

*Э.Е. Бейгельзимер<sup>1</sup>, Я.Е. Бейгельзимер<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Научно-производственное общество «Доникс»  
<sup>2</sup> Донецкий национальный технический университет

## РАСЧЕТ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ РАЗМЕРОВ ПЯТНА ОРОШЕНИЯ СПРЕЙЕРНОЙ СТРУИ С УЧЕТОМ НАКЛОНА И ПОВОРОТА ФОРСУНКИ

Форсунки для охлаждения, закалки или очистки от окалины металлических листов спрейерными струями обычно устанавливают наклонно к плоскости листа, организуя, тем самым, направленное стекание жидкости с поверхности и увеличивая *пятно орошения* (область, в пределах которой происходит первичный контакт капель с поверхностью листа). Кроме этого, форсунки, имеющие некруглую форму выпускного отверстия (например, веерные), разворачивают на некоторый угол относительно их продольной оси с тем, чтобы обеспечить технологическое перекрытие пятен орошения по ширине листа. Поэтому пятно орошения одной и той же форсунки может быть разным в зависимости от ее положения относительно охлаждаемой поверхности на реальном объекте.

В общем случае аналитический расчет размеров пятна орошения осложняется эффектом искривления траекторий полета капель под действием силы тяжести и сопротивления среды. Однако в первом приближении этот общий случай путем соответствующих преобразований исходных данных может быть сведен к случаю струи с прямолинейными границами. Кроме этого, при истечении струй под высоким давлением искривление их формы настолько мало, что им можно пренебречь. Поэтому в качестве основы для расчета действительных размеров пятна орошения спрейерной струи может быть использовано решение подобной задачи для струи с прямолинейными образующими. Размеры пятна орошения струи в предположении того, что капли сохраняют прямолинейность своей траектории после вылета из форсунки, называют «теоретическими».

Методика расчета теоретических размеров пятна орошения наклонной струи известна<sup>1</sup>. Однако она не учитывает угол поворота форсунки вокруг ее продольной оси, что может вносить существенную ошибку для струй с некруглым поперечным сечением (например, для плоскофакельных струй из веерных форсунок). В связи с этим была поставлена задача расчета теоретических размеров пятна орошения для наиболее общего случая расположения форсунки, учитывающего

не только ее наклон к поверхности листа, но и поворот вокруг своей оси. Решение выполнено для так называемых *незакрученных* струй, т.е. струй, в которых все векторы скорости в выпускном сечении форсунки проходят через ее продольную ось.

В рассматриваемом случае траектории всех капель являются прямыми линиями, и граничная поверхность струи (так называемый *конус орошения*) имеет вид усеченного прямолинейного конуса (рис. 1). Малым основанием этого конуса является выпускное сечение форсунки, большим – пятно орошения на поверхности листа. Выпускное сечение форсунки перпендикулярно продольной оси струи, которая, в свою очередь, наклонена к вертикали под углом  $\gamma$ . Форсунка в общем случае имеет некруглую форму выпускного сечения и повернута вокруг своей продольной оси на угол  $\chi$  относительно нейтрального положения (под «нейтральным» понимается такое положение форсунки, при котором наибольший размер ее выпускного сечения параллелен плоскости листа).

Точку пересечения любого сечения струи с ее продольной осью будем называть осевой. На рис. 1, например,  $O$  – осевая точка выпускного сечения,  $O'$  – осевая точка пятна орошения. Любой отрезок, соединяю-

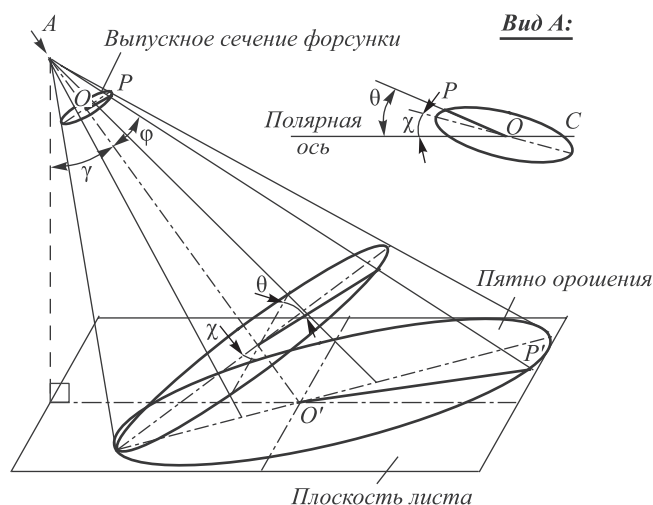


Рис. 1. Конус орошения спрейерной струи (справа сверху – выпускное сечение форсунки)

<sup>1</sup> Visaria M., Mudawar I. // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2008. V. 51. P. 2398 – 2410.

