

УДК 669.046 : 536.12

К ТЕОРИИ НАГРЕВА В ПРОТИВОТОКЕ ТЕРМОМАССИВНЫХ ТЕЛ ИЗЛУЧЕНИЕМ И КОНВЕКЦИЕЙ ОДНОВРЕМЕННО

Тимошпольский В.И., д.т.н., профессор, директор по науке и новой технике (tree-89@mail.ru)

ЗАО ПИИ СИТ «НЕФТЕГАЗСТРОЙИЗОЛЯЦИЯ»
(04136, Украина, Киев, ул. Маршала Гречко, 14)

*Посвящается светлой памяти
крупного ученого-теплофизика
Юрия Степановича Постольника*

Аннотация. Сформулирована и решена задача о нагреве термически массивного тела в противотоке. Математическая модель рассматривает нагрев тел классической геометрии (плита, цилиндр, шар) излучением и конвекцией одновременно, а также линейно зависящие теплофизические характеристики от температуры. Исходные уравнения теплообмена в наибольшей степени реализуют процессы технологии нагрева металла в методических печах прокатного производства. Решение дважды нелинейной задачи реализовано методом эквивалентных источников – эффективным математическим аппаратом при решении различных, в том числе прикладных задач металлургической теплотехники. Тестирование приближенного аналитического решения в соответствии с алгоритмом МЭИ выполнено для следующих случаев: для метода Кавадерова – Калугина (случай чисто лучистого нагрева пластины) и численного решения в соответствии с алгоритмом явной конечно-разностной аппроксимации исходной системы дифференциальных уравнений. Сопоставление результатов вычислений по всем методам показало удовлетворительное согласование, а наличие решения в явном виде с возможностью его упрощения доказывает целесообразность применения в теплотехнических расчетах металлургических печей.

Ключевые слова: нагрев, термически массивное тело, противоток, дважды нелинейная задача, метод эквивалентных источников.

DOI: 10.17073/0368-0797-2016-7-497-503

Исследованию нагрева материалов при использовании теоретической схемы противоточного теплообмена посвящено значительное количество публикаций [1 – 5]. Однако, если использовать при этом многочисленные решения в теплотехнических расчетах металлургических печей, становится очевидным, что наиболее эффективным математическим методом для классического рассмотрения теоретического противотока являются исследования, выполненные Э.М. Гольдфарбом [2]. Основываясь именно на рассмотрении задачи в объединенной постановке Ю.С. Постольником самостоятельно [6], а затем в соавторстве с коллегами [7 – 8], теоретически исследованы некоторые случаи нагрева термически массивных тел в противотоке, в том числе и в постановке, отличной от представленной в работе [2]. В качестве математического метода решения целого ряда задач металлургической теплотехники (в том числе и нелинейных) использовался метод эквивалентных источников (МЭИ) [9, 10], который имеет ряд достоинств, а в некоторых случаях продемонстрировал преимущества по сравнению с другими аналитическими методами теории теплопроводности [11 – 15].

Исследуя противоток, в работе [8] приведены аналитические решения задач внутреннего теплообмена с учетом задания на поверхности нагреваемых тел граничного условия в нелинейной интерпретации,

что, по сути, и приближает сам ход процесса к реальным условиям внешнего теплообмена в металлургических теплотехнологиях. Следует также отметить, что подобные исследования применительно к обозначенному классу задач [8] теории нагрева ранее не проводились.

Автором с коллегами на протяжении длительного периода времени уделяется значительное внимание применению, а точнее говоря внедрению МЭИ в металлургическую теплотехнику. Это объясняется, прежде всего, тем обстоятельством, что получение решения в явном виде способствует расширению диапазона его применения, например при исследовании термонапряженного состояния термонагружаемых объектов. Термомеханические процессы практически всегда сопровождают процессы тепловой обработки в металлургических технологиях в связи с тем, что основные металлургические процессы (плавление, затвердевание, кристаллизация, нагрев) протекают в интервалах времени высоких температур, при этом в таких диапазонах, когда термическая прочность материалов предопределяет самоорганизацию всей технологии. Такой подход способствует практическому применению разрабатываемых методик тепловых и термомеханических расчетов, что достаточно эффективно продемонстрировано в научных изданиях и учебниках [16, 17].

Вместе с этим еще не все тепловые задачи классического толкования исследованы и решены с применением эффективного физико-математического метода эквивалентных источников. К категории таких задач относится нагрев материалов в противотоке с переменными теплофизическими характеристиками.

В связи с изложенными выше замечаниями рассмотрим задачу о нагреве термомассивных объектов газами в противотоке конвекцией и излучением одновременно, что по существу в наибольшей степени приближает такую формулировку к нагреву слитков и заготовок в газопламенных методических печах прокатного производства.

