

О НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ АЛГОРИТМАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ КИСЛОРОДНО-КОНВЕРТЕРНОЙ ПЛАВКИ

*Медведев А.В.¹, д.т.н., профессор кафедры «Системный анализ
и исследование операций» (saor_medvedev@sibsau.ru)*

*Корнет М.Е.¹, соискатель степени к.т.н. кафедры «Системный анализ
и исследование операций» (marya.kornet@gmail.com)*

Чжан Е.А.², аспирант кафедры информационных систем (ekach@list.ru)

¹Сибирский государственный аэрокосмический университет им. академика М.Ф. Решетнева
(660014, Россия, Красноярск, пр. им. газеты «Красноярский рабочий», 31)

²Сибирский федеральный университет
(660041, Россия, Красноярск, Свободный пр., 79)

Аннотация. Рассмотрена проблема предварительной обработки данных при идентификации многомерных дискретно-непрерывных процессов. Предложена методика генерации рабочей обучающей выборки из исходной, представленной данными нормальной эксплуатации исследуемого объекта. Используемая методика в какой-то степени напоминает бутстреп-процесс, который в данном случае базируется на исходной обучающей выборке, отражающей свойства идентифицируемого объекта. Методика позволяет автоматически решить проблему восстановления неизвестной стохастической зависимости на границе области определения соответствующих входных-выходных переменных объекта. Рассмотрена проблема идентификации кислородно-конвертерной плавки в конвертерном цехе № 2 ОАО «ЕВРАЗ Западно-Сибирский металлургический комбинат» при недостатке текущей информации, наличии пропусков в выборке наблюдений. Предложена непараметрическая модель кислородно-конвертерной плавки. Модель базируется на новой рабочей выборке, которая содержит как измерения, так и сгенерированные данные по описанной методике. Использование рабочей выборки в качестве обучающей позволило повысить точность идентификации в два раза.

Ключевые слова: непараметрическая идентификация, априорная информация, дискретно-непрерывный процесс, безынерционный процесс, выборка наблюдений, анализ данных, кислородно-конвертерная плавка.

DOI: 10.17073/0368-0797-2016-12-910-915

При моделировании дискретно-непрерывных процессов в условиях неполной информации чаще всего используют идеи параметрической идентификации, то есть выбор структуры с точностью до вектора параметров [1, 2]. Следующий этап построения модели состоит в оценке этих параметров. В случае, если из-за недостатка априорных сведений о процессе нельзя выбрать модель с точностью до параметров, то естественно использовать методику непараметрической идентификации, которая относится к методам локальной аппроксимации функции по наблюдениям. В этом случае большую роль играет выборка наблюдений, которая, как правило, имеет сравнительно малые объемы, а также может содержать сгущения или пропуски, обусловленные характером протекания технологического процесса. Поэтому при непараметрическом моделировании возникает задача «ремонта» исходной выборки наблюдений и получения новой обучающей выборки, используемой в непараметрических моделях.

В настоящей работе показаны результаты восстановления непараметрических зависимостей на основе сгенерированных новых рабочих выборок, которые,

естественно, содержат в себе экспериментальные данные, но дополняются новыми в соответствии с предлагаемой методикой. Как показали результаты моделирования, точность восстановления соответствующих зависимостей возросла в два раза в отличие от зависимостей, построенных только при использовании данных нормальной эксплуатации. Последний факт обусловлен спецификой методов локальной аппроксимации.

Постановка задачи. Рассмотрим схему идентификации процесса кислородно-конвертерной плавки (рис. 1), где приняты следующие обозначения: (t) – непрерывное время; индекс t – дискретное время; x_t и u_t – измерения выходной переменной объекта $x(t)$ и управляющего воздействия $u(t)$; μ_t – измерения контролируемого возмущения $\mu(t)$; ω_t – измерения косвенных параметров; \hat{x}_t – выход модели объекта; $h_t^u, h_t^x, h_t^{\omega}, h_t^{\mu}$ – случайные помехи измерений, соответствующие переменным процесса; $\xi(t)$ – векторная случайная помеха; x_t^* – задающее воздействие.

