



УДК 621.74.045

DOI 10.17073/0368-0797-2025-3-297-304

Оригинальная статья
Original article

ОПТИМИЗАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ КЕРАМИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКОВОЙ ФОРМЫ ПРИ ОХЛАЖДЕНИИ В НЕЙ СТАЛЬНОЙ ОТЛИВКИ

А. И. Евстигнеев [✉], Д. В. Чернышова, В. И. Одинокоев,
Э. А. Дмитриев, А. А. Евстигнеева

Комсомольский-на-Амуре государственный университет (Россия, 681013, Хабаровский край, Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27)

[✉ diss@knastu.ru](mailto:diss@knastu.ru)

Аннотация. В статье приводится подробный анализ отечественных и зарубежных работ по исследованию напряженно-деформированного состояния в оболочковой форме (ОФ) при получении металлических отливок. Экспериментальные и теоретические исследования являются важными для совершенствования технологии получения качественных литейных изделий. В настоящей работе сформулирована и решена задача по снижению уровня напряженно-деформированного состояния в литейной керамической оболочковой форме путем уменьшения образующихся растягивающих напряжений на ее наружной поверхности за счет выполнения температурных швов (выточек). В качестве определяющего трещиностойкости параметра принимается нормальное растягивающее напряжение σ_{22} , возникающее на наружной поверхности ОФ в начальный момент заливки металла и охлаждения в ней стальной отливки. Рассматриваемая задача является осесимметричной. Оболочковая форма имеет сферические и цилиндрические участки. Авторы сформулировали целевую функцию, привели численную схему и разработанный алгоритм решения задачи на основе уравнений линейной теории упругости, уравнений теплопроводности и апробированных численных методов. Результатом решения модельной задачи являются найденное оптимальное геометрическое местоположение температурных швов в форме кольцевых выточек и их количество. Поля напряжений приводятся в виде эпюр по сечениям рассматриваемой области при наличии и отсутствии температурных швов. Для убедительности предлагаемого способа (выполнения температурных швов) в тестовом примере рассматривается наиболее жесткий вариант, в котором не используются установленные ранее в предыдущих работах факторы, влияющие на уменьшение растягивающих напряжений на внешней поверхности ОФ. Полученные результаты характеризуют стойкость керамической литейной формы к образованию трещин и демонстрируют целесообразность и эффективность предложенной технологии изготовления литейной керамической оболочковой формы.

Ключевые слова: литье по выплавляемым моделям, оболочковая форма, напряженное состояние, температурные швы, трещиностойкость, алгоритм решения, напряжение

Благодарности: Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-29-00214, <https://rscf.ru/project/24-29-00214/>.

Для цитирования: Евстигнеев А.И., Чернышова Д.В., Одинокоев В.И., Дмитриев Э.А., Евстигнеева А.А. Оптимизационное моделирование трещиностойкости керамической оболочковой формы при охлаждении в ней стальной отливки. *Известия вузов. Черная металлургия.* 2025;68(3):297–304. <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2025-3-297-304>

OPTIMIZATION MODELING OF CRACK RESISTANCE OF CERAMIC SHELL MOLD DURING COOLING OF STEEL CASTING IN IT

A. I. Evstigneev[✉], D. V. Chernyshova, V. I. Odinokov,
E. A. Dmitriev, A. A. Evstigneeva

Komsomolsk-on-Amur State University (27 Lenina Ave., Komsomolsk-on-Amur, Khabarovsk Territory 681013, Russian Federation)

✉ diss@knastu.ru

Abstract. The article provides a detailed analysis of domestic and foreign research works on the stress-strain state in a shell mold during production of metal castings. Experimental and theoretical studies are important for improving the technology of producing high-quality foundry products. In this paper, the problem of reducing the stress-strain state in a cast ceramic shell mold is formulated and solved by reducing the resulting tensile stresses on its outer surface by performing temperature seams (recesses). The parameter determining crack resistance is the normal tensile stress σ_{22} , which occurs on the outer surface of the shell mold at the initial moment of casting the metal and cooling the steel casting in it. The problem under consideration is axisymmetric. The shell mold has spherical and cylindrical sections. The authors formulated the objective function, provided a numerical scheme and a developed algorithm for solving the problem based on the equations of linear elasticity theory, equations of thermal conductivity and proven numerical methods. The result of solving the model problem is the optimal geometric location of the temperature seams in the form of annular recesses and their number. Stress fields are shown in the form of plots along the sections of the area under consideration in the presence and absence of temperature seams. For the sake of convincing the proposed method (performing temperature seams), the test example considers the most rigid option, which does not use the factors established earlier in previous studies that affect the reduction of tensile stresses on external surface of the shell mold. The results obtained characterize the resistance of ceramic casting mold to cracking and demonstrate the feasibility and effectiveness of the proposed technology for manufacturing ceramic casting shell molds.