Математическая модель

Проведенные ранее исследования [17] показали, что наиболее существенное влияние в теплотехнических расчетах создает функциональная зависимость коэффициента теплопроводности твердых тел $\lambda(T)$. Показано, что в целом ряде практических случаев теплофизические характеристики принимают в следующем виде

$$\lambda(T) = \lambda_0 + \delta_\lambda T = \lambda_0 \left(1 + \frac{\delta_\lambda T}{\lambda_0} \right); \quad \tilde{a} = \frac{\tilde{C}_v}{\lambda_0} = \text{const}; \quad (1)$$

$$\frac{\xi^m (1 + \varepsilon_\lambda \theta) \frac{\partial \theta}{\partial \xi}}{\xi^m \partial \xi} = \frac{\partial \theta}{\partial \tau}; \quad (2)$$

$$(1 + \varepsilon_\lambda \theta_n(\tau)) \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{\xi=1} = \text{Sk} \left[(\theta_r^4(\tau) - \theta_n^4(\tau)) + \zeta (\theta_r(\tau) - \theta_n(\tau)) \right]; \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = 0; \quad (4)$$

$$\frac{d\theta_r}{d\tau} = \text{Sk} \left[(\theta_r^4(\tau) - \theta_n^4(\tau)) + r (\theta_r(\tau) - \theta_n(\tau)) \right] n_m; \quad (5)$$

$$\theta(\xi, 0) = \theta_0 = \theta' = \text{const}, \quad \theta_r(0) = \theta'' = 1, \quad (6)$$

где введены безразмерные величины

$$\theta(\xi, \tau) = \frac{T(\xi, \tau)}{T_r''}, \quad \xi = \frac{r}{R}, \quad \tau = \frac{at}{R^2}, \quad \varepsilon_\lambda = \frac{\delta_\lambda T_r''}{\lambda_0},$$

$$\text{Sk} = \frac{\sigma_b T_r''^3 R}{\lambda_0}, \quad \text{Bi} = \frac{\alpha R}{\lambda_0}, \quad \zeta = \frac{\text{Bi}}{\text{Sk}},$$

$$n = \frac{Vc}{V_r c_r}, \quad n_m = (1 + m)n. \quad (7)$$

Здесь T, T_r – абсолютные температуры тела и газа, К; r – отсчитываемая от центра координата точки тела, м; $2R$ – толщина пластины или диаметр цилиндра, шара, м; t – время, ч; λ_0 – условное значение коэффициента те-

плопроводности, соответствующее температуре $T = 0$, Вт/(м·К); $V = FR/(1 + m)$ – объем тела, м³; F – теплопринимающая поверхность тела, м²; V_r – объем газа, м³; n – отношение водяных чисел; T', T_r' и T'', T_r'' – температуры тела и газа соответственно на входе и выходе; λ_0 – теплопроводность при начальной температуре; δ_λ – тангенс угла наклона при линейной зависимости λ от температуры (T); a – коэффициент температуропроводности; C_v – теплоемкость; ξ – безразмерная координата; m – коэффициент формы; $\varepsilon_\lambda, \varepsilon_c$ – безразмерные величины, характеризующие переменность теплопроводности и теплоемкости от температуры (в линейной зависимости); Sk – критерий Старка; θ – безразмерная температура; p – поверхность; g – дымовой газ; θ – безразмерная температура.

Алгоритм решения.

Вывод расчетных соотношений

В инерционном периоде нагревания ($0 \leq \tau \leq \tau_0$; $\beta(\tau) \leq \xi \leq 1$) используем полученное ранее [17] для температурной функции решение по МЭИ

$$\theta_1(\xi, \tau) = \theta' + \Delta\theta_1(\tau) \frac{(\xi - \beta(\tau))^2}{l^2(\tau)}, \quad (8)$$

где $\Delta\theta_1(\tau) = \theta_{1n}(\tau) - \theta'$ – температурный перепад по толщине $l(\tau) = 1 - \beta(\tau)$ прогретого (термического) слоя.

Ввиду сравнительной быстротечности протекания инерционного этапа для тел умеренной массивности, примем функцию $l(\tau)$, удовлетворяющую известному «закону квадратного корня» [6]:

$$l(\tau) = \sqrt{6(1+m)(1 + \varepsilon_\lambda \theta')\tau}. \quad (9)$$

Тогда температурный перепад $\Delta\theta_1(\tau)$ определим по уравнению

$$\frac{d(\Delta\theta_1 l(\tau))}{d\tau} = \frac{6(1+m)(1 + \varepsilon_\lambda \theta')\Delta\theta_1(\tau)}{l(\tau)}, \quad (10)$$

что с учетом (9) дает решение

$$\Delta\theta_1(\tau) = \frac{\tau}{l(\tau)} = \sqrt{\frac{\tau}{6(1+m)(1 + \varepsilon_\lambda \theta')}}. \quad (11)$$

Подставляя производную функцию $\theta_1(\xi, \tau)$ (8) по координате ξ в граничное условие (3), а затем в условие теплового баланса (5), приходим к дифференциальному уравнению

$$\frac{d\theta_{1r}(\tau)}{d\tau} = \frac{2n_m (1 + \varepsilon_\lambda \theta_{1n}(\tau)) \Delta\theta_1(\tau)}{l(\tau)}. \quad (12)$$

Учитывая функции $l(\tau)$ из (9) и $\Delta\theta_1(\tau)$ из (1), получаем решение уравнения (12):

$$\theta(\tau) = 1 + \frac{n\tau}{3} \left[1 + \frac{\varepsilon_\lambda l(\tau)}{9(1+m)(1+\varepsilon)} \right]. \quad (13)$$

