ИННОВАЦИИ В МЕТАЛЛУРГИЧЕСКОМ ПРОМЫШЛЕННОМ И ЛАБОРАТОРНОМ ОБОРУДОВАНИИ

ISSN: 0368–0797. Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. 2016. Том 59. № 2. С. 112 – 117. © 2016. $Paxmanos\ C.P.$, Ольшанский В.П.

УДК 621.771.28.001.57

ОСОБЕННОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СТЕРЖНЕВОЙ СИСТЕМЫ МЕХАНИЗМА УДЕРЖАНИЯ ОПРАВКИ АВТОМАТИЧЕСКОГО СТАНА С УЧЕТОМ ПЕРЕМЕННОСТИ МАССЫ СИСТЕМЫ

Рахманов С.Р.¹, к.т.н., доцент кафедры теоретической и строительной механики (npfvostok@mail.ru) **Ольшанский В.П.**², д.ф.-м.н., профессор кафедры теоретической механики и деталей машин

¹ Национальная металлургическая академия Украины (49600, Украина, Днепропетровск, просп. Гагарина, 4) ² Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. Петра Василенко (61002, Украина, г. Харьков, ул. Артема, 44)

Анномация. Рассмотрена динамика системы гильза (труба) – оправка – стержень автоматического стана трубопрокатного агрегата. Составлено дифференциальное уравнение движения стержня оправки автоматического стана с учетом меняющейся во времени массы механической системы. Динамические процессы в механической системе гильза (труба) – оправка – стержень представлены коэффициентом динамичности перемещения оправки со стержнем. Установлены особенности функционирования стержневой системы механизма удержания оправки автоматического стана и определены параметры динамичности механической системы с учетом изменения во времени массы прокатываемой трубы. Показано, что при мгновенном приложении со стороны очага деформации постоянной силы в упругой системе механизмов выходной стороны, обладающей переменной во времени массой, максимум коэффициента динамичности не равен двум. Его значения монотонно меняются и в ходе колебаний системы с увеличивающейся массой возрастают. Моделированием динамических процессов в системе гильза (труба) – оправка – стержень с учетом изменения во времени массы механической системы выявлена необходимость стабилизации динамичности оправки со стержнем до уровня допустимых величин для оборудования выходной стороны автоматического стана.

Ключевые слова: труба, автоматический стан, оправка, стержень, колебания, вибрация, переменная масса, очаг деформации, дифференциальное уравнение, интегралы Френеля, решение Лагранжа, коэффициент динамичности.

DOI: 10.17073/0368-0797-2016-2-112-117

Растущие темпы работы трубопрокатных агрегатов (ТПА) с автоматическими станами влекут за собой ужесточение режимов функционирования оборудования станов всей технологической линии. Автоматический стан в силу сложившихся причин в линии ТПА является наиболее узким местом при реализации требуемых технологических процессов производства горячекатаных бесшовных труб [1].

Переходные процессы на выходной стороне при прокатке гильз на автоматическом стане сопровождаются значительными динамическими нагрузками. Последние, как правило, возникают при захвате гильзы (трубы) рабочими валками и в период взаимодействия гильзы с механизмом удержания оправки [2, 3].

Следует отметить, что при принудительной подаче гильзы в калибры стана (предусмотрена подача гильзы вталкивателем в очаг деформации) происходит значительное улучшение захвата гильзы рабочими валками. Захват гильзы валками автоматического стана, помимо всего прочего, существенно осложнен тем, что гильза, ударяясь о валок, одновременно взаимодействует с находящейся в калибре оправкой и всей стержневой системой механизма удержания оправки (рис. 1) [4].

Такие условия прокатки труб на автоматическом стане, наряду со всеми другими, формируют началь-

ные условия технологического процесса, сложное напряженно-деформированное состояние очага деформации и нестационарные динамические процессы в элементах выходной стороны стана в целом.