Из практики известно, что основными управляющими воздействиями в процессе кислородно-конвер-

терной плавки являются расход кислорода на продувку, изменение высоты фурмы относительно зеркала ванны, количество присадок шлакообразующих и охлаждающих; контролируруемыми возмущениями являются химический состав и температура чугуна; измеряемыми косвенными параметрами, которые играют роль дополнительной информации о течении процесса, являются температура и состав отходящих газов, температура охлаждающей фурмы воды и др.; выходные переменные: химический состав металла и шлака, температура металла перед выпуском [3].

Непосредственное измерение выходных переменных (параметров) кислородно-конвертерной плавки осуществляется обычно один – два раза за плавку. В рамках одного цикла, одной плавки, рассматриваемый процесс является дискретно-непрерывным, то есть по своей природе процесс является непрерывным, однако «входные-выходные» переменные процесса контролируются через дискретные моменты времени. Кислородно-конвертерной плавкой управляет машинист дистрибутора, который имеет в распоряжении результаты оценок переменных состояния, измерения косвенных параметров, характеризующих фактическое состояние процесса. Построение математической модели динамического поведения выходных величин плавки в виде формализованной структуры с точностью до параметров в такой ситуации затруднительно.

Учитывая многоканальность, многосвязность, дискретность контроля основных переменных процесса кислородно-конвертерной плавки и присутствие в управляющей системе оператора (в дальнейшем макрообъект), целесообразно построение адаптивных систем идентификации и управления. Располагая измерениями, можно повысить качество управления путем введения внешнего контура управления.

Рассмотрим идентификацию макрообъекта (показан на рис. 1 пунктирной линией). Представленная схема идентификации может быть использована для оценки основных параметров состояния в очередном цикле плавки. Входные переменные в таком случае представляются данными последних измерений, роль контролируемых внешних возмущений играют значения выходных параметров в предыдущем цикле плавки. Такой подход рассмотрен в работе [4].

Для исследования работоспособности предлагаемого алгоритма обработки исходных данных рассмотрим задачу идентификации каналов наблюдения вход – выход до начала плавки.

В этом случае можно выделить следующие управляемые входные переменные: u_1 – расход чугуна, т; u_2 – расход металлического лома, т; u_3 – расход извести, т; u_4 – расход электродного боя, т; u_5 – расход флюса ФОМИ, т; u_6 – расход агломерата офлюсованного, т; u_7 – расход угля (твердого топлива), т; u_8 – расход кислорода на продувку, м³; u_9 – расход кислорода на прогрев, м³; u_{10} – продолжительность продувки, мин.

Контролируемые внешние возмущения: μ_1 – содержание кремния, %; μ_2 – содержание марганца, %; μ_3 – содержание серы, %; μ_4 – содержание фосфора, %; μ_5 – температура чугуна, °С; μ_6 – масса металлозавалки, т.

Векторная выходная переменная x в целом характеризует параметры полученного металлического полупродукта: x_1 – температура металла, °С; x_2 – содержание углерода, %; x_3 – содержание марганца, %; x_4 – содержание серы, %; x_5 – содержание фосфора, %.

На процесс действуют разного рода случайные воздействия, такие как случайные помехи измерений, тепловое состояние футеровки агрегата и сталеразливочного ковша перед выпуском металла, угар легирующих элементов из вводимых феросплавов, усвоение присадок и т.д.

Процесс характеризуется входными переменными $u_1 - u_{10}$, $\mu_1 - \mu_6$ и выходными переменными $x_1 - x_5$. Измеряя значения входных и выходных переменных, имеем выборку наблюдений $\{(u_i, x_i), i = 1, s\}$. Таким образом, поставлена задача построения модели исследуемого технологического процесса по выборке наблюдений. Вследствие того, что нет конкретной априорной информации о виде зависимости, о ее структуре, можно использовать непараметрические методы решения задачи идентификации.

Непараметрическая идентификация. В качестве модели объекта (рис. 1) рассматривается непараметрическая оценка функции регрессии по наблюдениям Надарая-Ватсона [5].