На регулярном (упорядоченном) этапе ($\tau_0 \leq \tau \leq \tau_*$; $0 \leq \xi \leq 1$) разрешающее уравнение МЭИ принимаем в виде

$$\frac{\partial \left[\xi^m (1 + \varepsilon_\lambda \theta_2) \frac{\partial \theta_2}{\partial \xi} \right]}{\xi^m \partial \xi} = f_2(\tau), \quad (14)$$

где сам «эквивалентный источник» $f_2(\tau)$ будем определять из интегрального условия:

$$f_2(\tau) = \frac{(1+m)d \left[\int_0^1 \theta_2(\xi, \tau) \xi^m d\xi \right]}{d\tau}. \quad (15)$$

Интегрируя уравнение (14) дважды по ξ с учетом краевых условий (3), (4) получим

$$f_2(\tau) = (1+m) \text{Sk} \left\{ \left[\theta_{2r}^4(\tau) - \theta_{2n}^4(\tau) \right] + \zeta \left[\theta_{2r}(\tau) - \theta_{2n}(\tau) \right] \right\}; \quad (16)$$

$$\theta_2(\xi, \tau) = \frac{1}{\varepsilon_\lambda} \left\{ \sqrt{\left[1 + \varepsilon_\lambda \theta_{2n}(\tau) \right]^2 - \varepsilon_\lambda \text{Sk} \times \left\{ \left[\theta_{2r}^4(\tau) - \theta_{2n}^4(\tau) \right] + \zeta \left[\theta_{2r}(\tau) - \theta_{2n}(\tau) \right] \right\} \times \left(1 - \xi^2 \right)} - 1 \right\}. \quad (17)$$

Для использования основного интегрального условия (15) заменим радикал в (17) двумя членами его степенного ряда. Последующее интегрирование снизит погрешность от этого упрощения

$$\theta_2(\xi, \tau) = \theta_{2n}(\tau) - \Delta\theta_2(\tau)(1 - \xi^2), \quad (18)$$

где

$$\theta_2(\tau) = \theta_{2n}(\tau) - \theta_{2n}(\tau) = \text{Sk} \left(\frac{\left[\theta_{2r}^4(\tau) - \theta_{2n}^4(\tau) \right] + \zeta \left[\theta_{2r}(\tau) - \theta_{2n}(\tau) \right]}{2 \left[1 + \varepsilon_\lambda \theta_{2n}(\tau) \right]} \right). \quad (19)$$

С другой стороны, при сопоставлении выражений (16) и (5) становится очевидным, что $\dot{f}_2(\tau) = \frac{\dot{\theta}_{2r}(\tau)}{n}$, и в этом случае условие (15) переходит в дифференциальное уравнение

$$\frac{d\theta_{2r}}{d\tau} = \dot{\theta}_r(\tau) = n_m d \left\{ \int_0^1 \left[\theta_{2n}(\tau) - \Delta\theta_2(\tau)(1 - \xi^2) \right] \xi^m d\xi \right\}, \quad (20)$$

интегрирование которого устанавливает связь между температурами дымовых газов и нагрева металла

$$\theta_{2r}(\tau) = \left[\frac{\theta_{2n}(\tau) - 2\Delta\theta_2(\tau)}{3+m} - D \right] n. \quad (21)$$

Применив в качестве начальных условий полученные решения (11) и (13) задачи на первом этапе при $\tau = \tau_0$ и $l(\tau_0) = 1$, приходим к значению постоянной интегрирования

$$D = \theta' - \frac{1}{n} + \frac{2 \left[\frac{m}{3+m} + 2\varepsilon_\lambda \Delta\theta_{10}^2 \right] \Delta\theta_{10}}{3}. \quad (22)$$

Следует заметить, что среднемассовая температура тела при $\theta_2(\xi, \tau)$ (18) равна

$$\bar{\theta}_2 = (1+m) \int_0^1 \xi^m \theta_2(\xi, \tau) d\xi = \theta_{2n}(\tau) - \frac{2}{3+m} \Delta\theta_2(\tau). \quad (23)$$

Тогда с учетом (22) и (23) выражение (21) принимает вид

$$\theta_{2r}(\tau) = \left[\bar{\theta}_2(\tau) - D \right] n. \quad (24)$$

Из условия (5) имеем

$$\theta_{2n}(\tau) = \theta_{2r}(\tau) \sqrt{1 - \frac{\frac{\dot{\theta}_{2r}(\tau)}{\theta_{2r}^4(\tau)}}{n_m \text{Sk} \left[1 + \zeta \left(\frac{\theta_{2r}(\tau) - \theta_{2n}(\tau)}{\theta_{2r}^4(\tau) - \theta_{2n}^4(\tau)} \right) \right]}}}. \quad (25)$$

Следуя рекомендациям [10, 15], положим

$$k_1 = 1 + \zeta \left(\frac{\theta_{2r}(\tau) - \theta_{2n}(\tau)}{\theta_{2r}^4(\tau) - \theta_{2n}^4(\tau)} \right) \approx 1 + \zeta \left(\frac{0,275 + 0,058m}{\text{Sk}} \right). \quad (26)$$

