



УДК 539.5, 621.74.045

DOI 10.17073/0368-0797-2025-6-613-620



Оригинальная статья

Original article

ВЛИЯНИЕ КОЛЬЦЕВЫХ ШВОВ НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КЕРАМИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКОВОЙ ФОРМЕ ПРИ ЗАТВЕРДЕВАНИИ В НЕЙ СТАЛЬНОЙ ОТЛИВКИ

А. И. Евстигнеев[✉], В. И. Одиноков, Д. В. Чернышова,

А. А. Евстигнеева, Э. А. Дмитриев

Комсомольский-на-Амуре государственный университет (Россия, 681013, Хабаровский край, Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27)

diss@knastu.ru

Аннотация. При кристаллизации жидкого металла в оболочковой литьевой форме на ее поверхностях возникают значительные нормальные напряжения: на внутренней – сжимающие, на наружной – растягивающие. Особенно ярко они проявляются в начальный момент времени охлаждения. Это может привести к повреждению литьевой формы, а значит, и к повреждению кристаллизующейся металлической отливки. Снизить уровень напряженно-деформированного состояния в поверхностных слоях можно с помощью нанесения на внешнюю и внутреннюю поверхности специальных кольцевых (температурных) выточек (швов). В настоящей работе сформулирована и решена задача по влиянию температурных швов во внутренних и внешних слоях оболочковой формы (ОФ) на уровень её напряженно-деформированного состояния (НДС) при кристаллизации стальной отливки. В качестве параметра стойкости ОФ к трещинообразованию приняты нормальные напряжения σ_{22} , σ_{33} , возникающие как на внутренней, так и внешней поверхностях ОФ в начальный момент заливки металла и охлаждения стальной отливки. Рассматривается осесимметрическая задача для цилиндрической керамической ОФ. На основе сформулированной целевой функции приведен алгоритм решения задачи с использованием уравнений линейной теории упругости, уравнения теплопроводности и апробированного численного метода. В результате решения задачи определено минимальное количество и места расположения выточек на внутренней и внешней поверхности ОФ, обеспечивающих уменьшение нормальных напряжений. Результаты решения задачи представлены в виде эпюра напряжений по сечениям рассматриваемой области. Дан анализ полученных результатов стойкости ОФ к трещинообразованию. Даны рекомендации по использованию результатов работы в различных научно-технических областях.

Ключевые слова: литье по выплавляемым моделям, оболочковая форма, напряженное состояние, температурный шов, трещиностойкость, алгоритм определения напряжений

Благодарности: Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-29-00214, <https://rscf.ru/project/24-29-00214/>.

Для цитирования: Евстигнеев А.И., Одиноков В.И., Чернышова Д.В., Евстигнеева А.А., Дмитриев Э.А. Влияние кольцевых швов на напряженно-деформированное состояние в цилиндрической керамической оболочковой форме при затвердевании в ней стальной отливки. *Известия вузов. Черная металлургия*. 2025;68(6):613–620. <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2025-6-613-620>

EFFECT OF ANNULAR SEAMS ON STRESS-STRAIN STATE IN CYLINDRICAL CERAMIC SHELL MOLD DURING SOLIDIFICATION OF A STEEL CASTING IN IT

A. I. Evstigneев[✉], V. I. Odinokov, D. V. Chernyshova,
A. A. Evstigneeva, E. A. Dmitriev

Komsomolsk-on-Amur State University (27 Lenin Ave., Komsomolsk-on-Amur, Khabarovsk Territory 681013, Russian Federation)

 diss@knastu.ru

Abstract. During the crystallization of liquid metal in a shell casting mold, significant normal stresses occur on its surfaces. On the inner – compressive, on the outer – tensile. They are especially pronounced at the initial moment of cooling time. This can lead to damage to the casting mold, and hence damage to the crystallizing metal casting. It is possible to reduce the level of stress-strain state in the surface layers by applying special annular (temperature) recesses (seams) to the outer and inner surfaces. In this paper, the problem of the influence of temperature seams in inner and outer layers of a shell mold (SM) on the level of its stress-strain state (SSS) during crystallization of a steel casting was formulated and solved. The normal stresses σ_{22} , σ_{33} , which occur both on the inner and outer surfaces of SM at the initial moment of metal casting and cooling of the steel casting, are accepted as a parameter of SM resistance to cracking. An axisymmetric problem for a cylindrical ceramic SM is considered. Based on the formulated objective function, the paper presents an algorithm for solving the problem using the equations of the linear theory of elasticity, the equation of thermal conductivity and the proven numerical method. As a result of solving the problem, the minimum number and locations of recesses on the inner and outer surfaces of SM, ensuring a decrease in normal stresses, were determined. The results of solving the problem are presented in the form of stress plots across the sections of the considered area. The authors analyzed the obtained results of SM resistance to cracking and gave recommendations on the use of the obtained results in various scientific and technical fields.

Keywords: investment casting, shell mold, stress state, temperature seam, crack resistance, stresses detection algorithm

Acknowledgements: The research was supported by the Russian Science Foundation, grant No. 24-29-00214, <https://rscf.ru/project/24-29-00214/>.

