lurgiya = Izvestiya – Ferrous Metallurgy. 2010, no. 6, pp. 15–20. (In Russ.).

4. Pavlovets V.M. The comparison of the combined pellets process by charge sputtering using low-temperature jets of compressed air. *Izvestiya VUZov. Chernaya metallurgiya = Izvestiya – Ferrous Metallurgy*. 2005, no. 6, pp. 11–17. (In Russ.).

5. Yusfin Yu. S., Pashkov N.F., Antonenko L.K. *Intensifikatsiya proizvodstva i uluchshenie kachestva okatyshei* [Intensification of production and improvement of quality of pellets]. Moscow: Metallurgiya, 1994. 240 p. (In Russ.).

6. Ruchkin I.E. *Proizvodstvo zhelezorudnyh okatyshei* [Iron ore pelletizing]. Moscow: Metallurgiya, 1976. 184 p. (In Russ.).

7. Maerchak Sh. *Proizvodstvo okatyshei* [Pelletizing]. Moscow: Metallurgiya, 1982. 232 p. (In Russ.).

8. Pavlovets V.M. *Sposob polucheniya okatyshei* [Pelletizing process]. Patent RF no. 2402619, 2010. (In Russ.).

9. Pavlovets V.M. *Sposob polucheniya okatyshei* [Pelletizing process]. Patent RF no. 2464328, 2012. (In Russ.).

Received June 10, 2014

УДК 621.746.42

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ДВИЖЕНИЯ РАСПЛАВА В КАНАЛАХ ЛИТЕЙНОЙ ФОРМЫ

Голубев В.Б., *к.т.н., доцент*
Касымова И.В., *доцент* (kasymovainna@gmail.com)

Сибирский государственный индустриальный университет
(654007, Россия, Новокузнецк, Кемеровской обл., Кирова, 42)

Аннотация. Приведено решение уравнений Навье-Стокса, описывающих движение вязкой несжимаемой жидкости. Решение получено путем наложения ряда условий, приближенно выполняемых при движении реальных расплавов, и представляет известное в гидродинамике уравнение Бернулли. Анализ налагаемых на уравнение Навье-Стокса условий, проведенный в работе, позволяет оценить область применения уравнения Бернулли для расчета конструкций литниковых систем.

Ключевые слова: литниковые системы, неразрывность потока, критерий Рейнольдса, безвихревое движение потока.

Процесс получения отливки высокого качества требует решения целого комплекса теоретических и практических задач, главной из которых является организация подвода металла к телу отливки. Появление таких дефектов, как засор, газовая и песчаная раковины, неметаллические включения, связано, прежде всего, с конструкцией литниковой системы, основными элементами которой являются приемная воронка, стояк, литниковый ход и питатели. Переход из одного элемента литниковой системы в другой сопровождается нарушением сплошности (см. рисунок), размывом формы и как следствие появлением дефектов. Чтобы избежать этих дефектов, литниковая система должна обеспечить спокойное, безвихревое, без разрывов и нарушений сплошности потока движение расплава.

В настоящее время теоретической базой для расчета движения расплава по каналам литейной формы является уравнение Бернулли, которое для двух различных сечений 1 – 1 и 2 – 2 канала литейной формы имеет вид

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + Z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 + h, \quad (1)$$

где $\frac{V^2}{2g}$, $\frac{P}{\gamma}$ и Z – скоростной, статический и пьезометрический напоры в соответствующих сечениях; h – потеря напора на пути от сечения 1 – 1 до сечения 2 – 2.

Уравнение Бернулли соблюдается лишь при определенных условиях, которые не всегда выполняются в литейной практике. Исходя из сказанного в настоящей работе поставлена задача – определить условия, при которых уравнение Бернулли применимо для расчета движения расплава по каналам литейной формы.

Рассмотрим движение вязкой сжимаемой жидкости, описываемое в гидромеханике уравнениями Навье-Стокса:

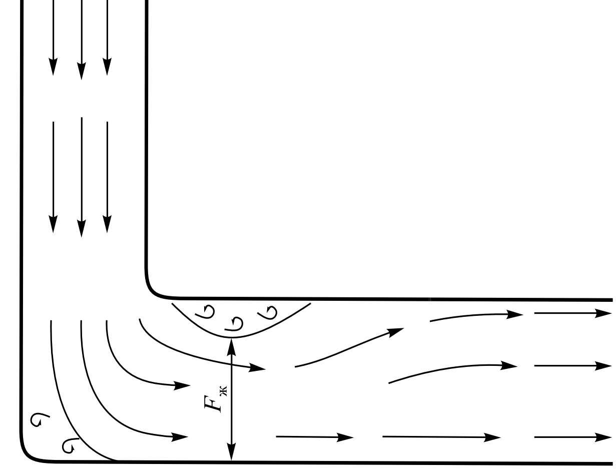

Схема течения потока в канале

$$\rho\frac{\partial u}{\partial \tau}+\rho u\frac{\partial u}{\partial x}+\rho v\frac{\partial u}{\partial y}+\rho w\frac{\partial u}{\partial z}=$$