Среди совокупности факторов, определяющих динамические нагрузки, действующие на все базовые элементы выходной стороны автоматического стана трубопрокатного агрегата, наименее изученными являются значительные по величине и меняющиеся во времени кратковременные пиковые и повторяющиеся цикловые динамические нагрузки, вызываемые преимущественно изменяющимся во времени взаимодействием гильзы с оправкой, особенно в период принудительной подачи гильзы. Отметим, что принудительная подача гильзы в очаг деформации автоматического стана пневматическим вталкивателем, по сути, формирует начальные силовые условия прокатки и усугубляет динамические процессы в стержневой системе механизма удержания оправки [1-4].

Настоящая работа выполнена на основе дальнейшего развития исходной расчетной схемы и корректировки математической модели механической системы. При этом сделана определенная попытка по установлению влияния основных силовых параметров системы и меняющейся во времени массы прокатываемой гильзы на

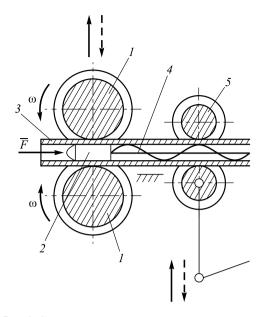


Рис. 1. Схема механизма удержания стержня оправки автоматического стана ТПА:

I — оправка; 2 — валок рабочий; 3 — гильза (труба); 4 — стержень оправки; 5 — ролики обратной подачи

Fig 1. Scheme of a holding mechanism of a plug rod of TPA automill: I – mandrel; 2 – working rollers; 3 – liner (pipe); 4 – mandrel rod; 5 – rollers of reclaiming

динамику оправки со стержнем автоматического стана в линейной постановке задачи.

Анализу и синтезу аналогичных динамических процессов взаимодействия гильзы с технологическим инструментом автоматического стана посвящен ряд работ [1-4]. При этом приближенная математическая модель процесса взаимодействия гильзы с оправкой и стержнем стана предложена в работе [4], что в дальнейшем позволило получить выражение для упрощенной формы характерного силового взаимодействия со стороны очага деформации на элементы выходной стороны стана.

Для определения динамических характеристик сложной механической системы составим дифференциальное уравнение продольного движения оправки со стержнем механизма удержания оправки в очаге деформации автоматического стана с учетом изменения во времени массы прокатываемой гильзы (трубы).

Рассмотрим подробно уточненную динамическую модель системы гильза (труба) — оправка — стержень автоматического стана в данной постановке. В связи с этим приведем некоторое уточнение расчетной схемы (рис. 2), которая достаточно близка к реальному технологическому процессу прокатки гильз на автоматическом стане. Очевидно, это позволит глубже отражать динамические явления в механизме удержания стержня оправки автоматического стана.

Для исследования динамических процессов оправки со стержнем автоматического стана с учетом силового взаимодействия и изменяющейся во времени массы

прокатываемой гильзы воспользуемся основным законом динамики в дифференциальной форме [5-9]:

$$\frac{d}{dt}\left[m(t)\frac{dx(t)}{dt}\right] = \sum_{k=1}^{n} F_{k_x},\tag{1}$$

где m(t) — переменная во времени масса механической системы удержания оправки; x(t) — продольное перемещение оправки со стержнем в очаге деформации; F_{k_x} — алгебраическая сумма проекции сил на ось x.

При этом динамические процессы стержня оправки с учетом изменения во времени массы гильзы и механической системы выходной стороны стана в целом описываются исходя из фундаментальной постановки задачи И.В. Мещерского [5]:

$$m(t)\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \frac{dm(t)}{dt}\frac{dx(t)}{dt} = -cx(t) + P(t);$$
 (2)

здесь c — коэффициент жесткости упругой системы.

Многочисленные экспериментальные исследования энергосиловых параметров очага деформации автоматического стана ТПА показывают, что осевая составляющая усилия прокатки P_{o} , действующая на стержневую систему, носит преимущественно периодический характер и, очевидно, соответствует гармоническому закону $P(t) = P_0 + P_1 \sin(\omega t)$ (рис. 1). Причем периодическая составляющая усилия прокатки гильзы P_1 , амплитуда и частота ее изменения ю являются сравнительно малыми. Тогда есть достаточно полное основание предположить, что в первом приближении можно принять условия, описанные в работах [3-6]. При этом горизонтальную составляющую усилия прокатки гильзы можно принимать условно-постоянной: $P(t) = P_0 = \text{const}$; здесь P_{0} – статическая осевая составляющая усилия прокатки гильзы на автоматическом стане.