For citation: Evstigneev A.I., Odinokov V.I., Chernyshova D.V., Evstigneeva A.A., Dmitriev E.A. Effect of annular seams on stress-strain state in cylindrical ceramic shell mold during solidification of a steel casting in it. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2025;68(6):613–620.
<https://doi.org/10.17073/0368-0797-2025-6-613-620>

ВВЕДЕНИЕ

Литье по выплавляемым моделям остается одной из самых востребованных технологий получения отливок высокой геометрической сложности с сохранением требуемой точности.

Недостатком этого метода литья является высокий процент брака оболочковых форм (ОФ), что связано с образованием микро- или макротрещин в них, их частичным или полным разрушением в процессе формообразования, а, главным образом, на технологических операциях (прокаливании, заливки их расплавом в начальной стадии охлаждения отливки) из-за неравномерного нагрева по толщине литейной ОФ. Такая низкая стойкость ОФ связана с повышенным уровнем напряженно-деформированного состояния (НДС) в них. Для снижения влияния таких воздействий в производстве применяют различные технологические решения.

Вопросам исследования НДС литейных многослойных оболочковых форм посвящены работы как отечественных, так и зарубежных исследователей. Так, в работах [1; 2] отражено влияние формы и геометрии ОФ, в работах [3; 4] – толщины стенки ОФ, в работах [5; 6] – материала формы, а в работах [7–9] – геометрии отливки. Отечественные исследования, посвященные рассматриваемой проблеме, представлены

в работах [10–13]. Аналогичные проблемы изучались и при литье в кокиль [14; 15].

Настоящая работа является продолжением исследований авторов по трещиностойкости керамической ОФ по выплавляемым моделям при получении в ней металлических отливок. В ранних работах авторов с помощью математического моделирования изучалось НДС цилиндрических ОФ при заливке их жидким металлом. В результате теоретического анализа были найдены оптимальные физические параметры материала ОФ и ее морфологической структуры, оказывающие решающее влияние на трещиностойкость. Эти исследования легли в основу разработанных новых видов (типов, образцов) ОФ, по которым получены патенты РФ на изобретения (№ 2743439, № 2763359) и др.

В основу теоретических исследований авторов положен численный метод [16], с помощью которого решаются задачи в следующей постановке: жидкий металл заливается в многослойную ОФ, в которой он затвердевает в виде отливок; в процессе охлаждения отливки определяется НДС и температура в сечениях ОФ.

На начальном этапе исследования проводились на отливке в виде цилиндра со сферическим закруглением в данной части, что имитирует модель отливки в виде стояка в ОФ.

Дальнейшие теоретические исследования цилиндрических ОФ были связаны с установлением влияния силового воздействия опорного наполнителя (ОН) и параметров межслойного трения в ОФ на ее НДС [17; 18], по результатам которых также получены патенты (№ 2769192, № 2788296).

Как показал производственный опыт контроля стойкости литейных форм, наиболее непредсказуемой формой получаемой отливки является сферическая или шарообразная. Для таких ОФ определен оптимальный угол их охвата опорным наполнителем и его влияние на уровень НДС в ОФ [19].

Математическое моделирование таких процессов с использованием численных методов представлено в зарубежных работах [20 – 22], а моделирование НДС в затвердевающей отливке – в работах [23; 24].

Поиск новых технологических решений по снижению критического уровня НДС в ОФ позволил предложить новую конструкцию литейной керамической ОФ [25], основанную на известном методе снижения параметров термических напряжений в отливках за счет применения так называемых «ребер жесткости» [26].

Выявлено повышение стойкости сферической литейной ОФ за счет наличия на внутренней поверхности формы кольцевых (температурных) швов или выточек. Повышение стойкости при наличии таких швов установлено и в металлических литейных формах.

Отметим, что при заливке стали в ОФ сферической геометрии внутренние нормальные напряжения в сечении полностью сжимающие, причем довольно большой величины, в связи с чем теоретические исследования сводились к поиску условий, способствующих уменьшению (по модулю) этих напряжений. Наиболее эффективной оказалась конструкция литейной формы с кольцевыми швами в облицовочном слое [25]. В литейных формах цилиндрической конфигурации наибольшую опасность представляют растягивающие нормальные напряжения на поверхности соприкосновения формы с ОН.

В настоящей работе рассматривается литейная керамическая форма с цилиндрическим участком и теоретически анализируется влияние температурных швов не только на внешнем слое ОФ, но и на внутренней ее поверхности. Рассматривается «жесткий» вариант литейной формы: монослочная керамическая с постоянным модулем сдвига.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается осесимметричное тело вращения (рис. 1), имеющее жидкую фазу (металл) (I), затвердевающую корочку (II), оболочковую форму (III), опорный наполнитель (IV), круговые выточки a_i на поверхности облицовочного слоя (поверхности S_2) и круговые выточки b_i на поверхности соприкосновения формы (III) с опорным наполнителем (IV) (поверхности S_3).

Пусть A – конечное множество круговых выточек a_i на поверхности S_2 ; $A = \{a_i, i = 1, \dots, n\}$; B – конечное множество круговых выточек b_i на поверхности S_3 ; $B = \{b_i, k = 1, \dots, m\}$. Положим, $C = A \cup B$. Как следует из многочисленных работ авторов, опасными напряжениями при заливке стали в ОФ являются σ_{22} , σ_{33} . Причем при охлаждении стали в ОФ с цилиндрическими участками опасными являются растягивающие напряжения σ_{22} на поверхности S_3 , а при охлаждении стали в ОФ сферической конфигурации опасными являются сжимающие напряжения σ_{33} на поверхности S_2 .

