

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И АВТОМАТИЗАЦИЯ В ЧЕРНОЙ МЕТАЛЛУРГИИ

УДК 669.046:536.331

МЕТОД РАСЧЕТА ВЗАИМНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ИЗЛУЧЕНИЯ В МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ АГРЕГАТОВ, ОСНОВАННЫЙ НА ДИСКРЕТИЗАЦИИ ПО НАПРАВЛЕНИЯМ

Маликов Г.К., д.т.н., старший научный сотрудник
Лисиенко В.Г., д.т.н., профессор (lisienko@mail.ru)
Тутаев А.А., старший преподаватель

Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина
(620002, Россия, г. Екатеринбург, ул. Мира, 19)

Аннотация. Предложено развитие метода дискретизации направлений с целью его адаптации для получения взаимных поверхностей при расчете теплообмена излучением зональным методом. Преимуществом алгоритма расчета является быстрое, по сравнению с численным интегрированием, получение элементов матрицы прямых взаимных поверхностей, отвечающих за взаимодействие между поверхностными и объемными зонами. Проведено сравнение по точности и быстродействию с методом численного интегрирования на примере моделирования теплообмена в экспериментальной печи.

Ключевые слова: теплообмен излучением, зональный метод, матрица прямых взаимных поверхностей, дискретизация по направлениям.

Математическое моделирование теплообмена излучением в печах для термической обработки металла играет существенную роль при их проектировании и эксплуатации. К настоящему времени сложилось несколько подходов к моделированию теплообмена излучением. Коммерческие программы, сочетающие в себе расчет теплообмена излучением с расчетом гидродинамики, горения и других физических процессов, как правило, используют конечноэлементные методы: метод конечных объемов и т.д. Особенность этих методов заключается в полном расчете всех видов переноса энергии в системе на достаточно мелкой сетке разбиения при жестко заданных граничных условиях. Другой подход состоит в разбиении всех поверхностей и рабочего объема системы на некоторое число относительно крупных зон с дальнейшим получением для данного разбиения матрицы \overline{ss} прямых (в случае неотражающих зон) либо общих (в случае отражающих) взаимных поверхностей зон. Элементы $\overline{s_i s_j}$ этой матрицы позволяют достаточно просто вычислить тепловой поток, которым обмениваются зоны s_i и s_j . В настоящей работе рассматривается представление о прямых взаимных поверхностях – Direct Exchange Areas (DEA) [1].

Существующие методы получения матрицы DEA

В практических задачах основным методом нахождения элементов матрицы DEA является двойное численное интегрирование по площади либо по объему [1]. Очевидно, что при таком подходе большое число объемных и поверхностных зон, формирующих

сложную геометрическую конфигурацию, существенно увеличивает требуемый объем вычислений. Кроме этого, путь каждого луча в системе должен быть отслежен до его пересечения с ближайшей непрозрачной поверхностью, что также требует большого количества времени.

Для расчета искомой матрицы также используется метод Монте-Карло [2], но при этом для достижения достаточной точности определения требуемой матрицы необходимо выполнить большое число статистических испытаний, что увеличивает объем вычислений.

Вычисление матрицы DEA методом дискретизации направлений

Особенностью предложенной методики расчета матрицы DEA является сокращение количества отслеживаемых лучей за счет использования информации, собранной при вычислении одних элементов матрицы (типа «поверхность–поверхность»), для нахождения других элементов (типа «поверхность–объем» и «объем–объем»). Впервые эта мысль была развита в работе Lockwood [3] применительно к методу конечных элементов и в более ранних работах В.Г. Лисиенко [2, 4] применительно к методу Монте-Карло.

В рамках зонального метода выбор направлений излучения определяется геометрической конфигурацией зон системы. Для повышения точности вычисления целесообразно разбить все поверхностные зоны в системе на относительно небольшие участки (подзоны) и в качестве направлений распространения излучения

выбрать линии, соединяющие геометрические центры полученных подзон.

Пример такого разбиения для двумерного случая изображен на рис. 1.

В системе выделены поверхностные $s_1, s_2, s_3, \dots, s_i$ и объемные $g_1, g_2, g_3, \dots, g_k$ зоны. Пусть поверхностная зона s_i разбита на M_i подзон, обозначенных $s_i^1, s_i^2, \dots, s_i^m, \dots, s_i^{M_i}$. Аналогично, пусть зона s_j разбита на N_j подзон: $s_j^n, n = 1, \dots, N_j$. Будем считать, что весь поток излучения от подзоны s_i^m на подзону s_j^n испускается вдоль направления, соединяющего их геометрические центры.