$$=X-\frac{\partial P}{\partial x}+\mu\Delta u+\frac{1}{3}\mu\frac{\partial}{\partial x}(\mathrm{div}\bar{V}), \qquad (2а)$$

$$\rho\frac{\partial v}{\partial \tau}+\rho u\frac{\partial v}{\partial x}+\rho v\frac{\partial v}{\partial y}+\rho w\frac{\partial v}{\partial z}=$$

$$=Y-\frac{\partial P}{\partial y}+\mu\Delta v+\frac{1}{3}\mu\frac{\partial}{\partial y}(\mathrm{div}\bar{V}), \qquad (2б)$$

$$\rho\frac{\partial w}{\partial \tau}+\rho u\frac{\partial w}{\partial x}+\rho v\frac{\partial w}{\partial y}+\rho w\frac{\partial w}{\partial z}=$$

$$=Z-\frac{\partial P}{\partial z}+\mu\Delta w+\frac{1}{3}\mu\frac{\partial}{\partial z}(\mathrm{div}\bar{V}) \qquad (2в)$$

или в векторной форме [1]

$$\rho\frac{d\bar{V}}{d\tau}=\bar{R}-\mathrm{grad}P+\mu\Delta\bar{V}+\frac{1}{3}\mu\,\mathrm{grad}(\mathrm{div}\bar{V}); \qquad (3)$$

где ρ – плотность жидкости; $\bar{V}=(u;\ v;\ w)$ – вектор скорости; τ – время; $\bar{R}\,(X;\ Y;\ Z)$ – вектор напряжения объемной силы(в рассматриваемом случае силы тяжести); $\mathrm{grad}P=\left(\frac{\partial P}{\partial x};\ \frac{\partial P}{\partial y};\ \frac{\partial P}{\partial z}\right)$ – градиент давления; μ – динамическая вязкость; $\Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа; $\mathrm{div}\bar{V}=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}$ – дивергенция скорости.

Если жидкость считать несжимаемой ($\rho=\mathrm{const}$), то справедливо уравнение неразрывности $\mathrm{div}\bar{V}=0$, которое отражает тот факт, что количество жидкости, втекающей внутрь любой замкнутой области, равно количеству жидкости, вытекающей из этой области. С учетом этого уравнение (3) упрощается:

$$\rho\frac{d\bar{V}}{d\tau}=\bar{R}-\mathrm{grad}P+\mu\Delta\bar{V}. \qquad (4)$$

Поскольку движение расплава в каналах литейной формы автомодельно относительно критерия Рейнольдса, то торможение потока связано только с сопротивлением z литейной формы, т.е. член уравнения Навье-Стокса $\mu\Delta\bar{V}$ представляет собой массовую силу: $\bar{r}=\mu\,\Delta\bar{V}=\bar{r}(\zeta)$.

Уравнение (4) для автомодельного режима примет вид

$$\frac{d\bar{V}}{d\tau}=\bar{F}-\frac{1}{\rho}\mathrm{grad}P, \qquad (5)$$

где $\bar{F}=\frac{\bar{R}+\bar{r}}{\rho}$.

Полагаем, что движение расплава в каналах литейной формы безвихревое, откуда следует, что существует некоторая функция φ, частные производные которой по координатам x, y, z равны соответствующим компонентам скорости, т.е. $u=\frac{\partial\varphi}{\partial x};\ v=\frac{\partial\varphi}{\partial y};\ w=\frac{\partial\varphi}{\partial z}$. Таким образом, если движение расплава безвихревое, то уравнение (5) после соответствующих преобразований примет вид

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\tau}+\frac{V^2}{2}+\Phi+\frac{P}{\rho}=C(\tau), \qquad (6)$$

где Φ – потенциал массовых сил; $C(\tau)$ – произвольная функция времени.

В случае, когда массовые силы являются силами тяжести (gZ) и сопротивления ($-gh$) стенок формы ($\Phi=g(Z-h)$), а движение жидкости – установившееся ($\partial\varphi/\partial\tau=0$, $C(\tau)=\mathrm{const}$), уравнение (6) принимает вид

$$\frac{V^2}{2}+g(Z-h)+\frac{P}{\rho}=\mathrm{const}, \qquad (7)$$

где gh – составляющая массовой силы $\bar{r}=f(\zeta)$.