Сформулируем задачу.

Требуется найти такое наименьшее количество выточек A на поверхности S_2 ОФ и количество выточек B на поверхности S_3 , а также их геометрическое расположение, чтобы при охлаждении металла в литейной форме (ЛФ) наибольшие (по модулю) напряжения в области Q при $\tau = \tau^*$ не превышали заданных ограничений:

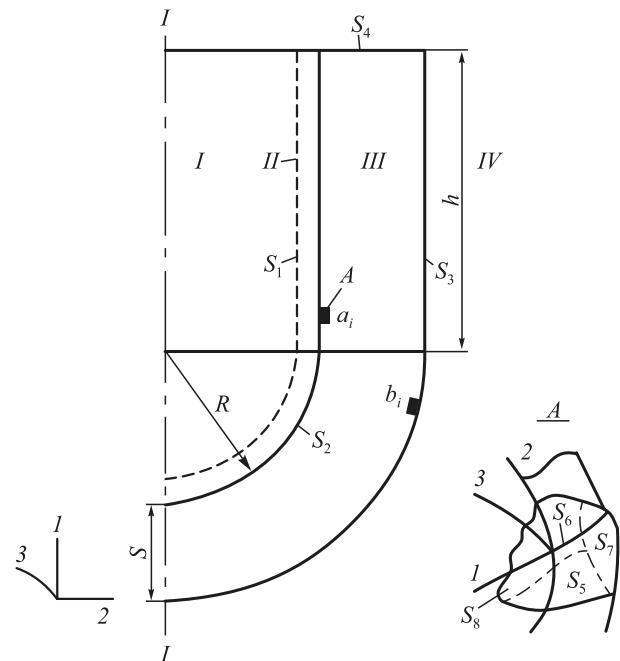


Рис. 1. Расчетная схема системы с указанием поверхности к граничным условиям задачи:

S_1 – поверхность контакта жидкого и затвердевшего металла;

S_2 – внутренняя поверхность контакта затвердевшего металла и керамической формы;

S_3 – внешняя поверхность контакта керамической формы с опорным наполнителем;

I – жидкий металл; II – корочка затвердевшего металла;

III – оболочковая форма; IV – опорный наполнитель; R – радиус сферической части ОФ

Fig. 1. Calculation scheme of the system with indication of the surface to the problem boundary conditions:

S_1 – inner contact surface of liquid and solidified metal;

S_2 – inner contact surface of solidified metal and ceramic mold;

S_3 – outer contact surface of ceramic mold and supporting filler;

I – liquid metal; II – crust of solidified metal;

III – shell mold (SM); IV – supporting filler;

R – radius of SM spherical part; h – height of SM cylindrical part

$$\begin{aligned} |\sigma_{33}| &< 55 \text{ МПа}; \\ \sigma_{22} &< 20 \text{ МПа}, \end{aligned} \quad (1)$$

здесь Q – область меридианного сечения; τ^* – максимальное время охлаждения, после которого температура по области Q начинает выравниваться и нормальные напряжения σ_{22} , σ_{33} начинают уменьшаться (по модулю).

Значение τ^* определим из функции

$$F = \max |\sigma_{33}(\tau, Q)|, \quad (2)$$

при ограничении $\tau \leq 60$ с.

Для определения F запишем систему уравнений в декартовой системе координат для каждой из подобластей (рис. 1), используя линейную теорию упругости:

– область I :

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma = P_1; \\ P_1 &= -\gamma h; \quad \dot{\theta} = a_1 \Delta \theta; \end{aligned} \quad (3)$$

– области II , III :

$$\begin{cases} \sigma_{ij,j} = 0, \quad i, j = 1, 2, 3; \\ s_{ij} - \sigma \delta_{ij} = 2G_p \varepsilon_{ij}^*; \quad \varepsilon_{ij}^* = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon \delta_{ij}; \quad \varepsilon = \varepsilon_{ii}; \\ \varepsilon_{ii} = 3k_p \sigma + 3\alpha_p (\theta - \theta_p^*); \quad \varepsilon_{ij} = 0,5(U_{i,j} + U_{j,i}); \\ C_p \gamma \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} \theta), \end{cases} \quad (4)$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений; σ – гидростатическое напряжение; ε_{ij} – компоненты тензора упругих деформаций; h – высота столба жидкого металла; $k_p = \frac{1-2\mu}{E}$ – коэффициент объемного сжатия; μ – коэффициент Пуассона; E – модуль Юнга; $G_p(\theta)$ – модуль сдвига в области p ($p = II, III$); α_p – коэффициент линейного расширения; a_1 – коэффициент температуропроводности в области (I); τ – время; θ – температура; C_p – удельная теплоемкость в области (p); γ – удельный вес; θ_p^* – начальная температура в области (p); $\lambda = \lambda(\theta)$ – коэффициент теплопроводности; используется суммирование по повторяющимся индексам.

В процессе охлаждения жидкого металла при условии, что температура металла $\theta_m \leq \theta_k$ (θ_k – температура кристаллизации), определяется толщина затвердевшего слоя Δ_i из решения уравнения межфазового перехода.

Начальные условия задачи:

$\Delta|_{\tau=0} = 0$ – отсутствие твердой фазы металла; $\theta_I^*|_{\tau=0} = \theta_m^*$ – температура разливаемого жидкого металла;

$\theta_{III}^*|_{\tau=0} = \theta^*$ – начальная температура формы.