Для получения взаимной поверхности двух поверхностных зон s_i и s_j (рис. 1) необходимо вычислить сумму величин вида $\overline{s_i^m s_j^n}$ ($m = 1, \dots, M_i, n = 1, \dots, N_j$):

$$\overline{s_i s_j} = \sum_{m=1}^{M_i} \sum_{n=1}^{N_j} \overline{s_i^m s_j^n}.$$

Для каждой пары подзон s_i^m и s_j^n вычисляются значения k^* и L^* , максимально удовлетворяющие соотношению

$$\overline{s_i^m s_j^n} = e^{-k^* L^*} \int_{A_{m_i}} \int_{A_{n_j}} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi L^2} dA_{n_j} dA_{m_i} = e^{-k^* L^*} A_{m_i} \Psi_{m_i n_j},$$

где $\Psi_{m_i n_j}$ – угловой коэффициент с подзоны s_i^m на подзону s_j^n при условии прозрачной среды между ними.

Значения k^*, L^* предлагается вычислять по формуле

$$k^* L^* = k_1 L_1 + k_2 L_2 + \dots + k_r L_r + \dots + k_R L_R = \sum_{r=1}^R k_r L_r;$$

здесь k_r – коэффициент поглощения излучения в объемной зоне, находящейся на пути луча от s_i^m к s_j^n ; L_r – длина пути луча в объемной зоне; R – количество объемных зон, которые пересекает луч на своем пути.

Таким образом, прямая взаимная поверхность двух поверхностных зон может быть найдена по формуле

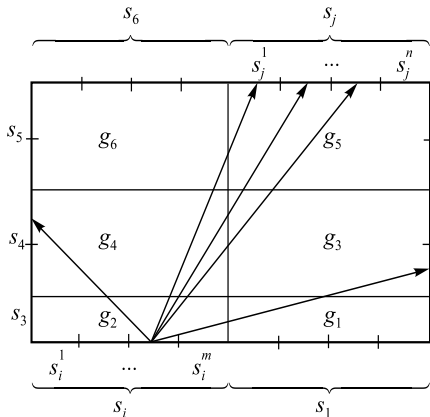


Рис. 1. Пример выделения поверхностных и объемных зон и подзон в системе

$$\overline{s_i s_j} = \sum_{m=1}^{M_i} \sum_{n=1}^{N_j} e^{-\sum_{r=1}^R k_r L_r} A_{m_i} \Psi_{m_i n_j}.$$

Элементы матрицы прямых взаимных поверхностей вида «поверхность–объем» целесообразно находить параллельно с отслеживанием лучей, соединяющих поверхностные зоны.

Обозначим пересекаемые лучом на своем пути с подзоны s_i^m на подзону s_j^n объемные зоны верхними индексами $r = 1, \dots, R$, т.е., если луч пересекает на своем пути зоны g_2, g_3, g_4, g_5 (как на рис. 1), то переобозначим эти зоны g^1, g^2, g^3, g^4 и будем рассматривать их далее под такими обозначениями (рис. 2).

Пусть луч на своем пути пересекает объемную зону g^h ($1 \leq h \leq R$) и эта зона отсекает от луча отрезок длиной L_h . В этом случае поток, поглощенный зоной g^h , определяется как часть первоначального потока с подзоны s_i^m на подзону s_j^n , равного

$$Q_m = E_b A_{m_i} \Psi_{m_i n_j},$$

где A_{m_i} – площадь ячейки (подзоны) s_i^m ; E_b – интенсивность излучения абсолютно черного тела.

Согласно закону Бугера, доля излучения Q_m , поглощенного зоной g^h , составит

$$\gamma_{\text{погл}} = \frac{Q_m e^{-\sum_{r=1}^{h-1} k_r L_r} (1 - e^{-k_h L_h})}{Q_m}.$$

Следовательно, вклад излучения с подзоны s_i^m на подзону s_j^n в прямую взаимную поверхность зон s_i и s_j будет равен

$$\overline{s_i^m s_j^n} = \frac{Q_m \gamma_{\text{погл}}}{E_b} = A_{m_i} \Psi_{m_i n_j} e^{-\sum_{r=1}^{h-1} k_r L_r} (1 - e^{-k_h L_h}).$$

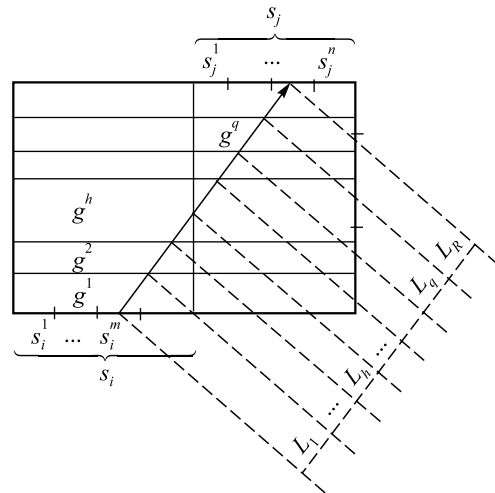


Рис. 2. Иллюстрация к нахождению элементов матрицы DEA методом дискретизации по направлениям