Keywords: investment casting, shell mold, stress state, temperature seams, crack resistance, solution algorithm, stress

Acknowledgements: The work was supported by the Russian Science Foundation, grant No. 24-29-00214, <https://rscf.ru/project/24-29-00214/>.

For citation: Evstigneev A.I., Chernyshova D.V., Odinokov V.I., Dmitriev E.A., Evstigneeva A.A. Optimization modeling of crack resistance of ceramic shell mold during cooling of steel casting in it. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2025;68(3):297–304. <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2025-3-297-304>

ВВЕДЕНИЕ

Высокий уровень напряженно-деформированного состояния (НДС) является основной причиной образования макро- и микротрещин в оболочковых формах (ОФ), а также их полного разрушения за счет температурного воздействия при заливке жидким металлом на начальной стадии охлаждения затвердевающей отливки.

Изучению НДС ОФ посвящены работы как отечественных, так и зарубежных исследователей. Рассмотрены влияние формы и геометрии ОФ [1; 2], толщины стенки формы [3; 4], материала формы [5; 6], геометрии отливки [7 – 9].

Настоящая работа является продолжением целой серии работ, в которых рассматривались различные факторы, влияющие на стойкость литейной ОФ при кристаллизации в ней стальной отливки: физические свойства исходных материалов и самой ОФ; ее морфологическая структура; факторы внешнего воздействия со стороны опорного наполнителя (ОН). Значительное влияние на трещиностойкость оказывает конфигурация ОФ. Было показано, что наиболее опасными являются нормальные растягивающие напряжения, которые возникают на наружной поверхности оболочковой формы в начальный момент заливки металла и охлаждения в ней стальной отливки.

В работах [10 – 12] представлено математическое моделирование рассматриваемых процессов с использованием численных методов. В работе [13] приводится общая постановка задачи по построению математической модели расчета НДС и температуры в ОФ при затвердевании в ней сферической отливки, а в работе [14] – результаты решения поставленной задачи по предложенной математической модели, численной схеме и алгоритму с использованием численного метода [15] и авторской программы [16].

Поиски новых решений по снижению критического уровня НДС в ОФ базируются на новейших конструкторско-технологических разработках, результатах изучения их структурного морфологического строения. Так, в работах [17; 18] рассчитаны температурные напряжения в сферической керамической оболочковой форме в процессе заливки и затвердевания металла. Одной из последних разработок является литейная керамическая ОФ, предложенная в Комсомольском-на-Амуре государственном университете, на конструкцию которой получен патент¹.

¹ Пат. № 2828801 Литейная многослойная оболочковая форма / Одиноков В.И., Евстигнеев А.И., Дмитриев Э.А., Евстигнеева А.А., Чернышова Д.В., Ткачева Ю.И., Намоконов А.Н. Заявл. 05.03.2024; опубл. 21.10.2024 г. Бюл. № 30.

При заливке жидким металлом на наружной поверхности ОФ с цилиндрическими участками возникают значительные растягивающие напряжения, которые могут привести к образованию микро- и макротрещин, что, в свою очередь, может способствовать разрушению оболочковой формы. Наличие в этих зонах кольцевых температурных швов обеспечивает снижение растягивающих напряжений до рабочего уровня.

Целью настоящей работы является установление особенностей влияния температурных швов в виде кольцевых выточек на НДС ОФ при их заливке металлом и охлаждении формирующейся стальной отливки. Показана эффективность уменьшения растягивающих напряжений по наружной поверхности ОФ за счет выполнения на ней температурных швов.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается осесимметричное тело вращения, содержащее сферический и цилиндрический участки. На рис. 1 показана схема литейной формы (ЛФ) с учетом осевой симметрии (*I* – жидкий металл; *II* – затвердевающая корочка металла; *III* – оболочковая форма; *IV* – опорный наполнитель; a_i – круговые выточки на поверхности; S_3 – поверхность соприкосновения формы *III* с опорным наполнителем *IV*).