Для объекта, имеющего m входных переменных и одну выходную переменную x , имеем выборку наблюдений $\{(u_i, x_i), i = 1, s\}$ случайных величин x, u , распределенных с неизвестными плотностями вероятности $p(x, u), p(u) > 0 \forall u \in \Omega(u)$. Для восстановления

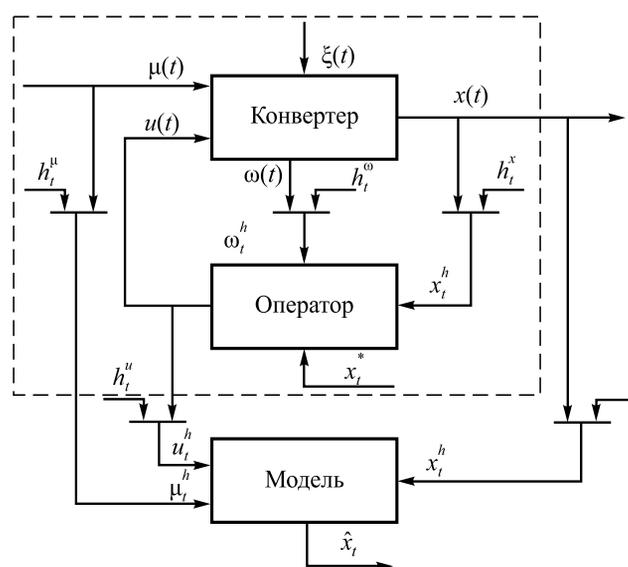


Рис. 1. Блок-схема идентификации кислородно-конвертерной плавки стали

Fig. 1. Block diagram of identification of BOF steel melting

$\hat{x} = M\{x|u\}$ можно использовать непараметрические оценки [6]:

$$x_s(u) = \frac{\sum_{i=1}^s x_i \prod_{j=1}^m \Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j))}{\sum_{i=1}^s \prod_{j=1}^m \Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j))}, \quad (1)$$

где $\Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j))$, $i = \overline{1, s}$, $j = \overline{1, m}$ – ядерная колоколообразная функция; c_s – коэффициент размытости ядра.

Значения $\Phi(\bullet)$ и c_s удовлетворяют следующим условиям [5]:

$$\begin{aligned} c_s > 0; & \quad \lim_{s \rightarrow \infty} c_s = 0; \\ \Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j)) \geq 0; & \quad \int_{\Omega(u)} \Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j)) du^j < \infty; \\ \lim_{s \rightarrow \infty} c_s^m = \infty; & \quad \lim_{s \rightarrow \infty} c_s^{-1} \Phi(c_s^{-1}(u^j - u_i^j)) = \delta(u^j - u_i^j). \end{aligned} \quad (2)$$

Настройка коэффициента размытости ядра осуществляется с помощью скользящего экзамена [7]. В качестве колоколообразной функции $\Phi(z)$, $z = c_s^{-1}(u^j - u_i^j)$ могут быть использованы различные функции (треугольное, прямоугольное, квадратическое ядро).

В настоящей работе было выбрано параболическое ядро (ядро Епанечникова [8]):

$$\Phi(z) = \begin{cases} 0,75(1 - z)^2, & \text{если } |z| \leq 1; \\ 0, & \text{если } |z| > 1. \end{cases} \quad (3)$$

Для получения прогноза выхода объекта в точке $u^j = (u_1^j, u_2^j, \dots, u_m^j)$ необходимо по определенному правилу усреднить значения выхода для всех соседних точек выборки. Качество восстановления непараметрической оценки функции регрессии напрямую зависит от равномерности распределения точек в исходной выборке. Если же элементы выборки в пространстве входных и выходных переменных расположены неоднородно, то качество оценки будет низким.

Рассмотрим методику генерации рабочей выборки по исходным данным. При идентификации дискретно-непрерывных процессов недостатки в исходных данных заметно ухудшают качество моделирования, поэтому целесообразно проводить предварительный анализ исходных данных, направленный на улучшение их качества [9, 10]. Недостатки в выборке наблюдений при рассмотрении конвертерной плавки стали могут являться следствием причин технологического характера: различной дискретности контроля переменных, наличия дополнительных операций (например, додувок стали), сбоя датчиков контроля или следствием ошибки оператора. Под недостатками принято понимать пробелы в матрице наблюдений и выбросы, однако неоднородная плотность наблюдений в выборке также оказы-

вает негативное влияние на результат решения задачи идентификации [11].