Такое упрощение после замены радикала (25) двумя членами разложения в ряд дает

$$\theta_{2n}(\tau) = \frac{\theta_{2r}(\tau) - \dot{\theta}_{2r}(\tau)}{4n_m \text{Sk} k_1 \theta_{2r}^3(\tau)}. \quad (27)$$

Формулы (19) и (21) с учетом (26) позволили исключить из выражения (27) все функции температуры поверхности и получить дифференциальное уравнение относительно температуры газа

$$\left(\frac{(3+m) \left[1 + \varepsilon_\lambda \theta_{2r}(\tau) \right] + 4k_1 \text{Sk} \theta_{2r}^3(\tau)}{\left[1 + \varepsilon_\lambda \theta_{2r}(\tau) \right] \left[1 - k_2 \theta_{2r}(\tau) \right]} \right) d\theta_{2r} = 4(1+m)(3+m)k_1 \theta_c \text{Sk} d\tau, \quad (28)$$

где $k_2 = (1-n)/\theta_c$; $\theta_c = -nD$.

Интегрируя уравнение (28) методом разложения левой части на простые дроби, получаем трансцендентное уравнение

$$\Phi_r(\tau) - \Phi_r^0 = 4(1+m) \left(\frac{\theta_c k_1}{k_2^2} \right) \text{Sk}(\tau - \tau_0), \quad (29)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi_r(\tau) &= \ln \theta_{2r}(\tau) - p \ln [1 - k_2 \theta_{2r}(\tau)] + \\ &+ (p-1) \ln [1 + \varepsilon_\lambda \theta_{2r}(\tau)] - \frac{1 + 2k_2 \theta_{2r}(\tau)}{2k_2^2 \theta_{2r}^2(\tau)}; \quad (30) \\ p &= 1 + \frac{4k_1 \text{Sk}}{(3+m)(k_2 + \varepsilon_\lambda)k_2^2}, \end{aligned}$$

по которому вычисляется температура $\theta_{2r}(\tau)$ греющей среды (дымовых газов).

Зная температуру $\theta_{2r}(\tau)$, температуру поверхности нагреваемого материала находим из решения алгебраического уравнения

$$\theta_{2n}^4(\tau) + a_{2n} \theta_{2n}^2(\tau) + a_{1n}(\tau) \theta_{2n}(\tau) = a_{0n}(\tau), \quad (31)$$

которое получается из выражения (21) с учетом (19). При этом

$$\begin{aligned} a_{2n} &= \varepsilon_\lambda (h + \zeta), \quad h = \frac{3+m}{\text{Sk}}; \\ a_{1n}(\tau) &= (h + \zeta) \left[1 + \frac{\varepsilon_\lambda (\theta_c - \theta_{2r}(\tau))}{n} \right]; \quad (32) \\ a_{0n}(\tau) &= \theta_{2r}^4(\tau) + h \left[\frac{1+n\zeta}{h} \theta_{2r}(\tau) - \theta_c \right]. \end{aligned}$$

В дальнейшем, зная $\theta_{2r}(\tau)$ и $\theta_{2n}(\tau)$, по решению (17) при $\xi = 0$ вычисляем температуру центра $\theta_{2n}(\tau)$, далее по (19) – температурный перепад $\Delta\theta(\tau)$, а по (23) – среднемассовую температуру материала $\bar{\theta}_2(\tau)$.

Время τ_* окончания нагрева определяется по решению (29), (30) в предположении, что $\theta_{2n}(\tau_*) = \theta_{2n}^* = \eta \theta_{2r}^*$, где η – наперед задаваемый показатель степени завершения процесса нагрева.

Подставляя в уравнения (31), (32) $\theta_{2n}^* = \eta \theta_{2r}^*$, приходим к такому же алгебраическому уравнению как (31), но уже относительно θ_{2r}^* . При этом новые коэффициенты имеют вид:

$$\begin{aligned} a_{2r} &= \varepsilon_\lambda \eta h_*; \quad a_{1r} = h_* \left(1 + \frac{\zeta}{h_*} \frac{1-\eta}{1-\eta^*} - \frac{\varepsilon_\lambda \eta \theta_c}{1-m\eta} \right); \quad (33) \\ a_{0r} &= \frac{h_* \theta_c}{1-m\eta}, \end{aligned}$$

где $h_* = \frac{h(1-m\eta)}{n(1-\eta^4)}$.

После этого, зная θ_{2r}^* , из выражения (29) определяем суммарную (общую) продолжительность нагрева:

$$\tau_* = \tau_0 + \frac{k_2^2 (\Phi_r^* - \Phi_r^0)}{4(1+m)k_1 \text{Sk} \theta_c}. \quad (34)$$

Таким образом, можно резюмировать, что сформулированная исходная краевая задача о нагреве термочувствительных тел в радиационно-конвективном противотоке решена методом эквивалентных источников.

Анализ и обобщение решения математической модели (1) – (7)

По аналогии с ранее полученными многочисленными решениями различных задач металлургической теплотехники, для тестирования собственных решений пользовались сопоставлением результатов вычислений с исследованиями других авторов, в том числе с точными аналитическими решениями и вычислениями, полученными численными методами [9, 13, 15], и даже с данными экспериментов, полученными в производственных условиях [16, 17].