щий осевую точку с границей сечения, будем называть *радиусом*. Для расчета размеров пятна орошения струи на поверхности листа достаточно найти функцию, связывающую длину произвольно выбранного радиуса  $OP$  выпускного сечения форсунки с длиной центральной проекции  $O'P'$  этого радиуса на плоскости листа. При этом под *центральной проекцией точки  $P$*  понимается точка  $P'$  пересечения образующей конуса орошения, проходящей через точку  $P$ , с плоскостью листа. Проведем в плоскости выпускного сечения форсунки прямую  $OC$ , проходящую через осевую точку  $O$  и параллельную плоскости листа. Этой прямой, которую будем называть «*полярной осью*»<sup>2</sup>, выпускное сечение делится на две части: *верхнюю* (расположенную дальше от поверхности листа) и *нижнюю* (расположенную ближе к поверхности листа). Положение произвольно выбранного радиуса  $OP$  будем задавать углом  $\theta$  его наклона к полярной оси выпускного сечения; причем для радиусов, расположенных в верхней части сечения, угол  $\theta$  полагаем положительным и меньшим  $180^\circ$ , т.е.  $0 < \theta < 180^\circ$ , а для радиусов, расположенных в нижней части выпускного сечения, – большим  $180^\circ$ , т.е.  $180^\circ < \theta < 360^\circ$ .

Расчет размеров пятна орошения удобно производить в прямоугольной системе координат, связанной со струей (а не с плоскостью листа), поэтому расчетную схему представим следующим образом (рис. 2). Направим ось  $z$  по продольной оси струи. Выберем произвольный радиус  $OP$  выпускного сечения форсунки, который будет расчетным. Образующая конуса орошения, проходящая через точку  $P$ , пересекает ось струи в фокусе  $F$ , а плоскость  $\omega$  листа – в точке  $P'$ . Поместим в точке  $F$  начало координат<sup>3</sup>. Отрезок  $O'P'$  является искомой центральной проекцией расчетного радиуса  $OP$  выпускного сечения форсунки. Вдоль образующей  $PP'$  от точки  $P$  к точке  $P'$  направим вектор  $\vec{p}$  единичной длины. Угол  $\varphi$  между этим вектором  $\vec{p}$  и положительным направлением оси  $z$  назовем углом раствора струи по расчетному радиусу. Из точки  $O'$  восстановим вектор нормали  $\vec{n}$  к плоскости листа единичной длины. Угол  $\gamma$  между положительным направлением оси  $z$  и нормалью  $\vec{n}$  назовем углом наклона продольной оси струи. Через ось  $z$  и вектор  $\vec{n}$  как через две пересекающиеся прямые проведем плоскость  $xz$ . Она пересекает плоскость листа по прямой  $O'K$ . Опустим перпендикуляр из точки  $O$  на плоскость  $\omega$  листа. Точка  $E$  пересечения этого перпендикуляра с плоскостью лежит на прямой  $O'K$ . Длина  $H = |OE|$  является расстоянием от центра выпускного сечения форсунки до плоскости листа и связана с длиной струи по оси  $L = |OO'|$  соотношением  $H = L \cos \gamma$ .

<sup>2</sup> Полярная ось как прямая, параллельная плоскости листа, в большинстве технических приложений имеет достаточно простую интерпретацию. Например, в установках охлаждения или закалки горячих листов она сонаправлена с продольной осью коллектора, на котором расположены форсунки.

<sup>3</sup> Отметим, что для другого расчетного радиуса фокус и, соответственно, начало координат могут находиться в другой точке оси  $z$ .