Сложив все вклады по индексам n, t и j , получим полную величину прямой взаимной поверхности зон s_i и g^h :

$$\overline{s_i g^h} = \sum_{j=1}^J \sum_{m_i=1}^{M_i} \sum_{n_j=1}^{N_j} \overline{s_i g_{s_i^m \rightarrow s_j^n}^h} =$$

$$= \sum_{j=1}^J \sum_{m_i=1}^{M_i} \sum_{n_j=1}^{N_j} A_{m_i} \psi_{m_i n_j} e^{-\sum_{r=1}^{h-1} k_r L_r} (1 - e^{-k_h L_h}).$$

Таким образом, прямая взаимная поверхность поверхностной зоны s_i и объемной зоны g^h вычисляется параллельно с отслеживанием лучей, соединяющих поверхностные подзоны с другими поверхностными подзонами, и не требует численного интегрирования по объемам и поверхностям зон.

По аналогии с вышеприведенными рассуждениями можно получить формулы для взаимных поверхностей между двумя объемными зонами.

В качестве тестового расчета был выбран пример системы, использованный несколькими исследователями [5, 6]. Система представляет собой прямоугольную область, моделирующую экспериментальную печь, построенную организацией International Flame Research Foundation (IFRF). Размеры печи составляют $6 \times 2 \times 2$ м. Коэффициент поглощения в объемных зонах принят равным $0,2 \text{ м}^{-1}$. Температуры пода, свода и стен составили 320, 1090 и 1090 К соответственно, степени черноты – соответственно 0,86, 0,70 и 0,70.

В печи выделены по три зоны вдоль коротких сторон и девять зон вдоль длинной. Общее число поверхностных зон 126, объемных 81. Измеренные значения температур в объемных зонах представлены на рис. 3.

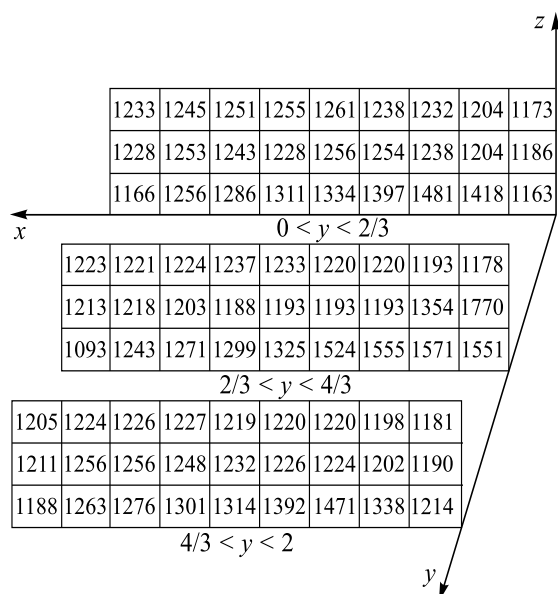


Рис. 3. Измеренные температуры, К, газовых зон в экспериментальной печи IFRF

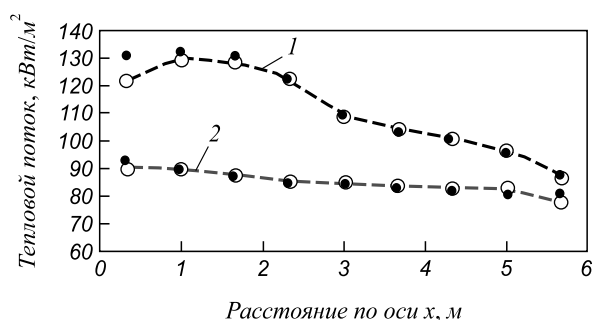


Рис. 4. Результаты математического моделирования процесса теплопереноса излучением в экспериментальной печи:
1 и 2 – тепловой поток на под и свод печи соответственно; ● – численное интегрирование; ○ – метод дискретизации направлений

Исследуемым параметром является падающий тепловой поток на зоны свода и пода печи. Результаты сравнения различных методов моделирования показаны на рис. 4.

Среднее рассогласование результатов составило 1,42 % для зон пода и 1,12 % для зон свода печи. Для метода численного интегрирования средняя относительная ошибка определения взаимных поверхностей составила 2,9 %, для метода дискретных направлений – 0,07 %. Сравнение быстродействия двух использованных методов приведено ниже:

Количество поверхностных зон		
56	126	224
Время расчета, с		
<u>2,2</u>	<u>58,6</u>	<u>624,9</u>
0,3	2,6	14,4
Число лучей, тыс. шт		
<u>87,0</u>	<u>666,0</u>	<u>2963,0</u>
3,1	16,0	50,0

Примечание. В числителе приведены данные расчета по методу численного интегрирования, в знаменателе по методу дискретизации направлений.

