5. Металлургия стали: Учебник для вузов / В.И. Явойский, Ю.В. Кряковский, В.П. Григорьев и др. – М.: Металлургия, 1983. – 584 с.
6. Свойства жидких доменных шлаков / В.Г. Воскобойников, Н.Е. Дунаев, А.Г. Михалевич и др. – М.: Металлургия, 1975. – 184 с.
7. Новиков В.К., Невидимов В.Н. Полимерная природа расплавленных шлаков. – Екатеринбург: изд. ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2006. – 62 с.
8. Некрасов И.В., Невидимов В.Н., Шешуков О.Ю. Труды XII Российской конференции «Строение и свойства металлических и шлаковых расплавов». – Екатеринбург: изд. УрО РАН, 2008. Т. 1. С. 123 – 126.
9. Новиков В.К., Невидимов В.Н. // Изв. вуз. Черная металлургия. 1997. № 1. С. 5 – 10.
10. Штенгельмейер С.В., Богатенков В.Ф. // Изв. вуз. Черная металлургия. 1958. № 11. С. 23 – 28.

Поступила 16 мая 2011 г.

УДК 621.98:539.37

В.А. Панамарев[1], В.Н. Перетятько[1], Б.В. Горев[2], В.Е. Реморов[1], В.И. Базайкин[1]

[1] Сибирский государственный индустриальный университет
[2] Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, (г. Новосибирск)

О НАПРЯЖЕНИИ ПОЛЗУЧЕГО СТЕРЖНЯ С УЧЕТОМ ПАРАМЕТРА ПОВРЕЖДЕННОСТИ*

В кинетической теории ползучести [1, 2], кроме напряжения σ и деформации ползучести ε, вводится новая величина, называемая параметром поврежденности ω. Согласно этой теории, процесс ползучести протекает одновременно с процессом повреждаемости материала, которые взаимно зависимы. Параметр поврежденности определяет собой изменения, возникшие в материале на предыдущих этапах деформирования. Имеющиеся в литературе экспериментально-теоретические исследования показывают, что процесс одномерной ползучести можно описать системой двух дифференциальных уравнений [1, 2]

$$\begin{cases} \dfrac{d\varepsilon}{dt} = \varphi(\varepsilon, \sigma, \omega); \\ \dfrac{d\omega}{dt} = f(\varepsilon, \sigma, \omega), \end{cases} \tag{1}$$

где параметр поврежденности ω принимает значения 0 – 1.

В момент начала деформирования он равен нулю, а в момент разрушения – единице. Следует отметить, что, вообще говоря, параметр ω носит формальный характер, но для ряда материалов ему можно придать вполне определенный физический смысл.

При высоких температурах некоторые металлические материалы в процессе ползучести разрушаются при постоянной, критической величине деформации ε^*, которая не зависит от вызвавшего ее напряжения. К таким материалам относятся, например, следующие сплавы: ВТ-14 при температуре T = 950 – 1000 °С, ВТ-20 при T = 850 °С, АМг-6 при T = 420 °С, 01419У при T = 400 °С, 01995 при T = 475 °С, Л-62 при T = 800 °С [1, 2]. Для таких материалов в качестве параметра поврежденности можно принять отношение текущей деформации ползучести ε к ее критическому значению ε^*: $\omega = \varepsilon/\varepsilon^*$. В этом случае параметр ω будет пропорционален величине текущей деформации и его можно называть деформационным параметром поврежденности. При использовании такого параметра система уравнений (1) может быть представлена в виде

$$\begin{cases} \dfrac{d\varepsilon}{dt} = \dfrac{B\sigma^n}{\omega^\alpha (1-\omega)^m}; \\ \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{1}{\varepsilon^*}\dfrac{d\varepsilon}{dt}. \end{cases} \tag{2}$$

Находящийся в знаменателе первого выражения системы множитель ω^α характеризует упрочнение материала, а множитель $(1 - \omega)^m$ характеризует его разупрочнение при деформировании [1, 2].

Первая формула в системе уравнений (2) выражает скорость деформации через напряжение. Такое уравнение типично для расчетов элементов конструкций на прочность, где задачи формулируются в силовой постановке: по заданным усилиям определяются напряжения и деформации. Но для обработки металлов давлением более типичны задачи в кинематической постановке, когда заранее задаются условия на деформации или их скорости, а напряжения и внешние усилия подлежат определению. Для решения подобных задач целесообразно выразить в системе (2) напряжение через скорость деформации и определить закон изменения напряжения в зависимости от времени или от деформации. Другими словами найти зависимость сопротив-

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 11-08-00845-а).