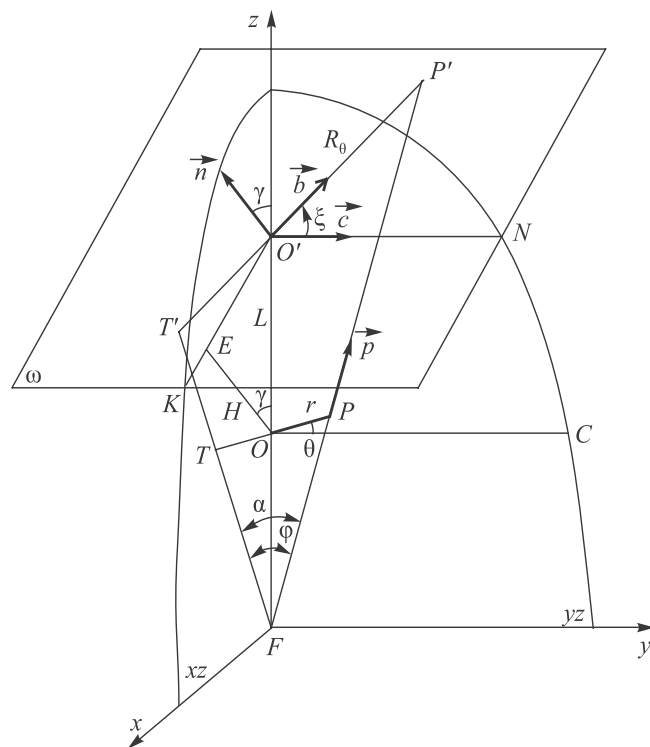


Рис. 2. Расчетная схема к определению теоретических размеров пятна орошения спрейерной струи

Из фокуса  $F$  в плоскости  $xz$  перпендикулярно оси  $z$  проведем ось  $x$ , а перпендикулярно плоскости  $xz$  – ось  $y$ . Поскольку нормаль  $\vec{n}$  лежит в плоскости  $xz$ , ось  $y$  перпендикулярна к этой нормали. Следовательно, ось  $y$  параллельна плоскости листа  $\omega$  (как прямая и плоскость, перпендикулярные одной прямой). Для наглядности через оси  $y$  и  $z$  проведем плоскость  $yz$ . Она пересекает плоскость листа  $\omega$  по прямой  $O'N$ , параллельной оси  $y$ . В плоскости  $yz$  через точку  $O$  проведем прямую  $OC$ , параллельную оси  $y$ . Прямая  $OC$  является полярной осью выпускного сечения форсунки. Угол  $\theta$  между расчетным радиусом  $OP$  и полярной осью назовем полярным углом в выпускном сечении. Прямую  $O'N$  назовем полярной осью пятна орошения струи. Положение расчетного радиуса  $O'P'$  определяется углом  $\xi$  относительно полярной оси  $O'N$ . Назовем его полярным углом в пятне орошения.

Обозначим длину расчетного радиуса  $OP$  через  $r$ , т.е.  $|OP| = r$ .

Координаты точки  $P$  составят  $x_p = -r \sin \theta$ ,  $y_p = r \cos \theta$ ,  $z_p = r \operatorname{ctg} \varphi$ .

Уравнение луча  $FP$  имеет вид  $\frac{z - z_p}{0 - z_p} = \frac{x - x_p}{0 - x_p} = \frac{y - y_p}{0 - y_p}$ ,

что при подстановке координат соответствующих точек приводит к системе

$$\begin{cases} x = -z \operatorname{tg} \varphi \sin \theta; \\ y = z \operatorname{tg} \varphi \cos \theta. \end{cases} \quad (1)$$

Уравнение плоскости листа  $\omega$  записывается так:

$$n_x(x-0) + n_y(y-0) + n_z(z-z_{O'}) = 0, \quad (2)$$

где  $n_x = \sin \gamma$ ,  $n_y = 0$  и  $n_z = \cos \gamma$  – координаты единичного вектора нормали  $\vec{n}$ ;  $z_{O'} = z_O + L = r \operatorname{ctg} \varphi + L$  – координата точки  $O'$  по оси  $z$ .