Границные условия задачи в ортогональных координатах (рис. 1):

– для осесимметричной задачи

$$\begin{aligned} U_3 &= 0; \quad \sigma_{31} = \sigma_{32} = 0; \quad \varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0; \\ \frac{\partial u_i}{\partial x_3} &= 0; \quad \frac{\partial \sigma_{3i}}{\partial x_3} = 0, \quad i = 1, 2, 3; \end{aligned} \quad (5)$$

– на оси симметрии

$$U_2 = 0; \quad \sigma_{21} = 0; \quad q_n = 0; \quad \theta = \theta_m;$$

– на поверхностях S_1, S_3, S_4

$$\begin{aligned} \sigma_{11}|_{S_1} &= -P; \quad \sigma_{12}|_{S_1} = 0; \quad U_1|_{S_3} = 0; \quad \sigma_{21}|_{S_4} = 0; \\ \sigma_{22}|_{S_4} &= 0; \quad \sigma_{11}|_{S_3} = 0; \\ \sigma_{12}|_{S_3} &= -\psi \frac{U_{ck}}{U^*} \tau_s \cos(n_1 x_1); \\ \theta|_{S_3} &= \theta^*; \quad \theta|_{S_2} = \theta_m, \end{aligned} \quad (6)$$

где U_{ck} – перемещение материала формы при скольжении относительно ОН (песка), U^* – нормирующее перемещение; ψ – параметр, характеризующий условия трения между формой и опорным наполнителем; τ_s – условный предел текучести при сдвиге; q_n – тепловой поток.

При решении температурной задачи использовались граничные условия первого рода. Для определения $\theta_m(\tau)$ или $\theta^*(\tau)$ воспользуемся данными работы [27]:

$$\begin{aligned} \theta_m &= \theta_m^* - \frac{\tau}{\tau_1} \theta_1; \\ 0 < \tau < 60 \text{ с}; \\ \theta^* &= \theta_0 \left(1 + \sqrt{\frac{\tau}{\tau_2}} \right), \end{aligned} \quad (7)$$

здесь τ – время охлаждения, с; $\theta_m^* = 1550^\circ\text{C}$; $\theta_1 = 100^\circ\text{C}$; $\theta_0 = 20^\circ\text{C}$; θ^* – температура на поверхности S_3 ; $\tau_1 = 60$ с; $\tau_2 = 1$ с.

Время τ не превышает 60 с, так как при $\tau \geq 60$ с напряжения в ОФ не представляют опасности разрушения.

Примем модуль сдвига ОФ

$$G_\phi = 2960 \text{ кг/мм}^2. \quad (8)$$

Алгоритм решения системы (4) при граничных условиях (5) – (7) подробно описан в работе [27].

Расчет показал следующее:

$$F = -65,6 \text{ МПа}; \quad \tau^* = 21,65 \text{ с}. \quad (9)$$

Результат решения приведен на рис. 2 в виде эпюра по сечению рассматриваемой оболочки. Напряжения σ_{22}, σ_{33} весьма значимы. На облицовочном слое σ_{22}, σ_{33} отрицательны и достигают значительной величины на

цилиндрической части ОФ, причем $|\sigma_{33}| > |\sigma_{22}|$ в 1,5 раза. На сферической части σ_{22} и σ_{33} меньше отличаются, но, приближаясь к цилиндрической области, разница между ними весьма значительна. На наружном слое (контакте с опорным наполнителем) напряжения σ_{22} положительны. Причем на сферической части примерно одинаковой величины, а на цилиндрической – возрастают к верхней части формы. Напряжения σ_{33} на этой поверхности (поверхность S_3) сопоставимы с напряжением σ_{22} в сферической части и практически равны нулю на цилиндрической. Из рис. 2 видим, что напряжения σ_{33} , σ_{22} при заливке стали в керамическую форму значительно превосходят (по модулю) ограничения (1).

Зная значения τ^* (9), перейдем к решению поставленной задачи. Рассматривается процесс охлаждения стали в керамической форме с температурными швами (круговыми выточками). В отличие от предыдущей задачи сечение Q представляет многосвязную область. Начальные и граничные условия во многом совпадают с предыдущей задачей. Граничные условия (6) дополняются (рис. 1):

$$(\sigma_{22} = \sigma_{21})|_{S_i} = 0, i = 5, 6; (\sigma_{11} = \sigma_{12})|_{S_i} = 0, i = 7, 8; \quad (10)$$