В данном варианте поступили следующим образом. Полагаем $\varepsilon_\lambda = 0$; $\xi = 0$; $n = 0$. Приходим к частному решению исходной задачи для случая лучистого нагрева пластины при неизменяющихся теплофизических характеристиках, т.е. к постановке и решению [3]. Для конкретного частного случая имеем: $m = 0$; $\text{Sk} = 0,5$; $n = 0,5$; $\theta' = 0,5$; $\eta = 0,99$. На рис. 1 в графической форме представлены кривые изменения температур, рассчитанные с помощью АВМ (гидроинтегратор Будрина) [3] и по МЭИ. Здесь же дано сопоставление результатов вычислений с численным интегрированием опорной задачи при использовании конечно-разностной аппроксимации по явной схеме. Очевидно практически полное согласование сопоставляемых расчетных данных

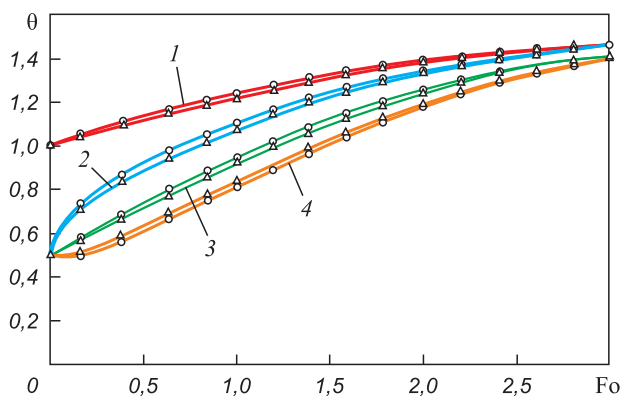


Рис. 1. Расчетные кривые нагрева пластины в условиях радиационного противотока:
1 – температура дыма; 2 – температура поверхности; 3 – температура центра; 4 – среднемассовая температура;
—△— вычисления [3]; —○— МЭИ; — — численное решение

Fig. 1. Theoretical curves of heating a plate in radiation counterflow:
1 – temperature of the smoke; 2 – temperature of the surface;
3 – temperature of the center; 4 – temperature of the bulk;
—△— calculations [3]; —○— ESM; — — numerical solution

по трем способам моделирования температур с учетом противоточной схемы теплообмена.

Далее выполнили вычисления, направленные на изучение эффективности применения разработанной методики расчета для чисел n и Sk . Например на рис. 2 представлены результаты вычислений искомых значений температур для различных значений числа n (отношения водяных чисел). Показано, что в теплотехнических расчетах металлургических печей полученное решение (17), (19), (21), (23) – (25), (29) – (31) эффективно «работает» для случаев $0,5 \leq n \leq 0,75$: при $n \leq 0,75$ исследуемый процесс имеет выраженный сходящийся характер, а при $n > 0,75$ процесс расходящийся и применение найденного решения не-

целесообразно. Такие или подобные этим результаты, как правило, всегда фигурируют при использовании того или иного варианта в аналитической металлургической теплофизике, особенно при использовании решений задач с различными видами нелинейностей (I, II и III рода [17]).

При варьировании, например числом Sk , расчеты показали, что найденное решение задачи в исходной постановке (1) – (7) эффективно и достаточно надежно «работает» для случаев $0,25 \leq Sk \leq 0,75$ (тела умеренной массивности) и в этом варианте имеется возможность выполнения комплексных теплотехнических расчетов различных газопечных установок, функционирующих в противоточных схемах нагрева металла.

Для случаев, когда имеет место нагрев при значении $Sk \leq 0,2$, максимальное и одновременно постоянное значение температурного перепада $\Delta\theta$ наблюдается с окончанием инерционного периода ($0 \leq \tau \leq \tau_0$) и остается постоянной величиной практически во всем периоде технологического цикла нагрева.

Просчитан пример нагрева пластины в противотоке при следующих исходных данных: $n = 0,5$; $Sk = 0,15$; $\theta_0 = 0,5$; $Fo = \tau_* = 3$; $\theta' = 1,0$. Результаты вычислений представлены на рис. 3. Здесь очевидно, что имеет место режим нагрева, практически соответствующий нагреву «термически тонкого» тела, что, по сути, согласуется с графической интерпретацией для пребывания тела в зоне для «термически массивных» и «тонких» тел. Для конкретных вариантов в регулярном периоде нагрева $\tau_0 \leq \tau \leq \tau_*$ возможно использование упрощенных решений, например [18].

