

3. Kuznecova N.P., Nikitin D.A. 66-ye dni nauki MISiS. pp. 287 – 294.
4. Krajushkin N.A., Kuznecova N.P. *Izv. Vuz. Chernaja metallurgija*. 2013. № 7. pp. 45 – 48.
5. Samojlovich Ju.A. etc. *Stal'noj slitok. T. 2: Zatverdevanie i ohlazhdenie* (Steel ingot. Vol. 2: The solidification and cooling). Minsk: Belorusskaja nauka, 2000. 640 p.
6. Samojlovich Ju.A. *O vybore kriteriev optimal'nogo zatverdevanija slitka. Optimizacija teplofizicheskikh processov lit'ja* (On the selection criteria for optimal ingot solidification. Optimization of thermal molding processes) Kiev: IPL An USSR. 1997. pp. 59 – 65.

Received 17 December 2013

УДК 669.041 : 536.331.001.573

АВТОМАТИЧЕСКИЙ ВЫБОР ЧИСЛА УЗЛОВ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ДЛЯ ЭФФЕКТИВНОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ УГЛОВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ИЗЛУЧЕНИЯ

Р.П. Коптелов, аспирант
А.М. Конашкова, к.т.н., доцент

Уральский федеральный университет (Екатеринбург, Россия)

Аннотация. Угловые коэффициенты для двух примеров промышленных геометрий – методической печи нагрева цилиндрических заготовок и секционной печи шаропрокатного цеха рассчитаны с помощью ранее разработанного априорного метода выбора числа узлов интегрирования. Показано, что по сравнению со стандартным методом без автоматического выбора, новый метод обеспечивает на порядок меньшее время при высокой точности расчета.

Ключевые слова: теплообмен излучением, угловые коэффициенты, интегрирование.

E-MAIL: r-koptelov@mail.ru

Детализированные расчеты высокотемпературных энергетических агрегатов и печей требуют все более точных моделей теплообмена излучением [1, 2]. Для моделирования теплообмена излучением необходимо вычисление большого числа угловых коэффициентов излучения, в том числе между ограничивающими поверхностями сетки. В ряде случаев (электрические печи сопротивления, индукционный нагрев, печи с радиационными трубами и с защитной атмосферой, охлаждение на адьюстаже и др.) наличием среды между поверхностями можно пренебречь.

В отсутствие поглощающей и рассеивающей среды на пути излучения тепловой поток на поверхность i с использованием зонального метода может быть записан следующим выражением [1]:

$$Q_i = A_i \sum_{j=1}^M F_{ij} \int_0^{\infty} (J_{\lambda,i} - J_{\lambda,j}) d\lambda, \quad (1)$$

где F_{ij} – угловой коэффициент между диффузными поверхностями i и j , A – площадь поверхности, M – количество поверхностей, участвующих в теплообмене, J – тепловой поток эффективного излучения, $J_{\lambda,i}$ – спектральный тепловой поток эффективного излучения, λ – длина волны излучения. Угловой коэффициент излучения F_{ij} равен доле лучистой энергии, испущенной и отраженной поверхностью i и дошедшей напри-

мую до поверхности j [3]. В металлургических печах с большим количеством зон может потребоваться вычисление десятков, и даже сотен тысяч угловых коэффициентов F_{ij} [4]. Это представляет наибольшую сложность при вычислении тепловых потоков и температур в большом количестве поверхностных зон печи.

Метод автоматического выбора числа узлов интегрирования

Ранее авторами было проведено численное сравнение различных методов вычислений угловых коэффициентов излучения между четырехугольными поверхностями для их различных геометрических расположений [5]. В работе использовались методы двойного и одинарного поверхностного интегрирования и двойного и одинарного контурного интегрирования. Результаты показали, что точность вычислений углового коэффициента во всех этих методах может быть априори оценена с помощью одного простого параметра – эффективного расстояния (ЭР) (рис. 1).

Можно найти значения ЭР: ЭР(10 %), ЭР(5 %), ЭР(2 %) и ЭР(1 %) такие, что если $ЭР_{ij}$, вычисленный для пары четырехугольников i, j больше, чем, например, ЭР(5 %), то погрешность априори должна быть меньше, чем 5 %, так как это выполняется для всевозможных взаимных расположений четырехугольников.