Требуется найти минимальное количество и геометрическое расположение круговых выточек $a_i|_{S_3}$, чтобы литейная форма *III* не разрушилась при охлаждении в ней стальной отливки.

Пусть A – конечное множество круговых выточек a_i на поверхности S_3 ; $A = \{a_i, i = 1, \dots, n\}$. Как известно, наиболее опасными напряжениями при заливке стали в ОФ являются нормальные растягивающие напряжения σ_{22} и в меньшей степени σ_{33} . При охлаждении стали в ОФ с цилиндрическими участками наиболее опасными являются растягивающие напряжения σ_{22} на поверхности S_3 .

В процессе охлаждения отливки в ОФ наблюдаются следующие периоды: рост нормальных напряжений (по модулю) из-за большой неравномерности температуры в поперечном сечении ОФ; далее поле температур по сечению выравнивается и начинается уменьшение нормальных напряжений (по модулю). Таким образом, имеется максимальное время охлаждения (τ^*), при котором наблюдается максимум величины σ_{ii} .

Значение τ^* определим из функции:

$$F = \max \sigma_{22}(\tau, Q) \tag{1}$$

при ограничении $\tau \leq 60$ с.

Для определения величины F запишем систему уравнений в декартовой системе координат для каждой из подобластей (рис. 1), используя уравнения линейной теории упругости:

– область *I*:

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma = P_1; P_1 = -\gamma h; \dot{\theta} = a_1 \Delta \theta; \tag{2}$$

– области *II*, *III*:

$$\begin{cases} \sigma_{ij,j} = 0, i, j = 1, 2, 3; \\ \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} = 2G_p \varepsilon_{ij}^*; \varepsilon_{ij}^* = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon \delta_{ij}; \varepsilon = \varepsilon_{ii}; \\ \varepsilon_{ii} = 3k_p \sigma + 3\alpha_p (\theta - \theta_p^*); \varepsilon_{ij} = 0,5 (U_{i,j} + U_{j,i}); \\ C_p \gamma \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \text{div}(\lambda \text{grad} \theta); \end{cases} \tag{3}$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений; σ – гидростатическое напряжение; ε_{ij} – компоненты тензора упругих деформаций; h – текущая высота столба жид-

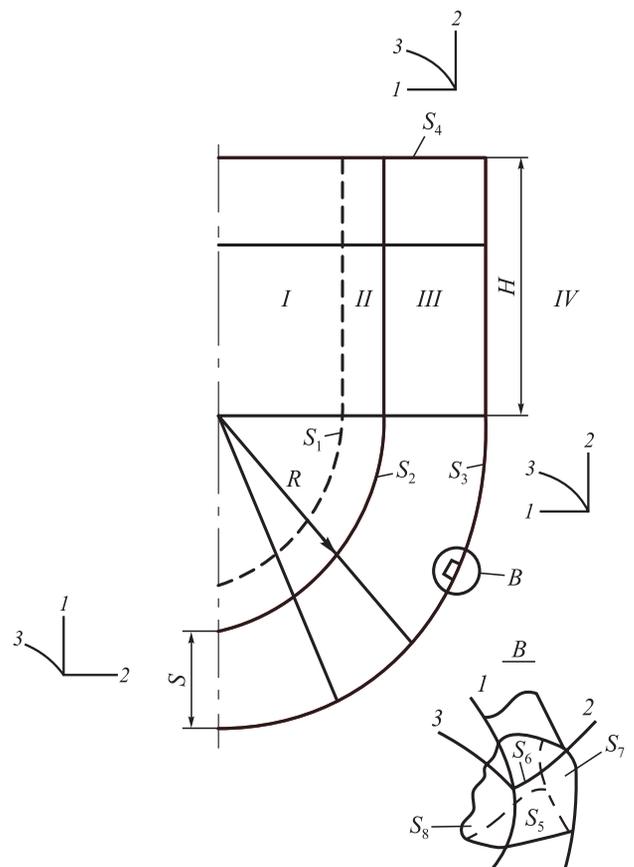


Рис. 1. Расчетная схема системы с указанием поверхности к граничным условиям задачи:

S_1, S_2 – внутренняя поверхность контакта жидкого и затвердевшего металла, затвердевшего металла и литейной ОФ; S_3 – внешняя поверхность контакта ОФ и опорного наполнителя (ОН); R – радиус сферической части ОФ; H – высота цилиндрической части ОФ

Fig. 1. Design scheme of the system with indication of the surface to the problem boundary conditions:

S_1, S_2 – inner surface of the contact of liquid and solidified metal, solidified metal and the casting shell mold; S_3 – outer surface of the contact of the shell mold and supporting filler; R – radius of spherical part of the shell mold; H – height of cylindrical parts of the shell mold

кого металла; $k_p(\theta) = \frac{1-2\mu}{E}$ – коэффициент объемного сжатия; m – коэффициент Пуассона; E – модуль Юнга; $G_p(\theta)$ – модуль сдвига в области p ($p = II, III$); α_p – коэффициент линейного расширения; a_1 – температуропроводность в области I ; τ – время; θ – температура; C_p – удельная теплоемкость в области p ; γ – удельный вес металла; θ_p^* – начальная температура в области p ; $\lambda = \lambda(\theta)$ – коэффициент теплопроводности; δ_{ij} – символ Кронекера; используется суммирование по повторяющимся индексам.

В процессе охлаждения жидкого металла при условии $\theta_m \leq \theta_k$ (где θ_m и θ_k – температура металла и кристаллизации) определяется толщина затвердевшего слоя Δ_i из решения уравнения межфазового перехода [19]:

$$\Delta_n = C\sqrt{\tau}; C = \sqrt{\frac{2\Delta\theta_1\lambda_1}{\rho L}}; \quad (4)$$

здесь $\Delta\theta_1$ – перепад температур в твердой фазе вблизи фронта кристаллизации; λ_1 – коэффициент теплопроводности в твердой фазе; L – скрытая теплота плавления; ρ – плотность твердой фазы; Δ_n – толщина корочки на n -ом временном шаге.

Начальные условия задачи:

– $\Delta|_{\tau=0} = 0$ – отсутствие твердой фазы металла;

– $\theta_I^*|_{\tau=0} = \theta_m^*$ – температура разливаемого жидкого металла;

– $\theta_{III}^*|_{\tau=0} = \theta^*$ – начальная температура формы.

Граничные условия задачи (рис. 1) в ортогональных координатах:

– для осесимметричной задачи

$$U_3 = 0; \sigma_{31} = \sigma_{32} = 0; \varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0; \frac{\partial u_i}{\partial x_3} = 0; \frac{\partial \sigma_{3i}}{\partial x_3} = 0; i = 1, 2, 3; \quad (5)$$

– на оси симметрии

$$U_2 = 0; \sigma_{21} = 0; q_n = 0; \theta = \theta_m;$$

– на поверхностях S_1, S_3, S_4

$$\sigma_{11}|_{S_1} = -P; \sigma_{12}|_{S_1} = 0; U_1|_{S_3} = 0; \sigma_{21}|_{S_4} = 0; \sigma_{22}|_{S_4} = 0; \sigma_{11}|_{S_3^*} = 0; \sigma_{12}|_{S_3} = -\psi \frac{U_{\text{ск}}}{U^*} \tau_s \cos(n_1 x_1); \theta|_{S_3} = \theta^*; \theta|_{S_2} = \theta_m; \quad (6)$$

где $U_{\text{ск}}$ – скольжение материала формы относительно ОН (песка); U^* – нормирующее перемещение; ψ – параметр, характеризующий условия трения между формой и опорным наполнителем; τ_s – условный предел текучести при сдвиге; q_n – тепловой поток; S_3^* – контактная поверхность; S_3^* – свободная поверхность.

Решение систем уравнений (2), (3) при наличии начальных и граничных условий (6) осуществляется численным методом, описанным в работе [15].

При решении температурной задачи использовали граничные условия первого рода. Для определения $\theta_m(\tau)$ и $\theta^*(\tau)$ воспользуемся данными работы [20], по которым получим следующие формулы:

$$\theta_m = \theta_m^* - \frac{\tau}{\tau_1} \theta_1; \quad 0 \leq \tau < 60 \text{ с}; \quad (7)$$

$$\theta^* = \theta_0 \left(1 + \sqrt{\frac{\tau}{\tau_2}} \right),$$

где τ – время охлаждения, с; $\theta_m^* = 1550$ °С; $\theta_1 = 100$ °С; $\tau_1 = 60$ с; $\tau_2 = 1$ с.