Рассмотрим такие недостатки в выборке наблюдений, как «разреженность» и «пропуски» на примере объекта, имеющего две входные переменные u_1, u_2 и одну выходную x . Поле корреляции представлено на рис. 2.

В областях разреженностей небольшое количество элементов, соответственно, при получении оценки (1) качество восстановления будет низким, так как малое количество точек попадет под колокол функции (3). Если же в областях отсутствуют наблюдения (пропуски), то прогноз получить не удастся. Предлагается сформировать новую обучающую выборку на основе исходной путем генерации дополнительных наблюдений в областях разреженностей и пропусков. Такой подход аналогичен методу бустрап в том, что на основе исходной выборки наблюдений будет получена новая [12, 13]. Такие выборки используются для оценивания параметров модели или законов распределения [14, 15]. Ключевое отличие предлагаемой методики состоит в генерации новых наблюдений, причем параметрическая структура процесса исследователю неизвестна.

В этом случае алгоритм генерации рабочей выборки будет последовательно состоять из следующих этапов:

- По исходной выборке $\{u_i, x_i, i = \overline{1, s}\}$ вычисляем с помощью скользящего экзамена величину параметра размытости ядра c_s .
- Для каждого элемента выборки находим число элементов ρ_{cp} , которое попадает под колокол с радиусом c_s .
- Из основной выборки $\{u_i, x_i, i = \overline{1, s}\}$ выбираем 30 % наблюдений $\{\tilde{u}_i, \tilde{x}_i, i = \overline{1, s'}\}$, $s' = 0,3s$, с наибольшим числом элементов под колоколом: $\rho_i(u', x') < \rho_{cp}(u', x')$.
- Для всей выборки $\{\tilde{u}_i, \tilde{x}_i, i = \overline{1, s'}\}$, $s' = 0,3s$ вычисляем ρ_{cp} .
- Для всех наблюдений выборки $\{u_i, x_i, i = \overline{1, s}\}$ проверяем условие $\rho_i < \rho_{cp}$. Если условие выполняется, то генерируем k наблюдений в c_s окрестности i -ого наблюдения, где $k = \rho_{cp} - \rho_i$.
- Для всех сгенерированных наблюдений вычисляем выход модели с помощью непараметрической оценки функции регрессии (1).

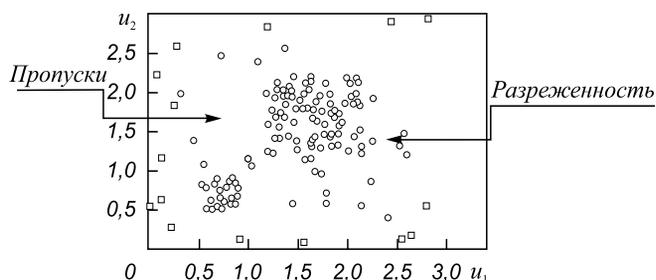


Рис. 2. Поле корреляции по входным переменным u_1 и u_2

Fig. 2. Correlation field for input variables u_1 and u_2

Таким образом, в областях разреженностей и пропусков будут сгенерированы новые наблюдения, плотность точек станет более однородной, под колокол функции (3) попадет большее количество точек, вследствие чего повысится качество идентификации. Сгенерированные элементы в совокупности с исходной выборкой будут составлять новую рабочую выборку, которую можно будет использовать в качестве обучающей при восстановлении оценки (1).

Многочисленные вычислительные эксперименты, проведенные с использованием средств статистического моделирования, подтвердили эффективность приведенной методики. Такие результаты, например, подробно описаны в работе [15].

Таким образом, можно сделать вывод, что генерация новой рабочей выборки из исходной, содержащей результаты натурных экспериментов, в несколько раз повышает точность восстановления стохастических зависимостей. Одновременно успешно может быть решена проблема восстановления зависимостей на границе области существования переменных.