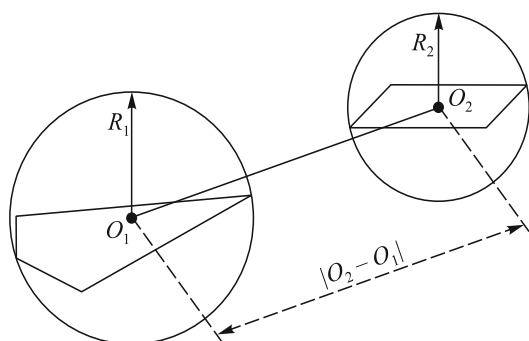


Рис. 1. Геометрическая иллюстрация критерия эффективного расстояния

Другими словами, устанавливаются следующие соотношения [5]:

$$\mathcal{E}P_{ij} > \mathcal{E}P(10\%) \rightarrow \frac{\Delta F_{ij}}{F_{ij}} < 10\%; \quad (2)$$

$$\mathcal{E}P_{ij} > \mathcal{E}P(5\%) \rightarrow \frac{\Delta F_{ij}}{F_{ij}} < 5\%; \quad (3)$$

$$\mathcal{E}P_{ij} > \mathcal{E}P(2\%) \rightarrow \frac{\Delta F_{ij}}{F_{ij}} < 2\%; \quad (4)$$

$$\mathcal{E}P_{ij} > \mathcal{E}P(1\%) \rightarrow \frac{\Delta F_{ij}}{F_{ij}} < 1\% \quad (5)$$

и так далее для любой точности.

Основная формула для углового коэффициента F_{12} определяет его через двойной поверхностный интеграл:

$$F_{12} = \frac{1}{\pi A_1} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos(\theta_1) \cos(\theta_2)}{r^2} dA_2 dA_1, \quad (6)$$

где A_1 и A_2 – площади поверхностей 1 и 2; θ_1 и θ_2 – углы между нормальными $\vec{n}_1$ и $\vec{n}_2$ и центрами элементарных площадок dA_1 и dA_2 , r – расстояние между этими элементарными площадками (рис. 2).

В работе [5] была получена таблица значений ЭР для четырех методов интегрирования. В принципе,

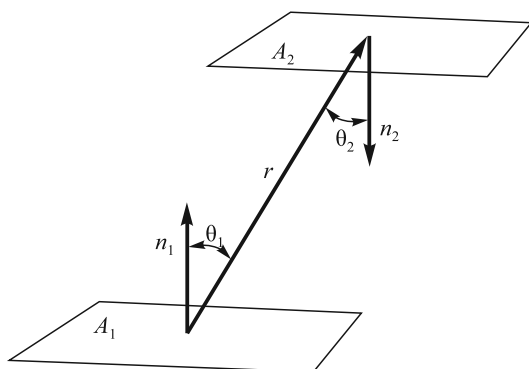


Рис. 2. Иллюстрация формулы двойного поверхностного интегрирования

любой из этих методов может быть использован для вычисления угловых коэффициентов в системах с наличием препятствий [6], однако наиболее приспособлен для этого метод двойного поверхностного интегрирования, который и будет рассматриваться далее в этой работе. Соответствующая таблица ЭР приведена ниже (табл. 1).

В качестве метода интегрирования использовался общепринятый метод прямого произведения одномерных формул Гаусса [3, 7]. Время расчета указано для компьютера Intel Pentium Dual Core T2400 (1.83 GHz).

С использованием соотношений (2) – (5) и табл. 1 был сформулирован алгоритм выбора метода интегрирования и количества узлов [5]. Если использовать только метод поверхностного интегрирования по формуле (6), то алгоритм будет следующим.

- Для всех угловых коэффициентов выбирается желаемая точность $x\%$. Это означает, что в табл. 1 выбирается соответствующая колонка.

- Для всех поверхностей вычисляется ограничивающая сфера.

- Для каждой пары четырехугольников i, j вычисляется значение $\mathcal{E}P_{ij}$. Находится такое минимальное значение n , при котором будет выполняться требование по точности: $\mathcal{E}P(x\%, n) \leq \mathcal{E}P_{ij} \leq \mathcal{E}P(x\%, n-1)$. Левая часть неравенства позволяет выполнить требования по точности, а правая часть приводит к использованию минимального числа узлов. Количество узлов интегрирования на каждой поверхности равно n^2 .