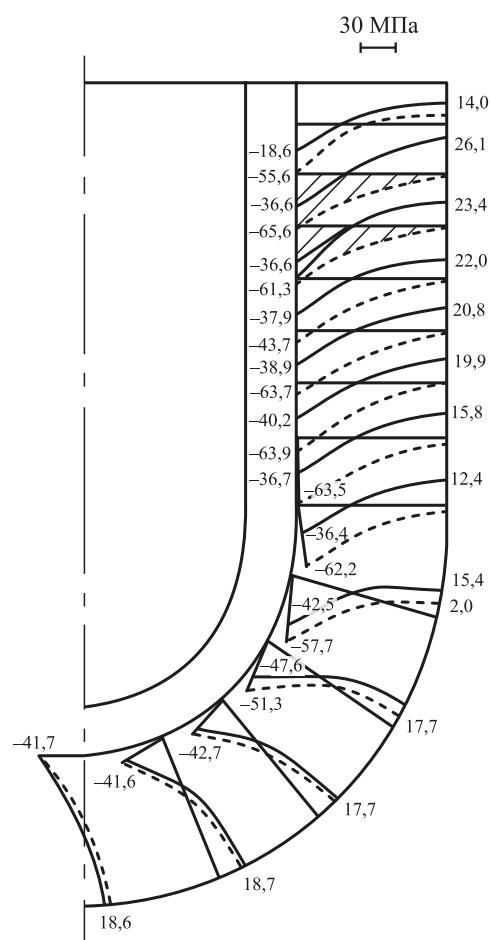


Рис. 2. Эпюры напряжений σ_{22} (—) и σ_{33} (---) по сечению ОФ

Fig. 2. Stress plots σ_{22} (—) and σ_{33} (---) along SM section

Выполняется также соотношение (7) при принятом значении модуля сдвига (8).

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

1. Задаются геометрические размеры области, конечное время охлаждения τ^* , геометрические размеры выточек и их начальные координаты на S_2 , S_3 : $a_i(0)$, $b_i(0)$. Время охлаждения τ^* разбивается на конечное число шагов: $\tau^* = \sum \Delta\tau_n$ (где n – номер временного шага).

2. Исследуемая область разбивается системой ортогональных поверхностей на конечное число элементов.

3. Вычисляются длины дуг элементов S_{ij}^k ($i = 1, 2, 3$; $i \neq k$; $j = 1, 2$).

4. Задаются начальные и граничные условия по элементам, образующим рассматриваемую область (5), (6), (10), и константы физико-механических свойств материалов.

5. Определяется поле температур на временном шаге $\Delta\tau_n$ численным решением уравнения теплопроводности с использованием итерационной формулы [27], при наличии начальных и граничных условий на данном временном шаге. Наличие выточек при решении температурной задачи не учитывалось.

6. Если выполняется условие $\theta|_{S_2} \leq \theta_k$ области (1) у поверхности S_2 , то вычисляется толщина закристаллизовавшейся корочки Δ_n .

7. Решается система уравнений (3), (4) с учетом граничных условий (6), (10), разностных аналогов и разработанной методики с использованием программы «Одиссей»¹. Определяются поля напряжений σ_{ij} и перемещений U_i ($i, j = 1, 2$).

8. На поверхности S_3 проводится оценка прилегания формы к ОН по каждому элементу: если $\sigma_{11}|_{S_3} > 0 \Rightarrow \sigma_{11} = 0, \sigma_{12} = 0$, проводится переназначение граничных условий и выполняется операция 7.

9. Проводится шаг по времени. По формулам (7) уточняются граничные условия решения температурной задачи. Если $\sum \Delta\tau_n < \tau^*$, то выполняется операция 5. Если $\sum \Delta\tau_n = \tau^*$, то выполняется операция 10.

10. По области Q анализируются значения σ_{33} , σ_{22} и выбираются наибольшие (по модулю) значения, превосходящие ограничения (1). Формируются матрицы $[\bar{\sigma}_{22}]$, $[\bar{\sigma}_{33}]$. Если ограничения (1) выполняются, то следует операция 12.

11. Из матрицы $[\bar{\sigma}_{22}]$, $[\bar{\sigma}_{33}]$ выбираются наибольшие, и в этих сечениях выполняются выточки. Выполняется операция 7.

12. Процесс расчета заканчивается.

¹ Одиноков В.И., Прокудин А.Н., Сергеева А.М., Севастьянов Г.М. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2012111389. ОДИССЕЙ. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 13.12.2012.

РЕЗУЛЬТАТЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Геометрические параметры: $S = 5$ мм; $R = 20$ мм; $h = 50$ мм.

Временные интервалы $\Delta\tau_n$: 0,01, 0,02, 0,03, 0,04, 0,05, 0,1, 0,2, 0,3, 0,4, 0,5, 2, 5, 5, 5, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 5 с.

Приняты следующие физические параметры разливаемой стали при $\theta > 1000$ °С ($\theta_m^* = 1550$ °С) [27]:

$$G = 1000 \text{ кг/мм}^2; \alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ град}^{-1};$$

$$\lambda = 0,0298 \text{ Вт/(мм} \cdot \text{°C});$$

$$L = 270 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг (скрытая теплота плавления);}$$

$$C = 444 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{°C); } \gamma = 7,80 \cdot 10^{-6} \text{ кг/мм}^3; \theta_k = 1450 \text{ °C.}$$

Физические свойства керамической формы:

$$G = 2960 \text{ кг/мм}^2; \alpha = 0,51 \cdot 10^{-6} \text{ град}^{-1};$$

$$\lambda = 0,000812 \text{ Вт/(мм} \cdot \text{°C);}$$

$$C = 840 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{°C); } \gamma = 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ кг/мм}^3.$$

Размеры выточек: $a_i = 1 \times 2$ мм, $b_i = 1 \times 3$ мм.