Подставляя координаты в уравнение (2), запишем

$$x \sin \gamma + \cos \gamma (z - L - r \operatorname{ctg} \varphi) = 0. \quad (3)$$

Система уравнений (1) и (3) определяет координаты точки пересечения луча  $FP$  с плоскостью  $\omega$ , т.е. точки  $P'$ :

$$\begin{cases} x_{P'} = -z_{P'} \operatorname{tg} \varphi \sin \theta; \\ y_{P'} = z_{P'} \operatorname{tg} \varphi \cos \theta; \\ x_{P'} \sin \gamma + \cos \gamma (z_{P'} - L - r \operatorname{ctg} \varphi) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Из этой системы находим

$$x_{P'} = -\sin \theta \frac{L \operatorname{tg} \varphi + r}{1 - \sin \theta \operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} \varphi}; \quad (5a)$$

$$y_{P'} = \cos \theta \frac{L \operatorname{tg} \varphi + r}{1 - \sin \theta \operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} \varphi}; \quad (5b)$$

$$z_{P'} = \frac{L + r \operatorname{ctg} \varphi}{1 - \sin \theta \operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} \varphi}. \quad (5c)$$

Длина радиуса  $O'P'$  пятна орошения, которую обозначим через  $R_\theta$ , составит

$$R_\theta \equiv |O'P'| = \sqrt{(0 - x_{P'})^2 + (0 - y_{P'})^2 + (z_{O'} - z_{P'})^2}. \quad (6)$$

Подстановка в эту формулу соответствующих координат с учетом соотношения  $H = L \cos \gamma$  приводит к следующему результату:

$$R_\theta = \left( r + \frac{H}{\cos \gamma} \operatorname{tg} \varphi \right) \sqrt{\frac{1 + \sin^2 \theta \operatorname{tg}^2 \gamma}{(1 - \sin \theta \operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} \varphi)^2}}. \quad (7)$$

Полученная формула действительна при любых сочетаниях углов  $\gamma$ ,  $\theta$  и  $\varphi$ , при которых расчетная образующая  $PP'$  конуса орошения пересекает плоскость листа по ходу струи, а именно, при выполнении условия<sup>1</sup>

$$1 - \sin \theta \operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} \varphi > 0. \quad (8)$$

Например, для расчетного радиуса, лежащего в продольной плоскости листа, т.е. при  $\theta = 90^\circ$ , это условие можно записать так:

$$\gamma < 90^\circ - \varphi. \quad (9)$$

<sup>1</sup> В том случае, когда левая часть этого неравенства равна нулю, расчетная образующая параллельна плоскости листа, если она меньше нуля – плоскость листа пересекается с продолжением образующей на стороне, обратной течению струи.

Условие (9) определяет теоретический предел, до которого можно наклонять струю, чтобы она пересекала лист по всему конусу орошения.

Формулу (7) можно переписать в виде

$$R_\theta = k_{R\theta} R_0, \quad (10)$$

где  $R_0 = r + \frac{H}{\cos \gamma} \operatorname{tg} \varphi$  – радиус пятна орошения, отвечающий нулевому полярному углу ( $\theta = 0^\circ$ );

$k_{R\theta} = \frac{\sqrt{1 + \sin^2 \theta \operatorname{tg}^2 \gamma}}{1 - \sin \theta \operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} \varphi} \geq 1, 0$  – коэффициент влияния полярного угла на радиус пятна орошения (учтено соотношение (8)).

Полярный угол  $\xi$ , определяющий положение расчетного радиуса  $O'P'$  пятна орошения, можно найти из скалярного произведения двух единичных векторов: вектора  $\vec{b}$ , направленного вдоль радиуса  $O'P'$ , и вектора  $\vec{c}$ , направленного вдоль полярной оси  $O'N$ :

$$\cos \xi = \vec{b} \vec{c} = b_x c_x + b_y c_y + b_z c_z, \quad (11)$$

где  $b_x$ ,  $b_y$  и  $b_z$  – координаты вектора  $\vec{b}$ ;  $c_x$ ,  $c_y$  и  $c_z$  – координаты вектора  $\vec{c}$ .

Координаты вектора  $\vec{c}$  следующие:  $c_x = 0$ ,  $c_y = 1$ ,  $c_z = 0$ , поэтому из выражения (11) следует  $\cos \xi = b_y$ .

В свою очередь координата вектора  $\vec{b}$  по оси  $y$  может быть определена так:

$$b_y = \frac{y_{P'}}{R_\theta} = \frac{\cos \theta}{\sqrt{1 + \sin^2 \theta \operatorname{tg}^2 \gamma}}. \quad (12)$$

В последнем равенстве использованы выражения (5b) и (7) соответственно для  $y_{P'}$  и  $R_\theta$ . Учитывая соотношение  $\cos \xi = b_y$ , находим

$$\cos \xi = \frac{\cos \theta}{\sqrt{1 + \sin^2 \theta \operatorname{tg}^2 \gamma}}. \quad (13)$$

Выражение (13) связывает полярные углы поворота соответствующих радиусов в пятне орошения и в выпускном сечении форсунки.