Модель методической печи

Модель методической печи представлена на рис. 3.

Сведения о модели:

- количество узлов сетки по осям x, y, z : $46 \times 7 \times 21$;
- количество поверхностных элементов сетки по осям x, y, z : $45 \times 6 \times 20$;
- всего узлов: 6762;
- всего объемных элементов (ячеек) сетки: 5400;
- всего поверхностей, участвующих в теплообмене излучением (стенки печи и поверхности заготовок): 3420;
- угловых коэффициентов: $34\,202 = 11,7 \cdot 10^6$;
- угловых коэффициентов, которые нужно рассчитывать (с учетом правила взаимности и условия выпуклости всех поверхностей): $5,8 \cdot 10^6$.

Модель секционной печи

Модель секционной печи представлена на рис. 4.

Используется упрощенная модель: цилиндрические заготовки и ролик заменены на параллелепипеды.

Сведения о модели:

- количество узлов сетки по осям x, y, z : $23 \times 15 \times 14$;
- количество поверхностных элементов сетки по осям x, y, z : $22 \times 14 \times 13$;

Таблица 1

Значения эффективного расстояния, которые позволяют вычислить угловой коэффициент с заданной точностью

n , число узлов в одномерном интеграле	N , полное число узлов интегрирования	Время расчета 10^6 угловых коэффициентов, с	ЭР (10 %)	ЭР (5 %)	ЭР (2 %)	ЭР (1 %)
1	$1^4 = 1$	0,66	4,10	6,20	7,40	9,20
2	$2^4 = 16$	2,04	1,55	2,00	2,60	2,95
3	$3^4 = 81$	5,92	1,20	1,35	1,55	1,60
4	$4^4 = 256$	15,02	1,05	1,20	1,20	1,35
5	$5^4 = 625$	32,76	0,9	1,05	1,05	1,20
6	$6^4 = 1296$	64,14	0,8	0,9	1,00	1,05

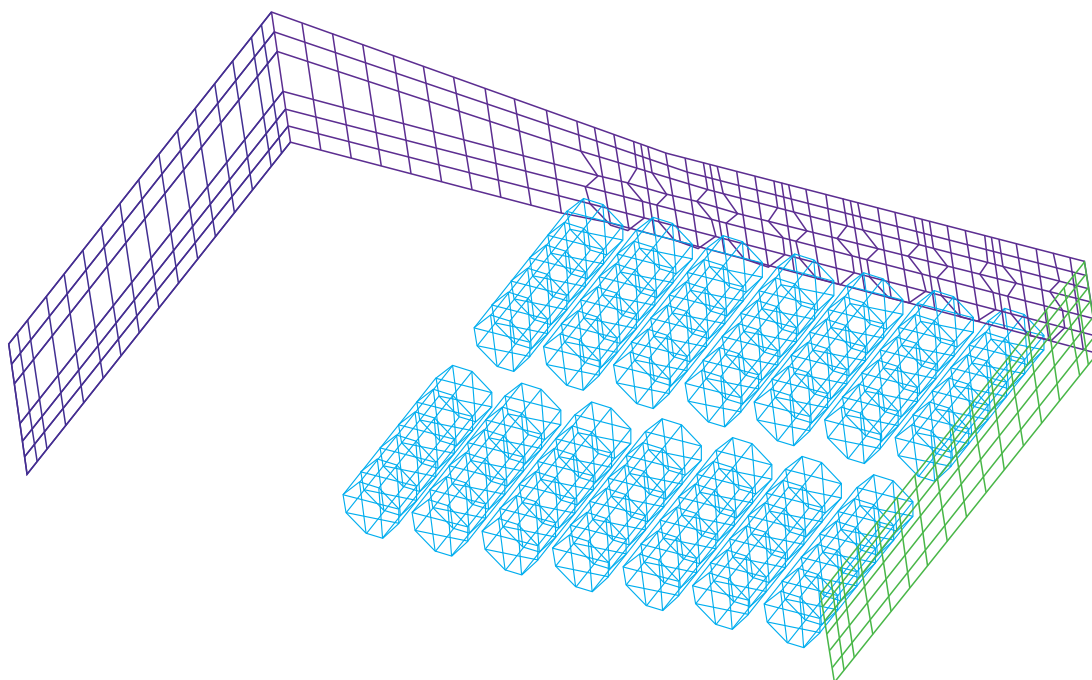


Рис. 3. Модель методической печи с заготовками, общий вид. Показаны заготовки, лежащие в два ряда, торцевые и задняя стенки

- всего узлов: 5760;
- всего объемных элементов (ячеек) сетки: 4004;
- всего поверхностей, участвующих в теплообмене излучением (стенки печи, поверхности заготовок и ролика): 2216;
- угловых коэффициентов: $22\,162 = 4,9 \cdot 10^6$;
- угловых коэффициентов, которые нужно рассчитывать (с учетом правила взаимности и условия выпуклости всех поверхностей): $2,45 \cdot 10^6$.