ления материала от деформации и ее скорости. Такая зависимость приведена в работе [3]:

$$\sigma = \left[\frac{1}{B} \frac{d\varepsilon}{dt} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon^*} \right)^{\alpha} \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon^*} \right)^{m} \right]^{1/n}. \qquad (3)$$

Это соотношение определяет сопротивление материала при деформировании и является определяющим уравнением при расчете технологических операций обработки металлов давлением в состоянии ползучести. При постоянной скорости деформации $d\varepsilon/dt = \text{const} = \xi_0$ выражение (3) принимает простейший вид

$$\sigma = \left[\frac{\xi_0}{B} \left(\frac{\xi_0}{\varepsilon^*} t \right)^{\alpha} \left(1 - \frac{\xi_0}{\varepsilon^*} t \right)^{m} \right]^{1/n}, \qquad (4)$$

который позволяет определить время разрушения материала и максимальное значение напряжения при заданной величине скорости деформации [3].

Иначе определяется напряжение при заданной скорости деформирования, скорости движения растягивающего захвата стержня. Если стержень первоначальной длины L_0 растягивать с переменной или постоянной скоростью v, то логарифмическая деформация стержня будет определяться выражением $\varepsilon = \ln(L/L_0) = \ln([L_0 + vt]/L_0)$, где L – текущая длина стержня.

Скорость деформации $d\varepsilon/dt \equiv \xi$ при этом будет определяться выражением

$$\xi = \frac{v}{L_0 + vt}. \qquad (5)$$

Согласно формуле (3) напряжение стержня при этом определится выражением

$$\sigma = \left\{ \frac{1}{B} \frac{v}{L_0 + vt} \left[\frac{1}{\varepsilon^*} \ln\left(\frac{L_0 + vt}{L_0} \right) \right]^{\alpha} \times \right.$$

$$\left. \times \left[1 - \frac{1}{\varepsilon^*} \ln\left(\frac{L_0 + vt}{L_0} \right) \right]^{m} \right\}^{1/n}. \qquad (6)$$

Параметр поврежденности можно представить в виде $\omega = \frac{1}{\varepsilon^*} \ln\left(\frac{L_0 + vt}{L_0} \right)$. При заданной скорости $v = \text{const} = v_0$ деформирования время t^* разрушения определится из условия $\omega = 1$ по формуле $t^* = \frac{L_0}{v_0}\left(e^{\varepsilon^*} - 1 \right)$. При заданном времени разрушения t^* соответствующая скорость деформирования v_0^* также определится из условия $\omega = 1$ по формуле $v_0^* = \frac{L_0}{t^*}\left(e^{\varepsilon^*} - 1 \right)$.

При высоких температурах ряд металлических материалов в процессе ползучести разрушается, когда удельная рассеянная работа A достигает критического значения A^*, и это значение практически не зависит от вызвавшего ее напряжения [4]. К таким материалам относятся, например, следующие сплавы: ВТ-14 при температуре T = 800 – 920 °С, ВТ-9 при T = 550 °С, АК4-14Т при T = 200 °С, 01420 при T = 380 °С, ВМД-10 при T = 380 °С, Сталь 45 при T = 450 °С [1, 2]. В этом случае в качестве параметра поврежденности можно принять отношение текущего значения удельной рассеянной работы к ее критическому значению: $\omega = A/A^*$, где $dA = \sigma d\varepsilon$. При использовании такого параметра система уравнений (1) может быть представлена в виде

$$\begin{cases} \dfrac{d\varepsilon}{dt} = \dfrac{B\sigma^n}{\omega^{\alpha}\left(1 - \omega^{\alpha+1}\right)^m}; \\ \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{\sigma}{A^*} \dfrac{d\varepsilon}{dt}. \end{cases} \qquad (7)$$

Находящийся в знаменателе первого уравнения системы множитель ω^{α} характеризует упрочнение материала, а множитель $(1 - \omega)^m$ характеризует его разупрочнение при деформировании [1, 2].

В работе [5] показано, что выразить из этой системы напряжение в аналитическом виде при произвольных значениях величин α, m, n невозможно. Но это можно сделать при отсутствии упрочнения, когда $\alpha = 0$. В этом случае система упрощается и принимает вид

$$\begin{cases} \dfrac{d\varepsilon}{dt} = \dfrac{B\sigma^n}{(1 - \omega)^m}; \\ \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{\sigma}{A^*} \dfrac{d\varepsilon}{dt}. \end{cases} \qquad (8)$$

Следует отметить, что согласно исследованиям [1, 2, 4] многие материалы, обладающие установившейся стадией ползучести, переходящей в стадию разупрочнения, достаточно строго описываются этой системой. Из выше рассматриваемой системы уравнений вытекает задача Коши для определения параметра поврежденности, которую можно представить в виде [5]

$$\int (1 - \omega)^{-m/n} d\omega = \frac{1}{A^* B^{1/n}} \int [\xi(t)]^{(n+1)/n} dt, \quad \omega(0) = 0. \qquad (9)$$

Эта задача допускает аналитическое решение, если аналитически выражаются входящие в нее интегралы. Левый интеграл вычисляется довольно просто:

$$\int (1 - \omega)^{-m/n} d\omega = \frac{-n}{n - m} (1 - \omega)^{(n-m)/n} + C_1, \qquad (10)$$

где C_1 – произвольная постоянная интегрирования.