Разделив обе части равенства (7) на g, получим уравнение Бернулли для реальной жидкости:

$$\frac{V^2}{2g}+\frac{P}{\gamma}+Z=\mathrm{const}+h. \qquad (8)$$

Для двух различных сечений 1 – 1 и 2 – 2 это уравнение имеет вид (1):

$$\frac{V_1^2}{2g}+\frac{P_1}{\gamma}+Z_1=\frac{V_2^2}{2g}+\frac{P_2}{\gamma}+Z_2+h.$$

Можно сделать заключение, что уравнение Бернулли, на котором базируются расчеты движения расплава по каналам литейной формы, является частным случаем уравнений Навье-Стокса, на которые наложены следующие условия: *1* – движение расплава автомодельно относительно критерия Рейнольдса ($\bar{V}\neq f(\mathrm{Re})$); *2* – расплав является несжимаемой жидкостью ($\mathrm{div}\bar{V}=0$); *3* – движение расплава потенциальное (завихренность нулевая); *4* – движение потока расплава является установившимся. Из анализа литературных данных следует, что автомодельный режим движения наблюдается при $\mathrm{Re}=dV/\nu>10\,000$ (здесь d – диаметр канала; ν – кинематическая вязкость). Для реальных литниковых систем $\mathrm{Re}_{\min}\approx 9000\div 10\,000$ [2, 3], т.е. условие *1* не противоречит литейной практике.

В процессе движения расплава по каналам литейной формы происходит его охлаждение и, следовательно, изменение плотности, а это значит, что $\mathrm{div}\bar{V}$ лишь приближенно равна нулю. И хотя нарушение условия *2* требует определенных поправок, оно вряд ли окажет существенное влияние на результаты расчета.

Движение потока можно считать установившемся только в каждый отдельный момент, т.е. в процессе заполнения литейной формы $\partial\varphi/\partial\tau \neq 0$ и это необходимо учитывать в расчетах.

Условие *3*, которое предполагает безвихревое, потенциальное движение расплава по каналам литейной формы, на практике не выполняется, поскольку при изменении геометрии канала образуются вихревые зоны (см. рисунок). При этом уравнение Бернулли может быть использовано при расчете движения расплава только в том случае, если за расчетные принимать геометрические сечения каналов литейной формы за минусом сечений вихревых зон, т.е. живое сечение канала $F_ж$ (см. рисунок).

При этом возникает проблема расчета вихревых зон. Поскольку размер вихревых зон зависит от изменяющейся геометрии каналов литейной формы, то исследования по установлению этой зависимости представляют значительный интерес, так как позволяют решить обратную задачу: спроектировать геометрию литниковой системы таким образом, чтобы исключить образование вихрей, ответственных за возникновение дефектов отливки.

Выводы. Приведена оценка области применения уравнения Бернулли для расчета конструкций литниковых систем.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. – М.: Наука, 1988. – 736 с.
2. Дубицкий Г.М. Литниковые системы. – М.: Машгиз, 1962. – 66 с.
3. Рабинович Б.В. Предмет и задачи гидравлики расплавов. Гидродинамика расплавленных расплавов. – М.: АН УССР, 1958. – 531 с.

Поступила 11 марта 2014 г.

Izvestiya VUZov. Chernaya Metallurgiya = Izvestiya – Ferrous Metallurgy. 2014. No. 10. Vol. 57, pp. 22–24.

HYDRODYNAMIC CHARACTERISTICS OF MELT MOTION IN THE CHANNELS OF MOLD

Golubev V.B., *Cand. Sci. (Eng.), Assist Professor*
Kasymova I.V., *Assist. Professor* (kasymovainna@gmail.com)

Siberian State Industrial University (42, Kirova str., Novokuznetsk, Kemerovo Region, 654007, Russia)

Abstract. The paper deals with the solution of Navier-Stokes equation describing the motion of a viscous uncompressible liquid. The solution is received by imposing a series of conditions fulfilled approximately under a real melt motion and represents the well-known in hydrodynamics Bernoulli equation. The analysis of conditions imposed on Navier-Stokes equation, carried out in the paper, enables to assess the application range of Bernoulli equation for calculation of foundry gating system structures.

Keywords: gate system, Reynolds criterion, flow continuity, melt motion, vortex-free flow motion.

REFERENCES

1. Landau L.D., Lifshic E.M. *Teoreticheskaya fizika. T. VI. Gidrodinamika* [Theoretical physics. Vol.VI. Hydrodynamics]. Moscow: Nauka, 1988. 736 p. (In Russ.).
2. Dubickii G. M. *Litnikovye sistemy* [Gating systems]. Moscow: Mashgiz, 1962. 66 p. (In Russ.).
3. Rabinovich B.V. *Predmet i zadachi gidravliki rasplavov. Gidrodinamika rasplavlennykh rasplavov* [Subject and objects of melt hydraulics. Hydrodynamics of molten melts]. Moscow: AN USSR, 1958. 531 p. (In Russ.).

Received March 11, 2014