Схема и результаты численного эксперимента

Угловые коэффициенты для методической и секционной печей рассчитывались по двум схемам:

- с использованием фиксированного числа узлов интегрирования на каждой поверхности;
- с использованием метода автоматического выбора числа узлов.

Для численного интегрирования и учета наличия препятствий используется дискретный вариант формулы (6) с умножением на функцию видимости:

$$F_{12} = \frac{1}{\pi A_1} \sum_i \sum_j \frac{\cos(\theta_{1i}) \cos(\theta_{2j})}{r_{ij}^2} v_{ij} \Delta A_{2j} \Delta A_{1i}, \quad (7)$$

где i, j – номера элементарных площадок на поверхностях 1 и 2, v_{ij} – видимость площадок ΔA_{1i} и ΔA_{2j} . Если луч, соединяющий центры площадок ΔA_{1i} и ΔA_{2j} не пересекается ни с какими другими площадками и препятствиями, то $v_{ij} = 1$, иначе $v_{ij} = 0$. Трассировка лучей проводилась по методу VVA (Volume-by-Volume Advancement) [8].

Точность расчета оценивалась по погрешности нарушения правила замкнутости. Для каждой строки i матрицы угловых коэффициентов (размер $M \times M$) рассчитывается погрешность выполнения правила замкнутости:

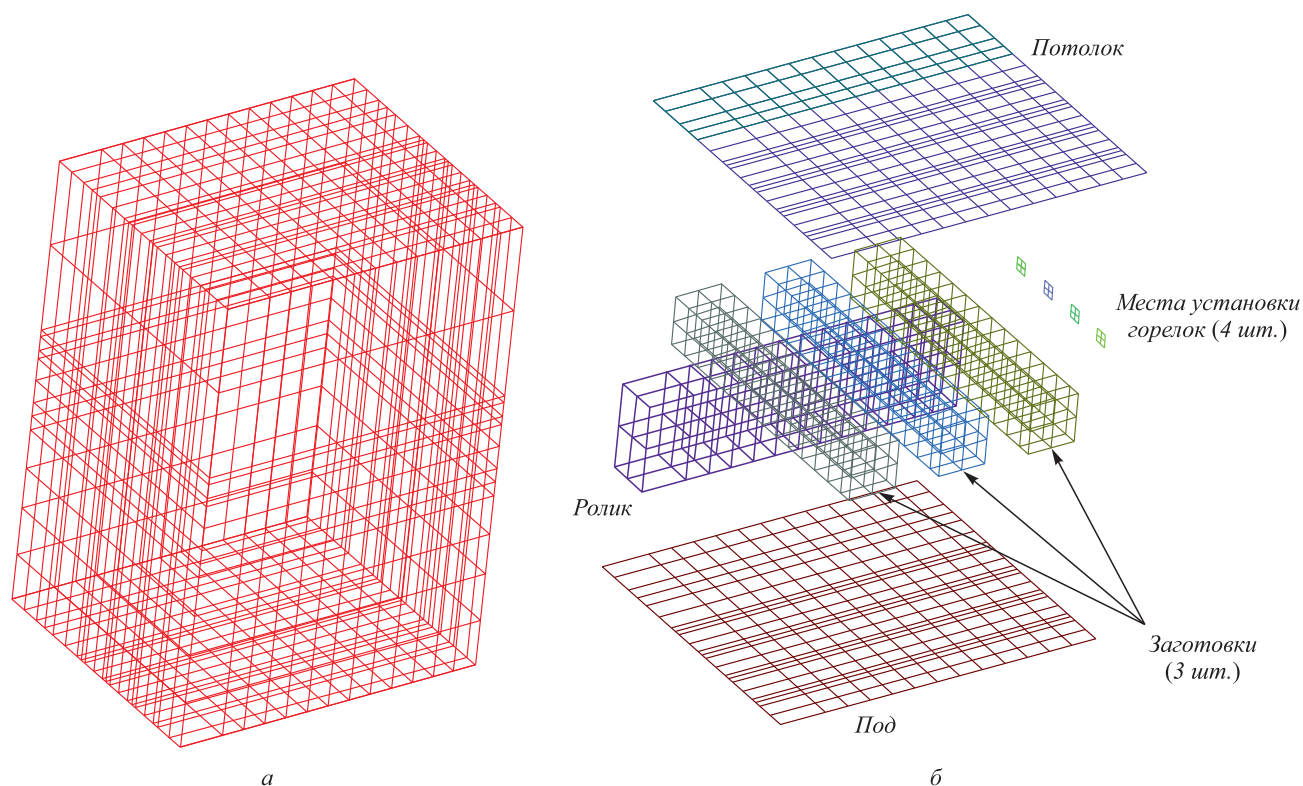


Рис. 4. Модель секционной печи шаропрокатного цеха:
 а – общий вид сетки, б – конструкция. Показаны заготовки, ролик и места установки горелок

$$err_i = \left| \sum_{j=1}^M F_{ij} - 1 \right|. \quad (8)$$

$$err_{average} = \frac{\sum_{i=1}^M err_i}{M}. \quad (10)$$

Максимальная и средняя погрешности рассчитываются соответственно по следующим формулам:

$$err_{max} = \max_{i=1}^M (err_i); \quad (9)$$

Таблица 2

**Погрешности и время вычисления
 угловых коэффициентов для методической печи
 с использованием фиксированного числа узлов
 интегрирования на каждой поверхности**

Число узлов на каждой поверхности	err_{max}	$err_{average}$	Время, с
1	1,284	0,1744	48
4	0,960	0,1127	402
9	0,800	0,0930	1929
16	0,683	0,0805	6021
25	0,595	0,0707	14693
36	0,528	0,0631	Несколько часов
49	0,475	0,0568	Несколько часов
64	0,432	0,0522	Несколько часов
81	0,396	0,0481	Несколько часов
100	0,367	0,0446	Несколько часов

Погрешности выполнения правила замкнутости приведены для методической печи в табл. 2 и 3, для секционной печи – в табл. 4 и 5. Приведенное время получено на персональном компьютере Intel Pentium Dual Core T2400 (1.83 GHz). Время расчета не измерялось в тех случаях, когда оно составляло более 4 ч.

При увеличении числа узлов на каждой поверхности с 1 до 100 максимальная и средняя ошибки замкнутости снижаются в 3,5 и 3,9 раз соответственно, тогда как время вычисления возрастает на несколько порядков.

Таблица 3

**Погрешности и время вычисления
 угловых коэффициентов для методической печи
 с использованием метода автоматического выбора
 числа узлов**

Заданная точность, %	Среднее число узлов на каждой поверхности	err_{max}	$err_{average}$	Время, с
10	1,49	0,367	0,0492	88
5	1,95	0,368	0,0485	132
2	2,33	0,368	0,0483	175
1	2,78	0,369	0,0479	227

Таблица 4

**Погрешности и время вычисления
угловых коэффициентов для секционной печи
с использованием фиксированного числа узлов
интегрирования на каждой поверхности**

Число узлов на каждой поверхности	$\epsilon_{\text{г max}}$	$\epsilon_{\text{г average}}$	Время, с
1	1,298	0,0586	18
4	1,061	0,0258	195
9	0,893	0,0199	965
16	0,770	0,0170	3056
25	0,681	0,0157	7354
36	0,606	0,0142	15184
49	0,548	0,0131	Несколько часов
64	0,501	0,0122	Несколько часов
81	0,462	0,0115	Несколько часов
100	0,430	0,0109	Несколько часов

При увеличении числа узлов на каждой поверхности с 1 до 100 максимальная и средняя ошибки замкнутости снижаются в 3,0 и 5,4 раз соответственно, тогда как время вычисления возрастает на несколько порядков.