Выводы. Математически сформулирована и при помощи МЭИ решена дважды нелинейная задача нагрева термически массивных тел в теоретическом противото-

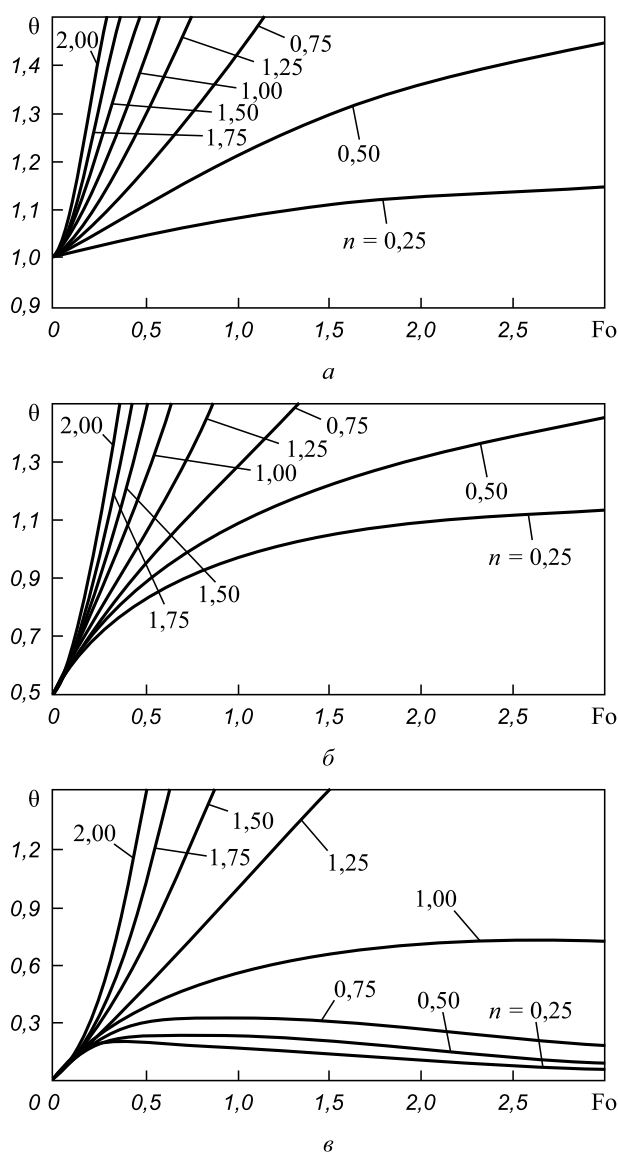


Рис. 2. Графики изменения температуры дыма (а), поверхности (б) и температурного перепада (в) для различных заданных значений водяных чисел $n = 0,25; 0,5; \dots 2,0$

Fig. 2. Diagrams of changes of temperature of the smoke (а), temperature of the surface (б) and temperature of the drop (в) for different given values of water equivalents: $n = 0,25; 0,5; \dots 2,0$

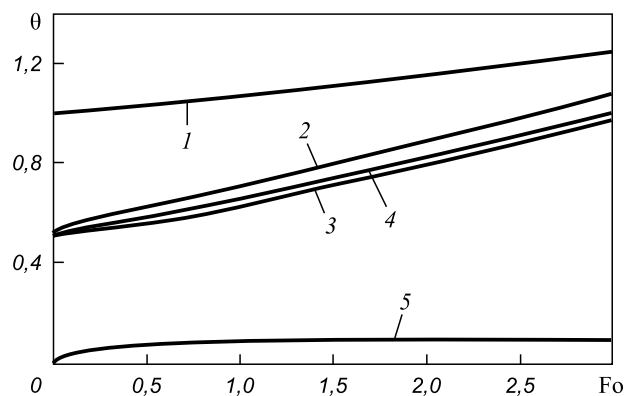


Рис. 3. Динамика температур дымовых газов и пластины при значении числа $Sk = 0,15$:

1 – температура дымовых газов; 2 – 4 – температуры поверхности пластины, центра и среднемассовая соответственно; 5 – температурный перепад

Fig. 3. Temperature dynamics of furnace gases and plate at $Sk = 0,15$: 1 – temperature of furnace gases; 2 – 4 – temperatures of the plate surface, center and bulk respectively; 5 – temperature of the drop

ке. Решение сформулированной задачи реализовано для двух последовательных периодов нагрева: инерционного ($0 \leq \tau \leq \tau_0$) и упорядоченного (регулярного) ($\tau_0 \leq \tau \leq \tau_*$).

При использовании обобщенного решения исходной математической модели в рамках введенных допущений приведены примеры расчетов нагрева пластины с целью доказательства необходимой и достаточной для целей практического применения точности расчетного метода при нагреве металла в печных агрегатах различной конструкции, используемых в прокатном производстве.

Сопоставление различных способов расчетов (гидростатический интегратор Будрина, численный метод по явной аппроксимации и МЭИ) доказало эффективность разработанной методики для вполне реальных в металлургической теплотехнике значений исходных параметров $0,5 \leq n \leq 0,75$; $0,25 \leq Sk \leq 1,0$.