Силу упругости, действующую на стержень оправки в продольном направлении оси прокатки, принимаем по линейному закону Гука F(t) = cx(t), где c — коэффициент жесткости упругой системы удержания оправки. Тогда дифференциальное уравнение продольных коле-

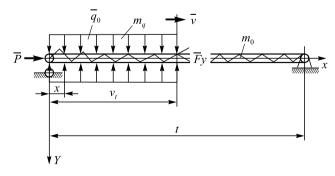


Рис. 2. Расчетная схема продольных колебаний стержня механизма удержания оправки автоматического стана ТПА

Fig. 2. Design diagram of rod longitudinal vibrations of a holding mechanism of the mandrel of TPA automill

баний стержня оправки (2) с учетом вышеизложенного приобретает вид

$$m(t)\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \frac{dm(t)}{dt}\frac{dx(t)}{dt} + cx(t) = P_o.$$
 (3)

Следовательно, предложенный подход по сравнению с данными работ [1-4] более корректен и востребован при изучении сложных динамических процессов в элементах механизмов выходной стороны автоматического стана ТПА с учетом изменения во времени массы механической системы.

Учитывая вышеизложенное, перейдем к детальному исследованию динамики стержневой системы механизма удержания оправки автоматического стана ТПА с учетом изменения во времени массы прокатываемой гильзы (рис. 2). Отметим, что последнее с течением времени обуславливает изменение массы всего механизма удержания оправки.

Принимаем линейный закон изменения массы стержня оправки во время прокатки гильзы на стане. Исходя из этого запишем

$$M(t) = m_0 + m_q \frac{x}{l} \bigg|_{x=vt} = m_0 \left(1 + \frac{m_q}{m_0} \frac{vt}{l} \right) = m_0 (1 + \gamma t), (4)$$

где $\gamma = \frac{m_q}{m_0} \frac{v}{l}$ — коэффициент скорости изменения массы системы ($\gamma \ge 0$, масса системы всегда увеличивается);

 m_0 — погонная масса стержня оправки; m_q — погонная масса трубы; v — скорость прокатки гильзы; l — длина стержня оправки; t — время прокатки гильзы на стане.

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \omega_0^2 \frac{x(t)}{1 + \gamma t} = \frac{P_0}{(1 + \gamma t)m_0} H(t), \tag{5}$$

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m_0}}$ — частота свободных колебаний системы гильза (труба) — оправка — стержень; H(t) — импульсная функция Хевисайда.

Решение дифференциального уравнения (5) ищем в постановке задачи Коши при следующих начальных условиях:

$$x(0) = 0; \quad \frac{dx(0)}{dt} = 0.$$
 (6)

Задача Коши, представленная равенствами (5) и (6), согласно представлениям Лагранжа, имеет решение в квадратурах

$$x(t) = c_1(t)x_1(t) + c_2(t)x_2(t), (7)$$

где

$$c_{1}(t) = -\frac{P_{0}}{m_{0}} \int_{0}^{t} \frac{x_{2}(t)dt}{(1+\gamma t)\Delta(t)};$$

$$c_{2}(t) = \frac{P_{0}}{m_{0}} \int_{0}^{t} \frac{x_{1}(t)dt}{(1+\gamma t)\Delta(t)};$$
(8)

$$\Delta(t) = x_1(t) \frac{dx_2(t)}{dt} - x_2(t) \frac{dx_1(t)}{dt};$$

здесь $x_1(t)$, $x_2(t)$ — соответствующие фундаментальные решения однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \omega_0^2 \frac{x(t)}{1 + \gamma t} = 0. {9}$$

В отличие от работ [7-9], где уравнение (9) решено с помощью функций Бесселя, упрощая математическую модель колебаний оправки в очаге деформации, фундаментальные решения $x_1(t)$ и $x_2(t)$ определим приближенно методом ВБК [10]. Согласно этому методу

$$x_1(t) = \eta^{1/2} \cos \eta; \ x_2(t) = \eta^{1/2} \sin \eta,$$
 (10)

причем
$$\eta = \eta_0 \sqrt{1 + \gamma t}$$
; $\eta_0 = \frac{2\omega_0}{|\gamma|}$.