Рассмотрим влияние полярного угла на диаметр пятна орошения. На практике выпускное сечение форсунки симметрично относительно осевой точки  $O$ , и углы раствора струи по симметричным радиусам равны между собой. В этом случае удобно ввести понятие *сопряженного радиуса пятна орошения* как продолжения расчетного радиуса в обратную сторону от осевой точки. На рис. 2 сопряженный радиус пятна орошения обозначен отрезком  $O'T'$ . Этот радиус является центральной проекцией радиуса  $OT$  выпускного сечения, симметричного расчетному радиусу  $OP$ . Полярный угол поворота радиуса  $OT$  равен  $\theta + \pi$ , остальные параметры этого радиуса равны соответствующим параметрам расчетного радиуса  $OP$ : угол раствора конуса орошения также ра-

вен  $\varphi$ , а длина –  $r$ . Поэтому для расчета длины сопряженного радиуса пятна орошения  $O'T'$  (обозначим его длину символом  $R_{\theta+\pi}$ ) достаточно в формуле (7) заменить угол  $\theta$  на  $\theta+\pi$ . В результате получим

$$R_{\theta+\pi} = \left( r + \frac{H}{\cos \gamma} \operatorname{tg} \varphi \right) \sqrt{\frac{1 + \sin^2 \theta \operatorname{tg}^2 \gamma}{(1 + \sin \theta \operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} \varphi)^2}}, \quad (14)$$

или иначе:

$$R_{\theta+\pi} = k_{R\theta+\pi} R_0, \quad (15)$$

где

$$k_{R\theta+\pi} = \frac{\sqrt{1 + \sin^2 \theta \operatorname{tg}^2 \gamma}}{1 + \sin \theta \operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} \varphi}. \quad (16)$$

Суммируя формулы (7) и (14), находим выражение для расчета длины диаметра пятна орошения  $|P'T'| = D_0$ , отвечающего расчетному диаметру выпускного сечения форсунки  $|PT| = d$ :

$$D_0 = \left( d + \frac{2H}{\cos \gamma} \operatorname{tg} \varphi \right) \sqrt{\frac{1 + \sin^2 \theta \operatorname{tg}^2 \gamma}{(1 - \sin^2 \theta \operatorname{tg}^2 \gamma \operatorname{tg}^2 \varphi)^2}}, \quad (17)$$

или иначе:

$$D_0 = k_{D0} D_0, \quad (18)$$

где  $D_0 = d + \frac{2H}{\cos \gamma} \operatorname{tg} \varphi$  – диаметр пятна орошения, отвечающий нулевому полярному углу ( $\theta = 0^\circ$ );

$k_{D0} = \frac{k_{R0} + k_{R\theta+\pi}}{2} = \frac{\sqrt{1 + \sin^2 \theta \operatorname{tg}^2 \gamma}}{1 - \sin^2 \theta \operatorname{tg}^2 \gamma \operatorname{tg}^2 \varphi}$  – коэффициент влияния полярного угла на диаметр пятна орошения.

Здесь угол  $\varphi$  фактически является половиной угла  $\alpha$  раскрытия струи по расчетному диаметру, т.е.  $\varphi = \alpha/2$ .

На рис. 3 показаны графики зависимости коэффициента  $k_{D0}$  от полярного угла  $\theta$  поворота расчетного диаметра в выпускном сечении форсунки при разных значениях углов наклона  $\gamma$  и раскрытия  $\alpha$  струи. Из приведенных данных, например, видно, что если конусная форсунка, имеющая круглое выпускное сечение, с углом раскрытия  $110^\circ$  наклонена к нормали под углом  $30^\circ$ , то диаметр пятна орошения в направлении длины листа (полярный угол  $\theta = 90^\circ$ ) в 3,6 раза больше, чем в направлении ширины листа (полярный угол  $\theta = 0^\circ$ ).