Расчет по приведенному выше алгоритму показал следующие значения: $F = 5$; $a_i = 2$; $b_i = 3$; геометрическое местоположение выточек (a_i, b_i) и температуры в сече-

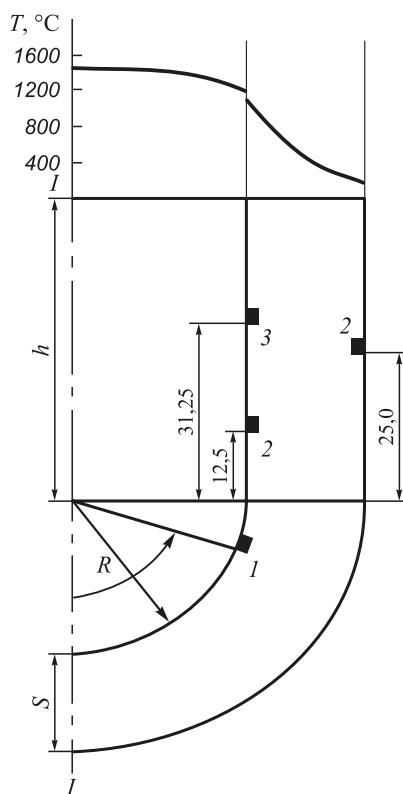


Рис. 3. Расчетная схема системы с группой выточек на облицовочном и наружном слоях ОФ

Fig. 3. Calculation scheme of the system with a group of recesses on the lining and outer layers of SM

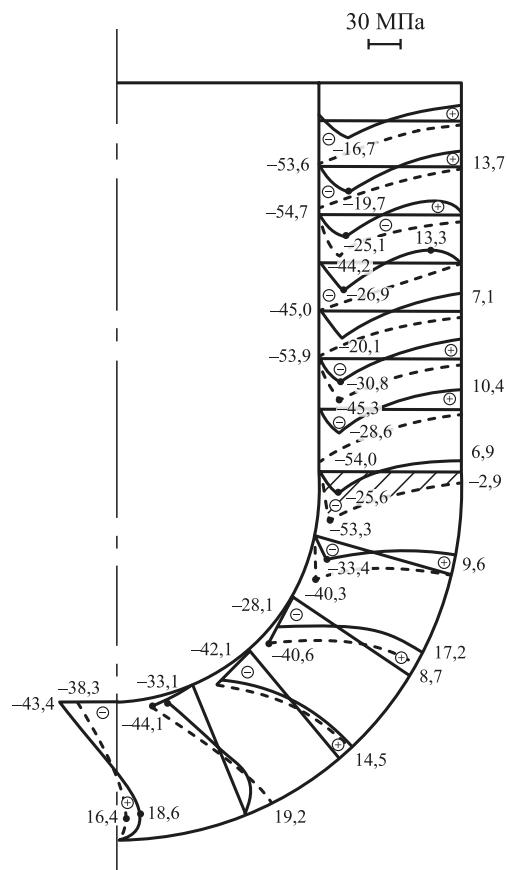


Рис. 4. Эпюры напряжений σ_{22} (—) и σ_{33} (---) по сечению ОФ

Fig. 4. Stress plots σ_{22} (—) and σ_{33} (---) along SM section

нии ($x_2 = 0$) показаны на рис. 3. Полученные результаты по напряжениям σ_{33} , σ_{22} приведены на рис. 4.

Видим, что все максимальные значения напряжений σ_{33} (по модулю) и растягивающие напряжения σ_{22} отвечают заданным ограничениям (1), хотя и очень близки в некоторых сечениях к граничным величинам.

Выводы

Поставлена и решена осесимметричная задача по оптимизации процесса охлаждения стальной отливки в керамической форме, имеющей цилиндрический и сферический участки и температурные кольцевые вырезы.

Показана эффективность нанесения на литейную форму кольцевых выточек на наружную и внутреннюю поверхности, соприкасающиеся с охлажденным металлом.

Полученные результаты могут быть полезны при исследованиях других технологических процессов, проведении прочностных расчетов и решении оптимизационных задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Kanyo J.E., Schafföner S., Uwanyuze R.Sh., Leary K.S. An overview of ceramic molds for investment casting of nickel