Для удобства анализа зависимостей (10) проводим определенные преобразования:

$$\Delta(t) = \frac{1}{2}\gamma\eta_0^2 = \text{const};$$

$$(1+\gamma t) = \frac{\eta^2}{\eta_0^2}; dt = \frac{2\eta}{\gamma\eta_0^2}d\eta.$$
(11)

Подставив выражения (10) и (11) в уравнение (8), с учетом равенства (7) находим выражение коэффициента динамичности:

$$K_{\mu}(\eta) = \eta^{1/2} \left[a_1(\eta) \cos \eta + a_2(\eta) \sin \eta \right], \tag{12}$$

в котором

$$a_{1}(\eta) = -\int_{\eta_{0}}^{\eta} \frac{\sin \eta}{\sqrt{\eta}} d\eta = \sqrt{2\pi} \left[S(\eta_{0}) - S(\eta) \right];$$

$$a_{2}(\eta) = \int_{\eta_{0}}^{\eta} \frac{\cos \eta}{\sqrt{\eta}} d\eta = \sqrt{2\pi} \left[C(\eta) - C(\eta_{0}) \right],$$
(13)

где
$$S(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\eta} \frac{\sin \eta}{\sqrt{\eta}} d\eta$$
; $C(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\eta} \frac{\cos \eta}{\sqrt{\eta}} d\eta$ – интегралы Френеля [11, 12].

В случаях, когда $\eta >> 1$ и $\eta_0 >> 1$, формулу (12) можно преобразовать к упрощенному виду, более удобному для анализа и вычислений. Поскольку при больших значениях η и η_0 имеет место соответствующая асимптотика [10]

$$S(\eta_0) - S(\eta) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{\cos \eta}{\sqrt{\eta}} - \frac{\cos \eta_0}{\sqrt{\eta_0}} \right);$$

$$C(\eta) - C(\eta_0) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{\sin \eta}{\sqrt{\eta}} - \frac{\sin \eta_0}{\sqrt{\eta_0}} \right),$$
(14)

то, согласно выражениям (12), (13) и (11), можно записать

$$K_{\rm g}(\eta) = 1 - \frac{\sqrt{\eta}}{\sqrt{\eta_0}} \cos(\eta - \eta_0).$$
 (15)

В пределе, когда $\lim_{\gamma \to 0} \frac{\sqrt{\eta}}{\sqrt{\eta_0}} = 1; \ \lim_{\gamma \to +0} (\eta - \eta_0) = \omega t$, вы-

ражение (14) сводится к общеизвестной формуле

$$K_{\pi}=1-\cos(\omega t),$$

из которой следует, что $K_{_{\mathrm{I\! I}}}^{\mathrm{max}}=2.$

Исследование выражения (14) на экстремум дает

$$K_{\pi}^{\text{max}} = 1 + \frac{\sqrt{\eta^*}}{\sqrt{\eta_0}},$$
 (16)

где

$$\eta^* = \begin{cases} n_0 + \big(2n-1\big)\pi \text{ при } \gamma > 0; \\ n_0 - \big(2n-1\big)\pi \text{ при } \gamma < 0, \, n = 1, 2, 3, \dots. \end{cases}$$

Согласно формуле (16) значение K_{π}^{\max} зависит от номера n. Первый максимум, соответствующий n=1, в механической системе с возрастающей массой ($\gamma > 0$) становится больше двух, а последующие больше первого.

Таким образом, без учета реактивной силы коэффициенты динамичности в колебательной системе механизма удержания оправки возрастающей массы всегда больше двух.

Далее переходим к численному анализу и синтезу полученных результатов задачи виброактивности оправки со стержнем автоматического стана ТПА 140 переменной во времени массы.