Несмотря на видимую сложность приведенных решений (17), (19), (21), (23) – (25), (29), рекомендуется использование их в теплотехнических расчетах в связи с отсутствием подобных базовых (инженерных) методов расчетов противоточного теплообмена излучением и конвекцией одновременно.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- Иванцов Г.П., Любов Б.Я. Прогрев кусковых материалов в условиях противотока // ДАН СССР. 1952. Т. 85. № 5. С. 993 – 995.
- Гольдфарб Э.М. Теплотехника металлургических процессов. – М.: Металлургия, 1967. – 439 с.
- Кавадеров А.В., Калугин В.Н. Закономерности нагрева массивного тела излучением в противотоке // Нагрев металла и работа нагревательных печей: Сб. науч. тр. ВНИИМТ. – Свердловск: Металлургиздат, 1960. № 6. С. 59 – 70.
- Китаев, Б.И., Ярошенко Ю.Г., Сучков В.Д. Теплообмен в шахтных печах. – М.: Металлургиздат, 1957. – 280 с.
- Глинков М.А., Глинков Г.М. Общая теория печей. – М.: Металлургия, 1978. – 264 с.
- Постольник Ю.С. К расчету температур и времени нагрева массивных тел при противоточном теплообмене // Изв. вуз. Черная металлургия. 1990. № 9. С. 84 – 86.
- Постольник Ю.С., Тимошпольский В.И., Андрианов Д.Н., Ратников П.Э. Инженерные методы расчета различных режимов нагрева термомассивных объектов в металлургических теплотехнологиях в условиях противотока. 1. Состояние вопроса. Конвективный нагрев // Инженерно-физический журнал. 2004. № 4. Т. 77. С. 3 – 9.
- Постольник Ю.С., Тимошпольский В.И., Андрианов Д.Н., Трусова И.А. Инженерные методы расчета различных режимов нагрева термомассивных объектов в металлургических теплотехнологиях в условиях противотока. 2. Радиационный и радиационно-конвективный противоточный нагрев // Инженерно-физический журнал. 2004. № 6. Т. 77. С. 3 – 12.
- Постольник Ю.С. Лучистый нагрев тел простейшей формы // Инженерно-физический журнал. 1965. № 1. Т. 8. С. 64 – 71.
- Постольник Ю.С. Температурный расчет пластинки и цилиндра, нагреваемых одновременно излучением и конвекцией // Инженерно-физический журнал. 1969. № 6. Т. 16. С. 1082 – 1086.
- Постольник Ю.С. Метод эквивалентных источников в задачах нестационарной теплопроводности. – В кн.: Теплообмен и гидродинамика. – Киев: Наукова думка, 1977. С. 161 – 167.
- Постольник Ю.С. Симметричный конвективный нагрев призмы при переменном во времени коэффициенте теплообмена // Изв. вуз. Энергетика. 1972. № 3. С. 145 – 147.
- Тимошпольский В.И. Инженерный способ расчета массивных тел в условиях лучистого теплообмена // Изв. вуз. Черная металлургия. 1986. № 7. С. 126 – 129.
- Постольник Ю.С., Гаранчук В.А., Губа В.М. Исследование теплопроводности с функционально зависящими параметрами // Изв. вуз. Черная металлургия. 1973. № 6. С. 140 – 145.
- Постольник Ю.С., Тимошпольский В.И. Радиационно-конвективный нагрев неограниченного цилиндра с функционально зависящими теплофизическими характеристиками // Изв. вуз. Энергетика. 1980. № 3. С. 121 – 124.
- Промышленные теплотехнологии: Моделирование нелинейных процессов: Учебник / В.И. Тимошпольский, И.А. Трусова, А.П. Несенчук и др.: Под общ. ред. В.И. Тимошпольского, А.П. Несенчука. – Минск: Выш. школа, 2000. – 319 с.
- Тимошпольский В.И., Постольник Ю.С., Андрианов Д.Н. Теоретические основы теплофизики и термомеханики в металлургии. – Минск: Бел. навука, 2005. – 560 с.
- Ростковский С.Е. Передача тепла излучением при противотоке (к теории методических нагревательных печей) // Теплотехника слитка и печей: Сб. тр. ЦНИИЧМ. – М.: Металлургиздат, 1953. Вып. 2 (5). С. 17 – 25.

Поступила 4 августа 2015 г.

IZVESTIYA VUZOV. CHERNAYA METALLURGIYA = IZVESTIYA. FERROUS METALLURGY. 2016. VOL. 59. NO. 7, PP. 497–503.

ON THE THEORY OF COUNTERFLOW HEATING OF THERMALLY MASSIVE BODIES BY RADIATION AND CONVECTION SIMULTANEOUSLY

V.I. Timoshpol'skii

CJSC PII SIT "NEFTEGAZSTROIHZOLYATSIYA", Kiev, Ukraine

Abstract. The task of counterflow heating of thermally massive bodies was defined and solved. The mathematical model considers heating bodies of classical geometry (panel, cylinder and sphere) by radiation and convection simultaneously, as well as linearly dependent thermal characteristics from temperature. Initial equations of heat exchange were mostly realized through technological processes of metal heating in continuous furnaces of rolling manufacture. The solution of double nonlinear problem was realized by the equivalent sources method (ESM) which is an effective mathematical apparatus to solve different tasks, including applied problems of metallurgical

thermal engineering. Testing of approximate analytical solution in accordance with ESM algorithm was fulfilled for the following cases: for Kavaderov-Kalugin method (case of plate pure radiant heating) and numerical solution in accordance with the algorithm of apparent finite-difference approximation of the initial system of differential equations. Comparison of computational results of all methods showed a satisfactory fit and the availability of solution in an explicit form with an opportunity to simplify it proves the advisability of its application in heating engineering calculations of metallurgical furnaces.

Keywords: heating, thermally massive bodies, counterflow, double nonlinear problem, equivalent sources method.