Обработка экспериментальных данных. В настоящем исследовании обрабатывали данные паспортов плавок низкоуглеродистой стали. В исходную выборку ввели данные 176 плавок, выплавленных без нарушения технологической инструкции. При исследовании технологического процесса (рис. 1) были выделены 16 входных и 5 выходных переменных. Ключевыми переменными являются температура и химический состав стали на повалке: $x_1(u, \mu)$, $x_2(u, \mu)$, $x_3(u, \mu)$, $x_4(u, \mu)$, $x_5(u, \mu)$. Для перечисленных выходных переменных была построена непараметрическая оценка (1). Для оценки качества непараметрической модели вычислена квадратичная ошибка:

$$R = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s (x_{si} - x_i)^2;$$

здесь x_i – измеренное значение выходной переменной; x_{si} – полученная оценка.

Относительная ошибка прогнозирования вычисляется по формуле:

$$W = \sqrt{\frac{R}{D_s}},$$

где R – квадратичная ошибка; $D_s = \frac{1}{s-1} \sum_{i=1}^s (x_i - m_x)^2$ – несмещенная оценка дисперсии для выходной переменной объекта; m_x – оценка математического ожидания выхода объекта.

На первом этапе в качестве обучающей выборки использовали исходную выборку наблюдений, полученную при измерении входных и выходных переменных процесса. Число неопределенностей – количество элементов выборки, для которых не удалось получить

оценку (1). Неопределенность возникает, когда ни один элемент не попадает под колокол функции (3). По результатам моделирования видно (табл. 1), что ошибка прогнозирования W достаточно велика и почти равна единице для всех переменных, то есть $R \approx D_s$. Модель является грубой, показала неудовлетворительный результат. Кроме того, параметр c_s имеет достаточно большое значение, что негативно сказывается на качестве прогноза.

С помощью предложенной методики были сгенерированы новые наблюдения, которые в совокупности с исходной выборкой составили новую рабочую выборку. Теперь оценку (1) строили также для исходной выборки, но в качестве обучающей уже была использована новая рабочая выборка. Результаты моделирования представлены в табл. 2.

Использование новой рабочей выборки позволило повысить качество восстановления в среднем в два раза. Кроме того, количество элементов выборки, для которых не удалось получить оценку, значительно сократилось. Так, например, для переменной x_2 (содержание углерода) модель дает прогноз для всей выборки.

Выводы. Для решения задачи идентификации предложена методика получения рабочей выборки, дополняющей исходную. Применение этой методики позволяет наиболее полно использовать имеющиеся данные, учитывать их особенности и информацию, заключенную в них. Идентификация технологического процесса происходила в условиях малого количества априорной информации, когда структура объекта неизвестна. При обработке данных кислородно-конвертерной плавки генерация новой рабочей выборки позволила повысить

Таблица 1

Результаты моделирования по исходной выборке наблюдений

Table 1. Simulation results for the original sample of observations

Переменная	R	D_s	W	Число неопределенностей	c_s
Температура металла (x_1)	24,250	24,290	0,99	19	1,43
Содержание углерода (x_2)	0,016	0,016	1,00	24	1,60
Содержание марганца (x_3)	0,026	0,027	0,95	18	1,50
Содержание серы (x_4)	0,004	0,005	0,85	15	1,60
Содержание фосфора (x_5)	0,005	0,005	1,00	18	1,50

Т а б л и ц а 2

**Результаты моделирования
по рабочей выборке наблюдений**

*Table 2. Simulation results for the working sample
of observations*

Переменная	R	D_s	W	Число неопре- делен- ностей	c_s
Температура ме- талла (x_1)	11,7500	24,290	0,48	5	1,27
Содержание угле- рода (x_2)	0,0090	0,016	0,59	0	1,30
Содержание мар- ганца (x_3)	0,0170	0,027	0,63	2	1,50
Содержание серы (x_4)	0,0018	0,005	0,35	1	1,60
Содержание фос- фора (x_5)	0,0029	0,005	0,57	1	1,50

качество идентификации в два раза и получить прогноз для всех элементов выборки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Методы идентификации промышленных объектов в системах управления / С.В. Емельянов, С.К. Коровин, А.С. Рыков и др. – Кемерово: Кузбассвузиздат, 2007. – 307 с.
2. Методы классической и современной теории автоматического управления. В 5 томах. Т. 2. Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления / Под ред.