Выводы. Предложен новый метод получения прямых взаимных поверхностей зон для расчета теплообмена излучением зональным методом. В основе метода лежит дискретизация направлений распространения излучения в системе. При этом для получения всех элементов матрицы достаточно отследить путь лучей, соединяющих поверхностные зоны между собой. Использование этого метода позволяет значительно сократить требуемый объем вычислений. Точность результатов работы метода сопоставима с точностью расчета с помощью численного интегрирования при сокращении времени вычисления более чем на порядок.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Modest M.F. Radiative Heat Transfer, Second Edition. Academic Press. – New York, 2003.

2. Лисиенко В.Г. Совершенствование и повышение эффективности энерготехнологий и производств (интегрированный энерготехнологический анализ: теория и практика). Т. 1. – М: Тепло-техник, 2008. – 608 с.
3. Lockwood F.C., Shah N.G. A new radiation solution method for incorporation in general combustion prediction procedures, Eighteenth Symposium on Combustion. The Combustion Institute, 1981.
4. Лисиенко В.Г., Журавлев Ю.А., Китаев Б.И. // Изв. вуз. Черная металлургия. 1973. № 6. С. 131 – 135.
5. Hyde D.J., Truelove J.S. The Discrete Ordinates Approximation for Multidimensional Radiant Heat Transfer in Furnaces, AERE R-8502, AERE Harwell, UK, 1977.
6. Kim S.H., Huh K.Y. Assessment of the finite-volume method and the discrete ordinates method for radiative heat transfer in a three-dimensional rectangular enclosure, Numer. Heat Transfer. Part B 35 (1999), p. 85 – 112.

© 2014 г. Маликов Г.К., Лисиенко В.Г., Титаев А.А.

Поступила 30 апреля 2014 г.

IZVESTIYA VUZOV. CHERNAYA METALLURGIYA = IZVESTIYA – FERROUS METALLURGY. 2014. No. 10. Vol. 57, pp. 47–50.

A NEW METHOD FOR CALCULATION OF EXCHANGE AREAS IN HIGH TEMPERATURE FURNACES, BASED ON DISCRET TRANSFER MODELLING

Malikov G.R., Dr. Sci. (Eng.), Senior Researcher

Lisienko V.G., Dr. Sci. (Eng.), Professor (lisienko@mail.ru)

Titaev A.A., Senior Lecturer

Ural Federal University (19, Mira str., Ekaterinburg, 620002, Russia)

Abstract. A new method based on discrete transfer modeling technique for calculating the direct exchange areas (DEA) in zonal method is presented. The key property of this method is fast DEA matrix evaluation. The computational time was found to be small in comparison to other methods for direct exchange areas evaluations based on numerical quadrature integration. The accuracy of the procedure is established by comparing the predictions with those based on the numerical integration on test case (IFRF furnace).

Keywords: radiative heat transfer, zonal method, direct exchanger area matrix, discrete transfer modelling, mud, impact resistance, abrasion strength, ferrite bond, silicate bond.

REFERENCES

1. Modest M.F. *Radiative Heat Transfer*, Second Edition. Academic Press. New York, 2003.
2. Lisienko V.G. *Sovershenstvovanie i povyshenie effektivnosti energo-tekhnologii i proizvodstv (integrirovanniy energo-tehnologicheskii analiz: teoriya i praktika)* [Improved and effective energy technologies and industries (integrated energy-technological analysis: theory and practice)]. Vol.1. Moscow: Teploteknik, 2008. 608 p. (In Russ.).
3. Lockwood F.C., Shah N.G. A new radiation solution method for incorporation in general combustion prediction procedures. *Eighth Symposium on Combustion*. The Combustion Institute, 1981.
4. Lisienko V.G., Zhuravlev Yu.A., Kitaev B.I. *Izvestiya VUZov. Chernaya metallurgiya = Izvestiya – Ferrous Metallurgy*. 1973, no. 6, pp. 131–135. (In Russ.).
5. Hyde D.J., Truelove J.S. *The Discrete Ordinates Approximation for Multidimensional Radiant Heat Transfer in Furnaces*. AERE R-8502. AERE Harwell. UK, 1977.
6. Kim S.H., Huh K.Y. Assessment of the finite-volume method and the discrete ordinates method for radiative heat transfer in a three-dimensional rectangular enclosure. *Numer. Heat Transfer: Part B* 35 (1999), pp. 85–112.

Received April 30, 2014