Уравнение (5) продольных колебаний оправки со стержнем составлено и представлено в виде базовых уравнений тела переменной во времени массы. Определим коэффициент динамичности оправки в очаге деформации при отсутствии реактивной силы. Для проведения расчетов принимаем $m_0 = 100$ кг/м; $m_q = 120$ кг/м; $c = 16 \cdot 10^6$ H/м; l = 11 м; v = 4 м/с; $t \in [0; 4,5]$.

Численное решение дифференциального уравнения (5) методом Рунге-Кутта и замкнутое решение за-

дачи (16) позволяют оценить динамические перемещения изображающей точки оправки в очаге деформации, поведение стержня для наиболее распространенных форм колебаний механической системы в продольном направлении оси прокатки стана. Полученные результаты с достаточно высокой степенью точности описывают динамику стержня оправки автоматического стана.

Результаты численного анализа продольных колебаний оправки совместно со стержнем механизма ее удержания при прокатке труб диам. 114×12 из стали 20 на автоматическом стане ТПА 140 приведены на рис. 3.

Ниже представлены значения $K_{_{\rm J}}$ в разные моменты времени, полученные с помощью численного интегрирования уравнения (5) (первая строка), приближенной формулы (12) (вторая строка), а также приближенной формулы (16) (третья строка), при линейном увеличении массы системы удержания оправки:

Приведенные результаты свидетельствуют о высокой точности асимптотических формул, из которых следует, что в инженерных расчетах проще использовать формулу (16).

Сравнение математической модели и экспериментальных исследований динамических процессов за вре-

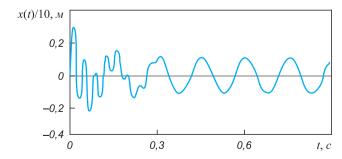


Рис. 3. Продольные колебания оправки со стержнем автоматического стана ТПА 140 при прокатке труб

Fig. 3. Longitudinal vibrations of a mandrel with a rod of TPA 140 automill at pipe rolling

мя реализации всего цикла технологического процесса прокатки гильз на автоматическом стане ТПА 140 [3, 4] указывает на сходимость картин виброактивности системы и достоверность величин амплитудно-частотных характеристик при продольных колебаниях стержневой системы.

Возможность моделирования режимов прокатки гильз на этапе назначения технологических процессов существенно отличается от результатов ранее известных работ в области исследования динамической устойчивости и виброактивности стержневой системы механизма удержания оправки автоматического стана $T\Pi A [1-4]$. Очевидно, что учет интенсивности воздействия очага деформации и изменяющейся во времени инертности прокатываемой гильзы, надвигающейся со скоростью $\vec{\nu}$, являются определяющими параметрами в рамках выбранной динамической модели стержневой системы механизма удержания оправки стана.

Применение дополнительных регулируемых центрующих проводок на упругом основании приводит к стабилизации динамических процессов на выходной стороне автоматического стана и улучшению качества прокатываемых гильз. Решение дифференциального уравнения (5) с учетом положений опор стержня на упругом основании позволяет на этапе конструирования механизмов выходной стороны стана путем комплексного математического моделирования определить требуемые жесткости опорных узлов и их проектные положения на оси прокатки.

Выводы. Динамические особенности функционирования системы гильза (труба) - оправка - стержень автоматического стана ТПА представлены дифференциальным уравнением продольных колебаний оправки со стержнем с учетом изменения массы механической системы. Исследование динамики системы гильза (труба) – оправка - стержень показало, что при мгновенном нагружении постоянной силой очага деформации упругой системы механизмов выходной стороны, обладающей переменной во времени массой, максимум коэффициента динамичности перемещений оправки вдоль оси прокатки не равен двум. Его значения монотонно меняются и в ходе колебаний системы с увеличивающейся массой возрастают. Математическое моделирование динамических процессов в системе гильза (труба) – оправка – стержень с учетом изменения во времени массы механической системы указывает на необходимость стабилизации динамичности оправки со стержнем автоматического стана до уровня допустимых величин [1-4]. Исследование продольных колебаний оправки со стержнем позволяет на этапе проектирования технологических процессов прогнозировать динамику механизмов выходной стороны, назначать рациональные режимы эксплуатации автоматического стана и управлять качеством (разностенностью) выпускаемых труб.