Несмотря на то, что в предложенном методе автоматического выбора числа узлов фактическая точность вычисления каждого углового коэффициента растет с повышением заданной точности и числа узлов интегрирования, максимальная ошибка замкнутости остается постоянной, а средняя ошибка меняется не очень значительно: для методической печи на 2,7 %, а для секционной печи на 33 %. Дело в том, что если почти все значения в некоторой строке матрицы угловых коэффициентов будут вычислены точно, но один угловой коэффициент будет вычислен с погрешностью $\epsilon_{\text{г}}$, то ошибка замкнутости также будет равна $\epsilon_{\text{г}}$, т. е. ошибка замкнутости во многом определяется максимальной погрешностью вычисления какого-либо углового коэффициента. Тем не менее, ошибки замкнутости легко вычислить для любой геометрии и любых значений угловых коэффициентов, поэтому их использование оправдано.

По результатам вычислений для двух реальных геометрий видно, что предложенный метод использует чрезвычайно малое число узлов и имеет при этом такую же точность, как и стандартный метод, использующий большее число узлов. При обеспечении максимальной точности предложенный метод требует на несколько порядков меньше времени (всего 3 – 4 мин), чем стандартный метод (до 1 сут). Если сравнивать точность при примерно одинаковых временных затратах, то предложенный метод показывает точность, выше в 2,3 раза для методической печи (при этом имея еще превосходство по скорости – 227 с против 402 с у стандартного метода) и в 1,8 раз для секционной печи, также имея при этом превосходство по скорости – 147 с против 195 с у стандартного метода.

Таблица 5

**Погрешности и время вычисления
угловых коэффициентов для секционной печи
с использованием метода автоматического выбора
числа узлов**

Заданная точность, %	Среднее число узлов на каждой поверхности	$\epsilon_{\text{г max}}$	$\epsilon_{\text{г average}}$	Время, с
10	1,76	0,437	0,0186	40
5	2,47	0,429	0,0170	76
2	3,05	0,431	0,0151	108
1	3,69	0,430	0,0140	147

Таким образом, рассчитаны поверхностные угловые коэффициенты для методической и секционной печей, произведенные стандартным методом, использующим фиксированное число узлов интегрирования на каждой поверхности, и разработанным методом выбора числа узлов интегрирования.

Точность результатов оценивалась по погрешностям выполнения правила замкнутости для угловых коэффициентов.

Результаты показали, что:

- метод автоматического выбора числа узлов интегрирования эффективен для расчета угловых коэффициентов излучения в системах с большой и сложной геометрией;
- при одинаково высокой точности разработанный метод имеет на несколько порядков большее быстроедействие, чем стандартный метод;
- при одинаковых временных затратах разработанный метод имеет точность в 1,8 – 2,3 раз выше, чем стандартный метод.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Modest M.F. Radiative Heat Transfer. Second Edition. Academic Press. 2003.
2. Лисиенко В.Г. Совершенствование и повышение эффективности энерготехнологий и производств. Интегрированный энерго-экологический анализ: теория и практика. Т. 1. – М.: Теплотехник, 2010. – 688 с.
3. Emery A.F., Johansson O., Lobo M., Abrous A. // ASME Journal of Heat Transfer. 1991. Vol. 113. P. 413 – 422.
4. Маликов Г.К., Лисиенко В.Г., Коптелов Р.П. // Изв. вуз. Черная металлургия. 2010. № 7. С. 53 – 59.
5. Коптелов Р.П., Маликов Г.К., Лисиенко В.Г. // Изв. вуз. Черная металлургия. 2013. № 1. С. 23 – 31.
6. Ravishankar M., Mazumder S. Application of the Modified Differential Approximation (MDA) for Radiative Transport to arbitrary Three-Dimensional Geometry. // Proceedings of the IMECE. 2009.
7. Walton G.N. Calculation of obstructed view factors by adaptive integration. // National Institute of Standards and Technology. 2002.
8. Mazumder S. // ASME Journal of Heat Transfer. 2006. Vol. 128. No. 9. P. 945 – 952.

AUTOMATIC CHOICE OF QUADRATURE ORDER FOR EFFICIENT EVALUATION OF SURFACE VIEW FACTORS

R.P. Koptelov, Postgraduate

A.M. Konashkova, Cand.Eng., Assist. professor

Ural Federal University (Ekaterinburg, Russia)

E-MAIL: r-koptelov@mail.ru

Abstract. View factors for two real geometries of continuous furnace with cylindrical bars and sectional pusher furnace of ball-rolling workshop are calculated with the help of previously developed method of automatic choosing the number of quadrature nodes. It is shown that the method is several times faster and also more accurate than standard calculation.

