В.С. Механика движения материалов и газов в шахтных печах. – Алма-Ата: Наука, 1989. – 144 с.
4. Швыдкий В.С., Ладыгичев М.Г., Шаврин В.С. Математические методы теплофизики: Учебник для вузов. – М.: Машиностроение, 2001. – 232 с.
5. Серрин Дж. Математические основы классической механики жидкости. – М.: ИЛ, 1963. – 256 с.

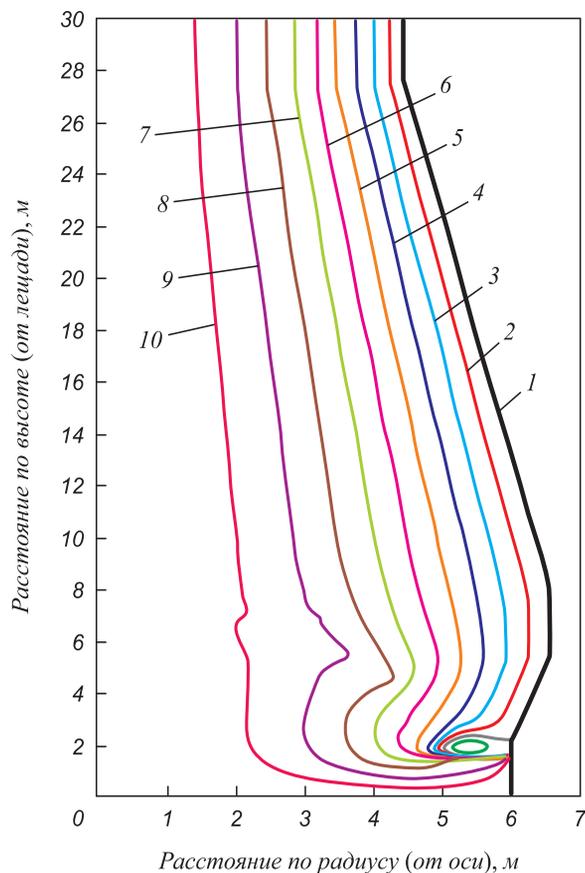


Рис. 2. Картина течения газов в доменной печи:
 1 – стенка доменной печи; 2 – 0,1 кг/(с·м); 3 – 0,2 кг/(с·м);
 4 – 0,3 кг/(с·м); 5 – 0,4 кг/(с·м); 6 – 0,5 кг/(с·м); 7 – 0,6 кг/(с·м);
 8 – 0,7 кг/(с·м); 9 – 0,8 кг/(с·м); 10 – 0,9 кг/(с·м)

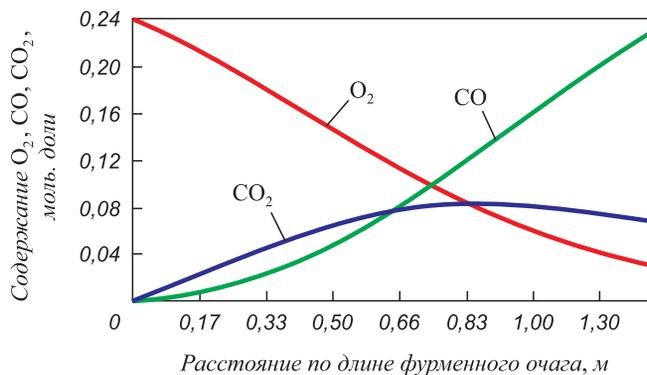


Рис. 3. Изменение состава газа по длине фурменного очага

Fig. 3. Changes in the composition of the blast gas along the length of TH

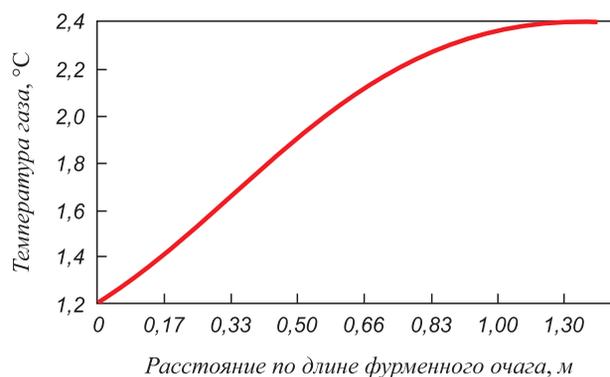


Рис. 4. Изменение температуры газа по длине фурменного очага

Fig. 4. Changes in temperature tuyere gas along the length of TH

Рис. 2. Picture of the gases flow in the blast furnace:

1 – wall of a blast furnace; 2 – 0.1 kg/(s·m); 3 – 0.2 kg/(s·m);
 4 – 0.3 kg/(s·m); 5 – 0.4 kg/(s·m); 6 – 0.5 kg/(s·m); 7 – 0.6 kg/(s·m);
 8 – 0.7 kg/(s·m); 9 – 0.8 kg/(s·m); 10 – 0.9 kg/(s·m)

6. Слеттери Дж.С. Теория переноса импульса, энергии и массы в сплошных средах: Пер. с англ. – М.: Энергия, 1978. – 448 с.
7. Механика жидкости и газа: Учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. / В.С. Швыдкий, Ю.Г. Ярошенко, Я.М. Гордон и др. / Под ред. В.С. Швыдкого. – М.: ИКЦ «Академкнига», 2003. – 464 с.
8. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 152 с.
9. Ши Д. Численные методы в задачах теплообмена: Пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 544 с.
10. Хейгеман Л., Янг Д. Прикладные итерационные методы: Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 448 с.

11. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. – М.: Наука, 1978. – 512 с.
12. Численные методы исследования течений вязкой жидкости / А.Д. Госмен, В.М. Пан, А.К. Ранчел и др. – М.: Мир, 1972. – 328 с.
13. Теплообмен и повышение эффективности доменной плавки / Н.А. Спиринов, Ю.Н. Овчинников, В.С. Швыдкий, Ю.Г. Ярошенко / Под ред. Ю.Г. Ярошенко. – Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 1995. – 243 с.
14. Введение в системный анализ теплофизических процессов металлургии: Учеб. пособие для вузов / Н.А. Спиринов, В.С. Швыдкий, В.И. Лобанов, В.В. Лавров. – Екатеринбург: УГТУ, 1999. – 205 с.
15. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. – М.: Наука, 1987. – 492 с.

Поступила 16 мая 2016 г.

ON MATHEMATICAL MODELING OF LAYER METALLURGICAL FURNACES AND AGGREGATES. REPORT 2

V.S. Shvydkii, A.R. Fatkhutdinov, E.A. Devyatykh,
 T.O. Devyatykh, N.A. Spirin

Ural Federal University named after the first President of Russia
 B.N. Yeltsin, Ekaterinburg, Russia

Abstract. The problem of gas movement and temperature distribution in the blast furnace is considered. Due to significant nonlinearity differential equations of gas mechanics and the heat transfer (described in the Part 1) the problem was solved under the assumption of axisymmetric flow in the variable “vorticity – stream function”. The boundary con-

ditions of the problem involve the calculations of vorticity and temperature on the oven walls at the level of the grist and hearth. The dependences of the coolant thermal properties on the pressure and temperature are taken into account in the calculations. The gas flow parameters (blast and gas tuyere hearth) for laminar flow and turbulent regime are described. Constitutive equations of reformulated mathematical model were solved numerically using of the method of successive over relaxation (PVR). Also, the problem of determining the thermal gas parameters in the hearth of a blast furnace was solved with the use of mathematical model previously developed at the chair.

Keywords: blast furnace, vorticity, stream function, flow regime, gas distribution, blast center, axially symmetric flow, adhesion area, layer porosity.