- superalloys. *Journal of the European Ceramic Society*. 2020;40(15):4955–4973.
<https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2020.07.013>
2. Rafique M.M.A., Iqbal J. Modeling and simulation of heat transfer phenomena during investment casting. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2009;52(7-8):2132–2139.
<http://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2008.11.007>
3. Singh R. Mathematical modeling for surface hardness in investment casting applications. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2012;26:3625–3629.
<http://dx.doi.org/10.1007/s12206-012-0854-0>
4. Jafari H., Idris M.H., Ourdjini A. Effect of thickness and permeability of ceramic shell mould on in situ melted AZ91D investment casting. *Applied Mechanics and Materials*. 2014;465–466:1087–1092.
<http://dx.doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.465-466.1087>
5. Bansode S.N., Phalle V.M., Mantha S. Taguchi approach for optimization of parameters that reduce dimensional variation in investment casting. *Archives of Foundry Engineering*. 2019;19(1):5–12.
<https://dx.doi.org/10.24425/afe.2018.125183>
6. Pattnaik S., Karunakar D.B., Jha P.K. Developments in investment casting process – A review. *Journal of Materials Processing Technology*. 2012;212(11):2332–2348.
<https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2012.06.003>
7. Zhang J., Li K.W., Ye H.W., Zhang D.Q., Wu P.W. Numerical simulation of solidification process for impeller investment casting. *Applied Mechanics and Materials*. 2011;80-81:961–964.
<https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.80-81.961>
8. Dong Y.W., Li X.L., Zhao Q., Yang J., Dao M. Modeling of shrinkage during investment casting of thin walled hollow turbine blades. *Journal of Materials Processing Technology*. 2017;244:190–203.
<https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2017.01.005>
9. Rakoczy Ł., Cygan R. Analysis of temperature distribution in shell mould during thin-wall superalloy casting and its effect on the resultant microstructure. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*. 2018;18(4):1441–1450.
<https://doi.org/10.1016/j.acme.2018.05.008>
10. Голенков Ю.В., Рыбкин В.А., Юсипов Р.Ф. Силовое взаимодействие опорного материала с оболочкой формы при литье по выплавляемым моделям. *Литейное производство*. 1988;(2):14–15.
 Golenkov Yu.V., Rybkin V.A., Yusipov R.F. Force interaction of support material with shell mold during investment casting. *Litейное производство*. 1988;(2):14–15. (In Russ.).
11. Шпинделер С.С., Неуструев А.А., Церельман Н.М. Определение термического сопротивления контакта отливка-форма при литье по выплавляемым моделям. *Известия вузов. Черная металлургия*. 1986;29(9):97–100.
 Shpindler S.S., Neustruev A.A., Tserel'man N.M. Determination of thermal resistance of the casting-mold contact during investment casting. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 1986;29(9):97–100. (In Russ.).
12. Васин Ю.П., Лонзингер В.А. Расчет термостойкости оболочек при литье по выплавляемым моделям. *Литейное производство*. 1987;(2):19–21.
 Vasin Yu.P., Lonzinger V.A. Calculation of the heat resistance of shells during casting using moldable models. *Litейное производство*. 1987;(2):19–21. (In Russ.).
13. Тимофеев Г.И., Огорельцев В.П., Черепнин А.Ю. Влияние температурного фактора на напряженно-деформированное состояние оболочковой формы. *Известия вузов. Черная металлургия*. 1990;33(8):69–71.
 Timofeev G.I., Ogoreltsev V.P., Cherepnin A.Yu. Influence of temperature factor on stress-strain state of a shell mold. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 1990;33(8):69–71. (In Russ.).
14. Голофаев А.Н. Расчет напряженно-деформированного состояния кокилей методом конечных элементов. *Литейное производство*. 1983;(5):16.
 Golofaev A.N. Calculation of stress-strain state of block molds by the finite element method. *Litейное производство*. 1983;(5):16. (In Russ.).
15. Дембовский В.В. Численное моделирование процессов формирования отливок в металлических формах. *Литейное производство*. 1992;(6):31–32.
 Dembovskii V.V. Numerical modeling of castings forming in metal molds. *Litейное производство*. 1992;(6):31–32. (In Russ.).
16. Математическое моделирование сложных технологических процессов / В.И. Одиноков, Б.Г. Каплунов, А.В. Песков, А.В. Баков. Москва: Наука; 2008:178.
17. Одиноков В.И., Евстигнеев А.И., Дмитриев Э.А., Чернышова Д.В., Евстигнеева А.А. Влияние опорного наполнителя и структуры оболочковой формы на ее трещиностойкость. *Известия вузов. Черная металлургия*. 2022;65(4):285–293.
<https://doi.org/10.17073/0368-0797-2022-4-285-293>
 Odinokov V.I., Evstigneev A.I., Dmitriev E.A., Chernyshova D.V., Evstigneeva A.A. Influence of support filler and structure of shell mold on its crack resistance. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2022;65(4):285–293. (In Russ.).
<https://doi.org/10.17073/0368-0797-2022-4-285-293>
18. Одиноков В.И., Евстигнеев А.И., Дмитриев Э.А., Чернышова Д.В., Евстигнеева А.А. Морфологическое строение оболочковой формы по выплавляемым моделям. *Известия вузов. Черная металлургия*. 2022;65(10):740–747.
<https://doi.org/10.17073/0368-0797-2022-10-740-747>
 Odinokov V.I., Evstigneev A.I., Dmitriev E.A., Chernyshova D.V., Evstigneeva A.A. Morphological structure of shell mould in investment casting. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2022;65(10):740–747. (In Russ.).
<https://doi.org/10.17073/0368-0797-2022-10-740-747>
19. Одиноков В.И., Дмитриев Э.А., Евстигнеев А.И., Намоконов А.Н., Чернышова Д.В., Евстигнеева А.А. Моделирование напряженно-деформированного состояния и оптимизация угла охвата сферической оболочковой формы опорным наполнителем. *Прикладная механика и техническая физика*. 2025;66(1(389)):189–196.
<https://doi.org/10.15372/PMTF202415455>
 Odinokov V.I., Dmitriev E.A., Evstigneev A.I., Namokonov A.N., Chernyshova D.V., Evstigneeva A.A. Modeling the stress-strain state and optimizing the angle of contact of a spherical shell mold by a support filler. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2025;66(1(389)):189–196. (In Russ.).
<https://doi.org/10.15372/PMTF202415455>
20. Sabau A.S. Numerical simulation of the investment casting process. *Transactions of American Foundry Society*. 2005;113:407–417.
21. Zheng K., Lin Y., Chen W., Liu L. Numerical simulation and optimization of casting process of copper alloy water-meter