Считая, что при всех допустимых углах наклона и раскрытия струи (см. условие (9)) форма пятна орошения близка к эллипсу, площадь этого пятна в первом приближении равна

$$A = \pi \frac{D_\chi D_{\chi+\pi/2}}{4}, \quad (19)$$

где  $\chi$  – угол наклона наибольшего диаметра выпускного сечения форсунки к полярной оси (рис. 1), назовем его полярным углом поворота форсунки;  $D_\chi$  и  $D_{\chi+\pi/2}$  – диа-

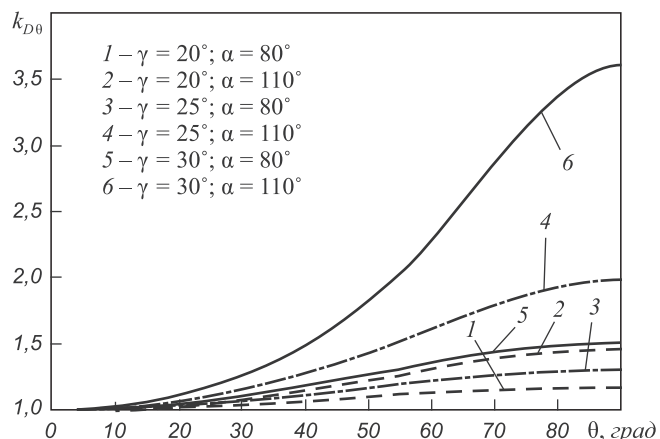


Рис. 3. Коэффициент влияния полярного угла на диаметр пятна орошения ( $\gamma$  – угол наклона продольной оси струи;  $\alpha$  – угол раскрытия струи по расчетному диаметру)

метры пятна орошения, отвечающие соответственно наибольшему и наименьшему диаметрам выпускного сечения форсунки.

Пренебрегая при этом размером выпускного сечения форсунки по сравнению с размерами пятна орошения, т.е. считая  $d = 0$  в формуле  $D_0 = d + \frac{2H}{\cos \gamma} \operatorname{tg} \varphi$ , выражение (19) можно записать в виде

$$A \approx k_{A\chi} k_{A0} \frac{\pi H^2}{\cos^2 \gamma} \operatorname{tg} \frac{\alpha_{\max}}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha_{\min}}{2}; \quad (20)$$

$$k_{A0} = \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \gamma}}{1 - \operatorname{tg}^2 \gamma \operatorname{tg}^2 (\alpha_{\min}/2)}; \quad (21)$$

$$k_{A\chi} = \frac{1}{k_{A0}} \frac{\sqrt{1 + \sin^2 \chi \operatorname{tg}^2 \gamma}}{1 - \sin^2 \chi \operatorname{tg}^2 \gamma \operatorname{tg}^2 (\alpha_{\max}/2)} \times \frac{\sqrt{1 + \cos^2 \chi \operatorname{tg}^2 \gamma}}{1 - \cos^2 \chi \operatorname{tg}^2 \gamma \operatorname{tg}^2 (\alpha_{\min}/2)}; \quad (22)$$

здесь  $\alpha_{\max}$  и  $\alpha_{\min}$  – углы раскрытия струи соответственно по наибольшему и наименьшему диаметру.

Коэффициент  $k_{A\chi}$  принимает значения  $k_{A\chi} \geq 1,0$  и характеризует влияние полярного угла поворота форсунки на площадь пятна орошения струи. На рис. 4 показаны графики функции (22) при  $\alpha_{\min} = 6^\circ$  и разных значениях углов  $\gamma$  и  $\alpha_{\max}$ , реализуемых в практике использования веерных форсунок. Из приведенных данных видно, что для форсунок с углом раскрытия  $\alpha_{\max} = 120^\circ$  влияние полярного угла поворота значительно больше, чем для форсунок с  $\alpha_{\max} = 80^\circ$ . Например, при  $\alpha_{\max} = 120^\circ$  и  $\gamma = 30^\circ$  с ростом полярного угла  $\chi$  от 0 до  $25^\circ$  площадь пятна орошения увеличивается на 22 %.

**Выводы.** Исследована геометрия пятна орошения спрейерной струи на плоской листовой поверхности при допущении о прямолинейности траектории капель после вылета из форсунки. Предложены формулы для расчета линейных размеров и площади такого пятна