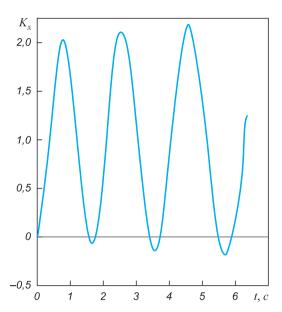


Рис. 4. Зависимость коэффициента динамичности $K_{_{
m I}}$ от времени t при возрастании массы системы

Fig. 4. Dependence of a dynamic factor K_{π} on time t at the increase of system mass

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- Технология трубного производства. Учебник для вузов / В.Н. Данченко, А.П. Коликов, Б.А. Романцев, С.В. Самусев. – М.: Интер. Инжениринг, 2002. – 640 с.
- **2.** Розов Н.В. Производство труб. Справочник. М.: Металлургия, 1974. 598 с.
- Оклей Л.Н. Качество горячекатаных труб. М.: Металлургия, 1986. – 144 с.
- Разработка мероприятий по предотвращению изгиба стержня оправки автоматического стана ТПА 140 / Сулухия Т.М., Р.Ш. Адамия, Л.Н. Оклей, Д.М. Ломсадзе // Труды Грузинского политехнического института, 1976. С. 98 102.
- **5.** Мещерский И.В. Работы по механике тел переменной массы. М.: ГИТЛ, 1952. 252 с.
- Бессонов А.П. Основы динамики механизмов с переменной массой звеньев. – М.: Наука, 1967. – 279 с.
- Ольшанский В.П., Ольшанский С.В. Свободные колебания осциллятора линейно-переменной массы // Вибрация в технике и технологиях. Украинский. науч.техн. журнал. 2013. Вып. № 1 (69). С. 37 – 41.
- Cveticanin L. Dynamics of Machines with Variable Mass / Taylor & Francis Ltd, 1998. – 300 p.
- Ольшанский В.П., Ольшанский С.В. Моделирование колебаний осциллятора линейно-переменной массы при импульсном нагружении // Вісник НТУ "ХПІ": Математичне моделювання в техніці та технологіях. 2013. № 37(2010). С. 125 130.
- Образцов И.Ф., Нерубайло Б.В., Андрианов И.В. Асимптотические методы в механике тонкостенных конструкций. М.: Машиностроение, 1991. 416 с.
- 11. Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции. Формулы, графики, таблицы. М.: Наука, 1977. 344 с.
- Абрамовиц А., Стиган И. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами.
 – М.: Наука, 1979. 832 с.

Поступила 13 мая 2014 г.

IZVESTIYA VUZOV. CHERNAYA METALLURGIYA = IZVESTIYA. FERROUS METALLURGY. 2016. VOL. 59. No. 2, pp. 112-117.

FEATURES OF FUNCTIONING OF THE CORE MECHANISM OF DEDUCTION OF AUTOMATIC MANDREL MILL, TAKING INTO ACCOUNT THE VARIABILITY OF SYSTEM MASS

S.R. Rakhmanov¹, V.P. Ol'shanskii²

¹ National Metallurgical Academy of Ukraine, Dnepropetrovsk, Ukraine

 2 Kharkiv Petro Vasylenko National Technical University of Agriculture, Kharkiv, Ukraine

Abstract. The dynamics of a system sleeve (pipe) – mandrel – rod of an automatic mill of the pipe-rolling unit was considered. The differential equation of the movement of a mandrel rod of an automatic mill was worked out taking into account the mass of mechanical system changing in time. The dynamic processes in mechanical system sleeve (pipe) - mandrel - rod is presented by coefficient of movement dynamism of a mandrel with a core. The features of functioning of rod system of the deduction mechanism of an automatic mill mandrel were established and parameters of dynamism of mechanical system were determined according to the change in time of mass of the rolled pipe. It is shown that at the instant appendix from the center of deformation of constant force in elastic system of mechanisms of the output part possessing a variable in time weight, the maximum dynamism coefficient isn't equal to two. Its values monotonously change and increase during the fluctuations of system with the increasing weight. By modeling of dynamic processes in system sleeve (pipe) - mandrel - rod taking into account the change in time of mechanical system mass, the need of stabilization of dynamism of a mandrel with a core to the level of admissible sizes was revealed for the equipment of the output part of an automatic mill.