DOI: 10.17073/0368-0797-2016-7-497-503

REFERENCES

1. Ivantsov G.P., Lyubov B.Ya. Counterflow heating of lump materials. *DAN SSSR*, 1952, vol. 85, no. 5, pp. 993–995. (In Russ.).
2. Gol'dfarb, E.M. *Teplotekhnika metallurgicheskikh protsessov* [Thermal engineering of metallurgical processes]. Moscow: Metallurgiya, 1967, 439 p. (In Russ.).
3. Kavaderov A.V., Kalugin V.N. Regularities of heating a massive body in counterflow radiation. In: *Nagrev metalla i rabota nagrevatel'nykh pechei: Sb. nauch. tr. VNIIMT* [Heating of metal and work of heating furnaces: Coll. of VNIIMT reports]. Sverdlovsk: Metallurgizdat, 1960, no. 6, pp. 59–70. (In Russ.).
4. Kitaev, B.I., Yaroshenko Yu.G., Suchkov V.D. *Teploobmen v shakhtnykh pechakh* [Heat exchange in shaft furnaces]. Moscow: Metallurgizdat, 1957, 280 p. (In Russ.).
5. Glinkov M.A., Glinkov G.M. *Obshchaya teoriya pechei* [General theory of furnaces]. Moscow: Metallurgiya, 1978, 264 p. (In Russ.).
6. Postol'nik Yu.S. To the calculations of temperatures and time of heating massive bodies in counterflow heat exchange. *Izvestiya VUZov. Chernaya metallurgiya = Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 1990, no. 9, pp. 84–86. (In Russ.).
7. Postol'nik Yu.S., Timoshpol'skii V.I., Andrianov D.N., Ratnikov P.E. Engineering methods of calculation of different regimes of heating of thermally massive objects in metallurgical heat technologies under countercurrent conditions. 1. State of the problem. *Convective heating. Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 2004, vol. 77, no. 4, pp. 679–687.
8. Postol'nik Yu.S., Timoshpol'skii V.I., Andrianov D.N., Trusova I.A. Engineering methods of calculation of different regimes of heating of thermally massive objects in metallurgical heat technologies under countercurrent conditions. 2. Radiative and radiative-convective countercurrent heating. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 2004, vol. 77, no. 6, pp. 1069–1079.
9. Postol'nik Yu.S. Radiant heating of simple shapes. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 1965, vol. 8, no. 1, pp. 47–53.
10. Postol'nik Yu.S. Temperature calculation of a plate and a cylinder heated by radiation and convection simultaneously. *Inzhenerno-Fizicheskii Zhurnal*. 1969, no. 6, vol. 16, pp. 1082–1086. (In Russ.).
11. Postol'nik Yu.S. The equivalent sources method in the problems of non-standard conductivity. In: *Teploobmen i gidrodinamika* [Heat exchange and hydrodynamics]. Kiev: Naukova dumka, 1977, pp. 161–167. (In Russ.).
12. Postol'nik Yu.S. Symmetrical convection heating of a prism with a time-alternate heat exchange coefficient. *Izvestiya VUZov. Energetika*. 1972, no. 3, pp. 145–147. (In Russ.).
13. Timoshpol'skii V.I. Engineering calculation method of massive bodies in radiant heating exchange. *Izvestiya VUZov. Chernaya metallurgiya = Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 1986, no. 7, pp. 126–129. (In Russ.).
14. Postol'nik Yu.S., Garanchuk V.A., Guba V.M. The study of heat conductivity with functionally dependent parameters. *Izvestiya VUZov. Chernaya metallurgiya = Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 1973, no. 6, pp. 140–145. (In Russ.).
15. Postol'nik Yu.S., Timoshpol'skii V.I. Radiation and convection heating of an unlimited cylinder with functionally dependent thermal characteristics. *Izvestiya VUZov. Energetika*. 1980, no. 3, pp. 121–124. (In Russ.).
16. Timoshpol'skii V.I., Trusova I.A., Nesenчук A.P., Brodskii S.S., Dubina O.V., Pavlyuchenkov I.A. *Promyshlennye teplotekhnologii: Modelirovanie nelineinykh protsessov: Ucheb.* [Industrial technologies: modeling of nonlinear processes]. Timoshpol'skii V.I., Nesenчук A.P. eds. Minsk: Vysh. shkola, 2000, 319 p. (In Russ.).
17. Timoshpol'skii V.I., Postol'nik Yu.S., Andrianov D.N. *Teoreticheskie osnovy teplofiziki i termomekhaniki v metallurgii* [Theoretical foundations of thermal physics and thermal mechanics in metallurgy]. Minsk: Bel. navuka, 2005, 560 p. (In Russ.).
18. Rostkovskii S.E. Heat transfer by counterflow radiation (on the theory of continuous heating furnaces). In: *Teplotekhnika slitka i pechei: Sb. tr. TsNIChM* [Thermal engineering of ingot and furnaces: Coll. of TsNIChM reports]. Moscow: Metallurgizdat, 1953, Issue 2 (5), pp. 17–25. (In Russ.).

Information about the author:

V.I. Timoshpol'skii, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Director of Science and New Equipment (tree-89@mail.ru)

Received August 4, 2015