Keywords: radiative heat transfer, view factors, integration.

REFERENCES

1. Modest M.F. Radiative Heat Transfer. Second Edition. Academic Press, 2003.
2. Lisienko V.G. *Sovershenstvovanie i povysenie jeffektivnosti jenergotekhnologij i proizvodstv. Integrirannyj jenergo-jekologicheskij*

analiz: teorija i praktika. T. 1 (Improved and effective energy technologies and industries. Integrated Energy and Environmental Analysis: Theory and Practice. Vol. 1). Moscow: Teplotekhnika, 2010. 688 p.

3. Emery A.F., Johansson O., Lobo M., Abrous A.A. Comparative Study of Methods for Computing the Diffuse Radiation Viewfactors for Complex Structures». ASME Journal of Heat Transfer. 1991. Vol. 113. pp. 413 – 422.
4. Malikov G.K., Lisienko V.G., Koptelov R.P. *Izv. vuz. Chernaja metallurgija*. 2010. № 7. pp. 53 – 59.
5. Koptelov R.P., Malikov G.K., Lisienko V.G. *Izv. vuz. Chernaja metallurgija*. 2013. № 1. pp. 23 – 31.
6. Ravishankar M., Mazumder S. Application of the Modified Differential Approximation (MDA) for Radiative Transport to arbitrary Three-Dimensional Geometry. Proceedings of the IMECE. 2009. Paper Number - ICEME2009-12844.
7. Walton G.N. Calculation of obstructed view factors by adaptive integration. National Institute of Standards and Technology. NISTIR 6925. 2002.
8. Mazumder S. Methods to accelerate ray tracing in the Monte Carlo method for surface-to-surface radiation transport. ASME Journal of Heat Transfer. 2006. Vol. 128. No 9. pp. 945 – 952.

Received 3 September 2013

УДК 669.041:621.783:66.045

О ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ НАГРЕВАТЕЛЬНЫХ ПЕЧЕЙ С МИНИМАЛЬНЫМ РАСХОДОМ ТОПЛИВА

А.К. Соколов, д.т.н., профессор

Ивановский государственный энергетический университет (Иваново, Россия)

Аннотация. Показана актуальность исследований производительности печей, обеспечивающих минимальный удельный расход топлива. Предложены формулы для описания зависимости удельного расхода топлива b от конечного времени нагрева τ_k и оценки величины оптимального по расходу топлива конечного времени нагрева τ_{ko} (производительности). Приведены результаты исследования зависимостей $b(\tau_k)$ и τ_{ko} от удельных потерь теплоты теплопередачей из рабочего пространства печей и способа отвода продуктов сгорания. Установлено, что значение оптимальной производительности в значительной степени определяется величиной потерь теплоты теплопередачей, которые обратно пропорционально влияют на оптимальное значение производительности. Показаны примерные условия, при которых минимальный удельный расход топлива может наблюдаться как при предельно высокой производительности, так и при низкой производительности печи.

Ключевые слова: газовые печи, нагрев металла, производительность, оптимальный режим.

E-MAIL: sokolov@bjd.ispu.ru

Можно считать общепринятым фактом наличие зависимости удельного расхода топлива b на нагрев металла от заданного конечного времени нагрева τ_k или производительности P , которые связаны соотношением $P = M/\tau_k$, где M – масса садки металла, кг.

Однако в литературе пока еще недостаточно четко определены ответы на следующие важные для теории и практики вопросы.

- Имеется ли минимум у зависимости $b(\tau_k)$ в практически важной области изменения производительности?

- Находится ли зона минимума $b(\tau_k)$ вблизи минимально допустимого (наискорейшего) для данных ус-

ловий времени нагрева τ_{kn} (максимальной производительности)?

- Какие характеристики печи в основном определяют значение τ_{ko} , при котором удельный расход топлива минимален и знак производной $db/d\tau_k$ при $\tau_k > \tau_{kn}$. Отметим, что при $db/d\tau_k < 0$ увеличение τ_k (снижение производительности) будет приводить к уменьшению удельного расхода топлива.

В работе [1] сделан обзор публикаций, в которых высказаны мнения по некоторым из названных проблем. В большей части из них утверждается, что минимальный удельный расход топлива на нагрев металла требуется при наибольшей производительности (или