- К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. Т. 2. – М.: изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 640 с.
3. Медведев А.В. Основы теории адаптивных систем. – Красноярск: изд. СибГАУ, 2015. – 526 с.
4. Бойко В.И., Смоляк В.А. Автоматизированные системы управления технологическими процессами в черной металлургии: учебное пособие. – Днепропетровск: изд. ДГТУ, 1997. – 576 с.
5. Банникова А.В., Корнеева А.А., Корнет М.Е., Сергеева Н.А. О непараметрическом управлении стохастическим объектом с памятью // Вестник СибГАУ. 2014. Т. 55. № 3. С. 28 – 34.
6. Надарая Э.А. Непараметрическое оценивание плотности вероятностей и кривой регрессии. – Тбилиси: изд. Тбил. ун-та, 1983. – 194 с.
7. Лапко А.В., Ченцов С.В. Непараметрические системы обработки информации. – М.: Наука, 2000. – 350 с.
8. Епанечников В.А. Непараметрическая оценка многомерной плотности вероятности // Теория вероятностей и ее применения. 1969. Т. 14. № 1. С. 156 – 161.
9. Рубан А.И. Методы анализа данных: учебное пособие. – Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2004. – 319 с.
10. Загоруйко Н.Г. Прикладные методы анализа данных и знаний. – Новосибирск: изд-во ИМ СО РАН, 1999. – 264 с.
11. Чжан Е.А. К проблеме генерации выборки при идентификации безынерционных процессов // Вестник СибГАУ. 2015. Т. 16. № 2. С. 368 – 375.
12. Орлов А.И. Компьютерно-статистические методы: состояние и перспективы // Научный журнал КубГАУ. 2014. № 103 (09). С. 1 – 33.
13. Pilar García Soidán, Raquel Menezes, Óscar Rubiños. Bootstrap approaches for spatial data // Stoch Environ Res Risk Assess. 2014. No 28. P. 1207 – 1219.
14. Ji Meng Loh, Michael L. Stein. Spatial bootstrap with increasing observations in a fixed domain // Statistica Sinica. 2008. No. 18. P. 667 – 688.
15. Kunsch H.R. The jackknife and the bootstrap for general stationary observations // Ann. Statist. 2008. No 17. P. 1217 – 241.

Поступила 20 мая 2016 г.

IZVESTIYA VUZOV. CHERNAYA METALLURGIYA = IZVESTIYA. FERROUS METALLURGY. 2016. Vol. 59. No. 12, pp. 910–915.

ON NONPARAMETRIC MODELING ALGORITHMS OF BOF PROCESS

A.V. Medvedev¹, M.E. Kornet¹, E.A. Chzhan²

¹Siberian State Aerospace University named after Academician M.F. Reshetnev, Krasnoyarsk, Russia

²Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia

Abstract. The problem of data pre-processing in the identification of multi-dimensional discrete-continuous processes is considered. The main content of the paper is devoted to the method of generating working training sample from the initial one, represented by the data of the object normal operation. This step is very important in the non-parametric identification of discrete-continuous processes. Non-parametric identification algorithms belong to the class of local approximations of unknown stochastic dependencies. In nonparametric identification the step of selecting an object model to the accuracy up to the parameter vector is absent. This approach takes place in the variety of real problems, because the priori existing information is not enough to determine the reasonable parametric model structure. The procedure presented below is similar to butstrap based on the initial training sample, which reflects the characteristics of the identified object. Numerous computational experiments carried out by statistical modeling have showed high efficiency of generation techniques discussed below which is laid into the foundation of the adaptive system mode-

ling. In addition, it can automatically solve the problem of restoration an unknown stochastic dependence on the definition boundary of the relevant input-output object variables. The following technics and algorithms of nonparametric recovery stochastic dependencies were used to study the oxygen-converter process. A sample of observations made from passports of 176 low carbon oxygen steel melted by the contract at JSC “EVRAZ ZSMK” oxygen-converter workshop No. 2. New working sample which contains both the measurements and the generated data was formed according to the proposed methodology. Using the working sample makes it possible to increase the accuracy of the training simulation in 2–3 times.

Keywords: non-parametric modeling, priori information, discrete-continuous process, instantaneous process, sample of observations, data analysis, BOF process.