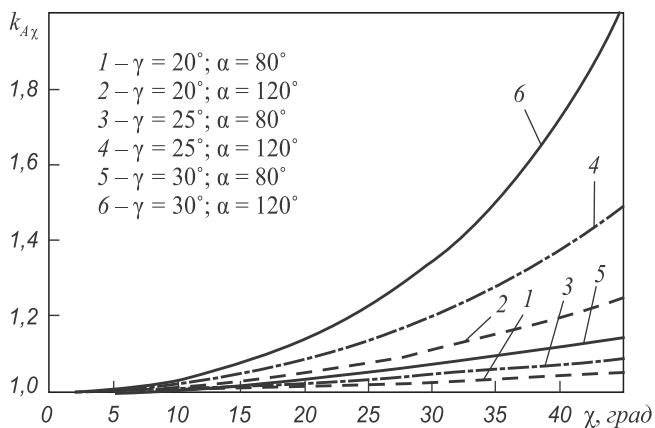


Рис. 4. Коэффициент влияния полярного угла поворота форсунки на площадь пятна орошения

орошения. В отличие от известных формул они учитывают не только наклон форсунки, но и ее поворот вокруг продольной оси. Это позволяет рассчитывать размеры пятна орошения струи с некруглым поперечным сечением при произвольной ориентации форсунки относительно плоскости листа. Показано, что при реализуемых на практике углах наклона и раскрытия плоскофакельных струй поворот форсунок вокруг оси может изменять площадь пятна орошения на 20 % и более. Полученные формулы предназначены для использования в программах проектирования установок, разработки технологии и управления процессом контролируемого охлаждения плоских металлических изделий.

© 2012 г. Э.Е. Бейгельзимер, Я.Е. Бейгельзимер  
Поступила 12 января 2012 г.

УДК 621.926.323

**А.Г. Никитин, С.А. Лактионов, Д.Ф. Сахаров**

Сибирский государственный индустриальный университет

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА РАЗРУШЕНИЯ ХРУПКОГО МАТЕРИАЛА В ОДНОВАЛКОВОЙ ДРОБИЛКЕ\*

Многие промышленные (металлургические, горные и др.) производства перерабатывают и используют в больших количествах сыпучие материалы различных классов крупности. В большинстве случаев нужный размер материала достигается измельчением более крупных кусков на дробилках, в том числе и одновалковых.

Дробление куска хрупкой породы неправильной формы – сложный процесс, так как при разрушении возникает несколько точек соприкосновения с поверхностью дробильных элементов, через которые передается разрушающее воздействие на кусок хрупкой породы. Так как форма дробимого материала не влияет на величину и направление сил, действующих на кусок в одновалковой дробилке, то принимается, что разрушению будут подвергаться куски правильной кубической формы. Это упрощение позволяет теоретически обосновать характер разрушения кусков материала в одновалковой дробилке и дает возможность проверки полученных результатов исследования с помощью эксперимента.

Кусок дробимого материала в одновалковой дробилке подвергается одновременному действию скручивающих и сжимающих нагрузок [1]. Для анализа напряженного состояния выбрана произвольная точка, взятая в куске дробимого материала. Главные напряжения в

этой точке дробимого куска выражаются через напряжения на площадке его поперечного сечения, проходящей через эту точку.

От кручения в поперечном сечении дробимого куска возникают касательные напряжения, а от сжатия – нормальные. Выбирается направление осей координат в соответствии с рис. 1. Вследствие такого выбора осей координат компоненты напряжений в рассматриваемой точке будут следующими:  $\sigma_y$  – нормальное напряжение, возникающие от силы сжатия;  $\tau_{yz} = \tau_{zy}$  – касательные напряжения, возникающие от кручения;  $\sigma_x = \sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{xz} = \tau_{xy} = \tau_{yx} = 0$ . Таким образом, в рас-

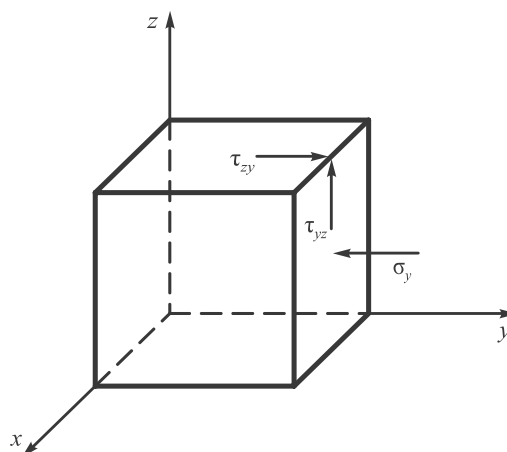


Рис. 1. Напряжения, действующие в точке, расположенной в дробимом куске

\* Работа выполнена в соответствии с государственным контрактом Министерства образования и науки № 7.4662.2011.