Вычисление правого интеграла зависит от вида скорости деформации $\xi = \xi(t)$. При постоянной скорости $\xi(t) = \text{const} = \xi_0$ задача (9) решена в работе [5]. В настоящей статье примем используемую ранее скорость деформации в виде выражения (5):

$$\xi(t) = \frac{v_0}{L_0 + v_0 t}, \qquad (11)$$

которая возникает при растяжении стержня первоначальной длины L_0 таким образом, что его незакрепленный конец движется с постоянной скоростью v_0.

В этом случае можно вычислить и правый интеграл уравнения (9):

$$\int \left(\frac{v_0}{L_0 + v_0 t} \right)^{(n+1)/n} dt = -n \left(\frac{v_0}{L_0 + v_0 t} \right)^{1/n} = C_2, \qquad (12)$$

где C_2 – произвольная постоянная интегрирования.

Из соотношений (9) – (12) следует равенство

$$\frac{-n}{n-m} (1-\omega)^{(n-m)/n} = \frac{-n}{A^* B^{1/n}} \left(\frac{v_0}{L_0 + v_0 t} \right)^{1/n} + C, \qquad (13)$$

где $C = \frac{1}{A^* B^{1/n}} C_2 - C_1$ – комбинированная постоянная интегрирования, полученная из уравнения (9).

Из начального условия задачи Коши $\omega(0) = 0$ и из соотношения (13) постоянная C определяется выражением

$$C = \frac{n}{A^* B^{1/n}} \left(\frac{v_0}{L_0} \right)^{1/n} - \frac{n}{n-m}. \qquad (14)$$

При этом параметр поврежденности из системы уравнений (8) определяется в явном виде

$$\omega = 1 - \left[1 - \frac{m-n}{A^* B^{1/n}} \left(\frac{v_0}{L_0 + v_0 t} \right)^{1/n} + \frac{m-n}{A^* B^{1/n}} \left(\frac{v_0}{L_0} \right)^{1/n} \right]^{n/(n-m)}. \qquad (15)$$

Напряжение, согласно первой формуле системы уравнений (8) и соотношений (11) и (15) выражается явным образом:

$$\sigma = \frac{1}{B^{1/n}} \left(\frac{v_0}{L_0 + v_0 t} \right)^{1/n} \left[1 - \frac{m-n}{A^* B^{1/n}} \left(\frac{v_0}{L_0 + v_0 t} \right)^{1/n} + \right.$$

$$\left. + \frac{m-n}{A^* B^{1/n}} \left(\frac{v_0}{L_0} \right)^{1/n} \right]^{m/(n-m)}. \qquad (16)$$

При заданной скорости $v = \text{const} = v_0$ деформирования время t^* разрушения определится из условия $\omega = 1$ по формуле (15):

$$t^* = \left[\left(\frac{v_0}{L_0} \right)^{1/n} + \frac{AB^{1/n}}{m-n} \right]^{-n} - \frac{L_0}{v_0}. \qquad (17)$$

При заданном времени разрушения t^* для определения соответствующей скорости деформирования v_0^* из условия $\omega = 1$ и выражения (15) можно сформулировать следующее уравнение:

$$\left(\frac{v_0^*}{L_0} \right)^{1/n} - \left(\frac{v_0^*}{L_0 + v_0^* t^*} \right)^{1/n} = \frac{A^* B^{1/n}}{n-m}, \qquad (18)$$

которое при произвольных значениях n допускает численное решение.

Выводы. Получены соотношения, определяющие напряжения растягиваемого стержня с учетом его повреждаемости при деформировании с переменными скоростями, обусловленными скоростями движения его подвижного торца. В исследовании использованы параметры поврежденности деформационного и энергетического типов. Найдены соотношения для определения времени разрушения при заданной скорости и соотношения для определения скорости, обуславливающей разрушение в заданное время.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Романов К.И. Механика горячего формоизменения металлов. – М.: Машиностроение, 1993. – 240 с.
2. Методы решения технологических задач теории ползучести. Рекомендации Р54-327-91 / Г.П. Мельников, В.Д. Токарев, А.Ф. Никитенко и др. – Новосибирск: изд. Института гидродинамики СО АН СССР, 1991. – 60 с.
3. Горев Б.В., Панамарев В.А. – В кн.: Краевые задачи и математическое моделирование: тематич. сб. науч. ст. Т. 1. – Новокузнецк: изд. КемГУ, 2010. С. 168 – 172.
4. Соснин О.В., Горев Б.В., Никитенко А.Ф. Энергетический вариант теории ползучести. – Новосибирск: изд. Института гидродинамики СО АН СССР, 1986. – 95 с.
5. Горев Б.В., Панамарев В.А. – В кн.: Краевые задачи и математическое моделирование: тематич. сб. науч. ст. Т. 1. – Новокузнецк: изд. КемГУ, 2010. С. 172 – 176.

Поступила 23 сентября 2011 г.