- shell. *Advances in Mechanical Engineering*. 2020;12(5): 1–12. <http://dx.doi.org/10.1177/1687814020923450>
22. Manzari M.T., Gethin D.T., Lewis R.W. Optimisation of heat transfer between casting and mould. *International Journal of Cast Metals Research*. 2000;13(4):199–206. <https://doi.org/10.1080/13640461.2000.11819402>
23. Огородникова О.М. Напряженно-деформированное состояние металла в эффективном интервале кристаллизации. *Литейное производство*. 2012;(9):21–24. Ogorodnikova O.M. Stress-strain state of metal in the effective range of crystallization. *Liteinoe proizvodstvo*. 2012;(9):21–24. (In Russ.).
24. Десницкая Л.В., Десницкий В.В., Матвеев И.А. Учет напряженно-деформированного состояния кристаллизующихся стальных отливок в технологии их производства. *Литейное производство*. 2019;(4):6–8.
- Desnitskaya L.V., Desnitskii V.V., Matveev I.A. Consideration of the stress-strain state of solidifying steel castings in the process of their production. *Liteinoe proizvodstvo*. 2019;(4):6–8. (In Russ.).
25. Патент RU № 2828801 РФ, МПК B22C 9/04 (2006.01), B22C 9/08 (2006.01). Литейная многослойная оболочковая форма / В.И. Одиноков, А.И. Евстигнеев, Э.А. Дмитриев, А.А. Евстигнеева, Д.В. Чернышова, Ю.И. Ткачева, А.Н. Намоконов. Заявл. 05.03.2024; опубл. 21.10.2024. Бюл. № 30.
26. Литейное производство: Учебник для металлургических специальностей вузов: под общ. ред А.М. Михайлова. Москва: Машиностроение; 1987:256.
27. Математическое моделирование процессов получения отливок в керамические оболочковые формы / В.И. Одиноков, Э.А. Дмитриев, А.И. Евстигнеев, В.И. Свиридов. Москва: Инновационное машиностроение; 2020:221.

Сведения об авторах

Information about the Authors

Алексей Иванович Евстигнеев, д.т.н., профессор, главный научный сотрудник Управления научно-исследовательской деятельностью, Комсомольский-на-Амуре государственный университет
ORCID: 0000-0002-9594-4068
E-mail: diss@knastu.ru

Валерий Иванович Одиноков, д.т.н., профессор, главный научный сотрудник Управления научно-исследовательской деятельностью, Комсомольский-на-Амуре государственный университет
ORCID: 0000-0003-0200-1675
E-mail: 79122718858@yandex.ru

Дарья Витальевна Чернышова, аспирант кафедры «Авиастроение», Комсомольский-на-Амуре государственный университет
ORCID: 0000-0001-5142-2455
E-mail: daracernysova744@gmail.com

Анна Алексеевна Евстигнеева, студент, Комсомольский-на-Амуре государственный университет
ORCID: 0000-0003-0667-2468
E-mail: annka.ewstic@mail.ru

Эдуард Анатольевич Дмитриев, д.т.н., доцент, ректор, Комсомольский-на-Амуре государственный университет
ORCID: 0000-0001-8023-316X
E-mail: rector@knastu.ru

Aleksei I. Evstigneev, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Chief Researcher of the Department of Research Activities, Komsomolsk-on-Amur State University

ORCID: 0000-0002-9594-4068
E-mail: diss@knastu.ru

Valerii I. Odinokov, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Chief Researcher of the Department of Research Activities, Komsomolsk-on-Amur State University

ORCID: 0000-0003-0200-1675

E-mail: 79122718858@yandex.ru

Dar'ya V. Chernyshova, Postgraduate of the Chair of Aircraft Engineering, Komsomolsk-on-Amur State University

ORCID: 0000-0001-5142-2455

E-mail: daracernysova744@gmail.com

Anna A. Evstigneeva, Student, Komsomolsk-on-Amur State University

ORCID: 0000-0003-0667-2468

E-mail: annka.ewstic@mail.ru

Eduard A. Dmitriev, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Assist. Prof., Rector, Komsomolsk-on-Amur State University

ORCID: 0000-0001-8023-316X

E-mail: rector@knastu.ru

Вклад авторов

Contribution of the Authors

А. И. Евстигнеев – формирование концепции статьи, определение цели и задачи исследования, анализ результатов исследования, подготовка текста.

В. И. Одиноков – научное руководство, анализ результатов исследований, редактирование и корректировка финальной версии статьи.

Д. В. Чернышова – проведение и обработка расчетов, подготовка библиографического списка, обработка графического материала.

А. А. Евстигнеева – проведение расчетов, подготовка текстового и графического материала.

Э. А. Дмитриев – проведение расчетов и их анализ, подготовка и корректировка текста.

A. I. Evstigneev – conceptualization, setting goal and objective of the study, analysis of results, writing the text.

V. I. Odinokov – scientific guidance, analysis of results, editing and correction of the article final version.

D. V. Chernyshova – performing and processing calculations, literary analysis, processing graphic material.

A. A. Evstigneeva – performing calculations, preparation of the text and graphic material.

E. A. Dmitriev – performing and analyzing calculations, writing and correcting the text.

Поступила в редакцию 03.12.2024

Received 03.12.2024

После доработки 01.09.2025

Revised 01.09.2025

Принята к публикации 10.09.2025

Accepted 10.09.2025