DOI: 10.17073/0368-0797-2016-12-910-915

REFERENCES

1. Emel'yanov S.V., Korovin S.K., Rykov A.S. etc. *Metody identifikatsii promyshlennykh ob'ektov v sistemakh upravleniya* [Methods of identification of industrial objects in the control systems]. Kemerovo: Kuzbassvuzizdat, 2007, 307 p. (In Russ.).

2. *Metody klassicheskoi i sovremennoi teorii avtomaticheskogo upravleniya. V 5 tomakh. T. 2. Statisticheskaya dinamika i identifikatsiya sistem avtomaticheskogo upravleniya* [Methods of classical and modern control theory. In 5 vols. Vol. 2. Statistical dynamics and identification of automatic control systems]. Pupkov K.A., Egupov N.D. eds. Moscow: izd. MGTU im. N.E. Baumana, 2004, 640 p. (In Russ.).
3. Medvedev A.V. *Osnovy teorii adaptivnykh sistem* [Basic theory of adaptive systems]. Krasnoyarsk: izd. SibGAU, 2015, 526 p. (In Russ.).
4. Boiko V.I., Smolyak V.A. *Avtomatizirovannye sistemy upravleniya tekhnologicheskimi protsessami v chernoii metallurgii: uchebnoe posobie* [Automated control systems of processes in the steel industry: Tutorial]. Dneprodzerzhinsk: izd. DGTU, 1997, 576 p. (In Russ.).
5. Bannikova A.V., Korneeva A.A., Kornet M.E., Sergeeva N.A. Non-parametric stochastic object control with memory. *Vestnik SibGAU*. 2014, vol. 55, no. 3, pp. 28–34. (In Russ.).
6. Nadaraya E.A. *Neparametricheskoe otsenivanie plotnosti veroyanostei i krivoi regressii* [Non-parametric estimation of probability density and regression curve]. Tbilisi: izd. Tbil. un-ta, 1983, 194 p. (In Russ.).
7. Lapko A.V., Chentsov S.V. *Neparametricheskie sistemy obrabotki informatsii* [Nonparametric data processing systems]. Moscow: Nauka, 2000, 350 p. (In Russ.).
8. Epanechnikov V.A. Non-parametric estimation of a multidimensional density of probability. *Teoriya veroyatnostei i ee primeneniya*. 1969, vol. 14, no. 1, pp. 156–161. (In Russ.).
9. Ruban A.I. *Metody analiza dannykh: uchebnoe posobie* [Methods of data analysis: Tutorial]. Krasnoyarsk: IPTs KGTU, 2004, 319 p. (In Russ.).
10. Zagoruiko N.G. *Prikladnye metody analiza dannykh i znanii* [Applied methods of data analysis and knowledge]. Novosibirsk: izd-vo IM SO RAN, 1999, 264 p. (In Russ.).
11. Chzhan E.A. On the problem of generation of the sample in the identification of non-inertia processes. *Vestnik SibGAU*. 2015, vol. 16, no. 2, pp. 368–375. (In Russ.).
12. Orlov A.I. Computer statistical methods: state and prospects. *Nauchnyi zhurnal KubGAU*. 2014, no. 103(09), pp. 1–33. (In Russ.).
13. Pilar Garcia Soidán, Raquel Menezes, Óscar Rubiños. Bootstrap approaches for spatial data. *Stoch Environ Res Risk Assess*. 2014, no. 28, pp. 1207–1219.
14. Ji Meng Loh, Michael L. Stein. Spatial bootstrap with increasing observations in a fixed domain. *Statistica Sinica*. 2008, no. 18, pp. 667–688.
15. Kunsch H.R. The jackknife and the bootstrap for general stationary observations. *Ann. Statist.* 2008, no. 17, pp. 1217–241.

Information about the authors:

A.V. Medvedev, Dr. Sci. (Eng.), Professor of the Chair “System Analysis and Operations Research” (saor_medvedev@sibsau.ru)

M.E. Kornet, Candidates for a degree of Cand. Sci. (Eng.) of the Chair “System Analysis and Operations Research”

(marya.kornet@gmail.com)

E.A. Chzhan, Postgraduate of the Chair of Information Systems (ekach@list.ru)

Received May 20, 2016