DOI: 10.17073/0368-0797-2017-1-19-23

REFERENCES

1. Kitaev B.I., Yaroshenko Yu.G., Sukhanov E.L., Ovchinnikov Yu.N., Shvydkii V.S. *Teplotekhnika domennogo protsessa* [Heat engineering of blast furnace process]. Moscow: Metallurgiya, 1978, 248 p. (In Russ.).
2. Gordon Ya.M., Bokovikov B.A., Shvydkii V.S., Yaroshenko Yu.G. *Teplovaya rabota shakhtnykh pechei i agregatov s plotnym sloem* [Heat work of shaft furnaces and aggregates with a dense layer]. Moscow: Metallurgiya, 1989, 120 p. (In Russ.).
3. Gordon Ya.M., Maksimov E.V., Shvydkii V.S. *Mekhanika dvizheniya materialov i gazov v shakhtnykh pechakh* [Mechanics of movement of materials and gases in blast furnaces]. Alma-Ata: Nauka, 1989, 144 p. (In Russ.).
4. Shvydkii V.S., Ladygichev M.G., Shavrin V.S. *Matematicheskie metody teplofiziki: Uchebnik dlya vuzov* [Mathematical models of thermal physics: Textbook for universities]. Moscow: Mashinostroyeniye, 2001, 232 p. (In Russ.).
5. Serrin James. *Mathematical Principles of Classical Fluid Mechanics. Series: Encyclopedia of Physics*. Springer-Verlag OHG. Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1959. (Russ.ed.: Serrin J. *Matematicheskie osnovy klassicheskoi mekhaniki zhidkosti*. Moscow: IL, 1963, 256 p.)
6. Slattery John S. *Momentum, energy, and mass transfer in continua*. New York: McGraw-Hill, 1971, 679 p. (Russ.ed.: Slattery J. S. *Teoriya perenosha impul'sa, energii i massy v sploshnykh sredakh*. Moscow: Energiya, 1978, 448 p.)
7. Shvydkii V.S., Yaroshenko Yu.G., Gordon Ya.M., Shavrin V.S., Noskov A.S. *Mekhanika zhidkosti i gaza: Uchebnoe posobie dlya vuzov* [Fluid mechanics: Manual for universities]. Shvydkii V.S. ed. Moscow: IKTs "Akademkniga", 2003, 464 p. (In Russ.).
8. Patankar Suhas V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. New York: Hemisphere Publishing Corporation, 1980. (Russ.ed.: Patankar S. *Chislennyye metody resheniya zadach teploobmena i dinamiki zhidkosti*. Moscow: Energoatomizdat, 1984, 152 p.)
9. Shih Tien-Mo. *Numerical Heat Transfer*. Hemisphere Pub. Corp., Washington, 1984, 563 p. (Russ.ed.: Shih T. *Chislennyye metody v zadachakh teploobmena*. Moscow: Mir, 1988, 544 p.)
10. Hageman Louis A., Young David M. *Applied Iterative Methods*. Academic Press, 1981, 386 p. (Russ.ed.: Hageman L., Young D. *Prikladnye iteratsionnye metody*. Moscow: Mir, 1986, 448 p.)
11. Samarskii A.A., Nikolaev E.S. *Metody resheniya setochnykh uravnenii* [Methods for solving the grid equations]. Moscow: Nauka, 1978, 512 p. (In Russ.).
12. Gosman A.D., Pun W.M., Runchal A.K etc. *Heat and mass transfer in recirculating flows*. London: Academic Press, 1969. (Russ.ed.: Gosman A.D., Pun W.M., Runchal A.K etc. *Chislennyye metody issledovaniya techenii vyazkoi zhidkosti*. Moscow: Mir, 1972, 328 p.)
13. Spirin N.A., Ovchinnikov Yu.N., Shvydkii V.S., Yaroshenko Yu.G. *Teploobmen i povyshenie effektivnosti domennoi plavki* [Heat transfer and efficiency of blast furnace]. Yaroshenko Yu.G. ed. Ekaterinburg: UGTU - UPI, 1995, 243 p. (In Russ.).
14. Spirin N.A., Shvydkii V.S., Lobanov V.I., Lavrov V.V. *Vvedenie v sistemnyi analiz teplofizicheskikh protsessov metallurgii: Uchebnoe posobie dlya vuzov* [Introduction to the systematic analysis of thermal process industry: Textbook for universities]. Ekaterinburg: UGTU, 1999, 205 p. (In Russ.).
15. Frank-Kamenetskii D.A. *Diffuziya i teploperedacha v khimicheskoi kinetike* [Diffusion and heat transfer in chemical kinetics]. Moscow: Nauka, 1987, 492 p. (In Russ.).

Acknowledgements. The work was financially supported by resolution no. 211 of the Russian Federation Government, contract no. 02.A03.21.0006.

Information about the authors:

V.S. Shvydkii, Dr. Sci. (Eng.), Professor of the Chair "Thermal Physics and Informatics in Metallurgy"

A.R. Fatkhutdinov, Postgraduate of the Chair "Thermal Physics and Informatics in Metallurgy"

E.A. Devyatykh, Postgraduate of the Chair "Thermal Physics and Informatics in Metallurgy" (evgeny.9h@gmail.com)

T.O. Devyatykh, Postgraduate of the Chair "Thermal Physics and Informatics in Metallurgy"

N.A. Spirin, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Head of the Chair "Thermal Physics and Informatics in Metallurgy"

Received May 16, 2016