Keywords: pipe, automatic mill, mandrel, rod, fluctuations, vibration, variable weight, deformation center, differential equation, Fresnel's integrals, Lagrange's decision, dynamism coefficient.

DOI: 10.17073/0368-0797-2016-2-112-117

REFERENCES

- Danchenko V.N., Kolikov A.P., Romantsev B.A., Samusev S.V. Tekhnologiya trubnogo proizvodstva. Uchebnik dlya vuzov [Technology of pipe production. Manual for higher educational institutions]. Moscow: Inter. Inzheniring, 2002, 640 p. (In Russ.).
- Rozov N.V. Proizvodstvo trub. Spravochnik [Pipe production. Reference book]. Moscow: Metallurgiya, 1974, 598 p. (In Russ.).
- 3. Oklei L.N. *Kachestvo goryachekatanykh trub* [Quality of hot-rolled pipes]. Moscow: Metallurgiya, 1986, 144 p. (In Russ.).

- Sulukhiya T.M. Adamiya R.Sh., Oklei L.N., Lomsadze D.M Working out of measures on the prevention of a mandrel bending of TPA 140 automill. In: *Trudy Gruzinskogo politekhnicheskogo instituta*. 1976, pp. 98–102.
- Meshcherskii I.V. Raboty po mekhanike tel peremennoi massy [Works on the variable mass mechanics]. Moscow: GITL, 1952, 252 p. (In Russ.).
- Bessonov A.P. Osnovy dinamiki mekhanizmov s peremennoi massoi zven'ev [Basis of mechanism dynamics with link variable mass]. Moscow: Nauka, 1967, 279 p. (In Russ.).
- Ol'shanskii V.P., Ol'shanskii S.V. Free vertical vibration of oscilator with linear variable mass. Free oscillation of an oscillator of a linevariable mass. Vibratsiya v tekhnike i tekhnologiyakh. 2013. Issue 1 (69). pp. 37–41. (In Russ.).
- Cveticanin L. Dynamics of Machines with Variable Mass. Taylor & Francis Ltd, 1998. 300 p.
- Ol'shanskii V.P., Ol'shanskii S.V. Oscillator vibration modeling of a line-variable mass at impulsive loading. Visnik NTU "KhPI": Matematichne modelyuvannya v tekhnitsi ta tekhnologiyakh. 2013, no. 37 (1010), pp. 125–130. (In Russ.).
- Obraztsov I.F., Nerubailo B.V., Andrianov I.V. Asimptoticheskie metody v mekhanike tonkostennykh konstruktsii [Asymptotic methods in the mechanics of a thin-slab structure]. Moscow: Mashinostroenie, 1991, 416 p. (In Russ.).
- Eugene Jahnke, Fritz Emde, Friedrich Lösch. Tafeln höherer Funktion Tables of higher functions, with 189 figures. Stuttgart 1960. (Russ.ed.: Jahnke E., Emde F., Lösch F. Special functions. Formuly, grafiki, tablitsy. Moscow: Nauka, 1977. 344 p.).
- 12. Handbook of Mathematical Functions With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. M. Abramowitz and I. A. Stegun eds. National Bureau of Standards. Applied Mathematics Series 55, Issued June 1964. (Russ.ed.: Spravochnik po spetsial'nym funktsiyam s formulami, grafikami i matematicheskimi tablitsami. Abramowitz M., Stegun I.A. eds. Moscow: Nauka, 1979. 832 p.)

Information about the authors:

S.R. Rakhmanov, Cand. Sci. (Eng.), Assist. Professor of the Chair of Theoretical and Structural Mechanics (npfvostok@mail.ru)
V.P. Ol'shanskii, Dr. Sci. (Phys.-math.), Professor of the Chair of Theoretical Mechanics and Machine Parts

Received May 13, 2014