Время τ не превышает 60 с, так как при $\tau \geq 60$ с напряжения в ОФ не представляют опасности разрушения.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ F

1. Время охлаждения τ разбивается на конечное число шагов: $\tau = \sum \Delta\tau_n$; здесь n – номер временного шага; задаются геометрические размеры.

2. Исследуемая область разбивается системой ортогональных поверхностей на конечное число элементов.

3. В соответствии с работой [15] вычисляются длины дуг элементов $S_{ij}^k(i, k = 1, 2, 3; j = 1, 2)$.

4. Задаются начальные и граничные условия по элементам, образующим рассматриваемую область, и константы физико-механических свойств материалов.

5. Определяется поле температур на временном шаге $\Delta\tau_n$ численным решением уравнения теплопроводности с использованием итерационной формулы, полученной в работе [15], при наличии начальных и граничных условий на рассматриваемом временном шаге.

6. Если температура в области I (рис. 1) у поверхности $S_2(\theta|_{S_2} \leq \theta_k)$, то вычисляется толщина закристаллизовавшейся корочки Δ_n по формуле (4).

7. Решается система уравнений (3) с учетом начальных и граничных условий, разностных аналогов и разработанной методики, описанной в работе [15], с использованием комплекса программ [16]. Определяются поля напряжений σ_{ij} и перемещений $U_i(i, j = 1, 2, 3)$.

8. На поверхности S_3 проводится оценка прилегания формы к ОН по каждому элементу: если $\sigma_{11}|_{S_3} > 0 \Rightarrow \sigma_{11} = 0, \sigma_{12} = 0$, следует переназначение граничных условий и выполняется операция 7. Уточняются физические величины, зависящие от температуры.

9. По области Q анализируются напряжения σ_{22} , выбирается наибольшее и запоминается в соответствии с данным временным шагом. Формируется матрица $\|\sigma_{22}^*\|$.

10. Проводится шаг по времени. По формулам (7) уточняются граничные условия решения температурной задачи. Если на n -ой итерации $\max|\sigma_{22}|_n < \max|\sigma_{22}|_{n-1}$, тогда выполняется операция 11, если $\max|\sigma_{22}|_n > \max|\sigma_{22}|_{n-1}$, то выполняется операция 5.

11. Из матрицы $\|\sigma_{22}^*\|$ находим $\max\sigma_{22}$ и соответствующее время $\tau = \tau^*$.

РЕЗУЛЬТАТЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Геометрические параметры: $S = 5$ мм, $R = 20$ мм.

Временные интервалы $\Delta\tau_n$: 0,01; 0,02; 0,03; 0,04; 0,05; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 2,0; 5,0; 5,0; 5,0; 3,0; 3,0; 5,0; 5,0; 5,0; 5,0 с;

Разбиение области: $N_1 \times N_2 = 9 \times 13$;

Приняты следующие физические параметры разливаемой стали при $\theta > 1000$ °C ($\theta_m^* = 1500$ °C) [20]:

$$\begin{aligned} G &= 1000 \text{ кг/мм}^2; \alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}; \\ \lambda &= 0,0298 \text{ Вт/(мм} \cdot \text{ }^\circ\text{C)}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $L = 270 \cdot 10^3$ Дж/кг (скрытая теплота плавления); $C = 444$ Дж/(кг · °C); $\gamma = 7,80 \cdot 10^{-6}$ кг/мм³; $\theta_k = 1450$ °C.

Физические свойства керамической формы:

$$\begin{aligned} G_\phi &= 2960 \text{ кг/мм}^2; \alpha = 0,51 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}; \\ \lambda &= 0,000812 \text{ Вт/(мм} \cdot \text{ }^\circ\text{C)}; \\ C &= 840 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{ }^\circ\text{C)}; \gamma = 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ кг/мм}^3. \end{aligned} \quad (9)$$

Принято усредненное значение модуля сдвига формы G_ϕ , не зависящее от температуры.

Расчет по приведенному выше алгоритму с использованием комплекса программ работы [16] показал следующее:

$$F = 26,1 \text{ МПа}; \tau^* = 21,65 \text{ с}. \quad (10)$$

Результат решения приведен на рис. 2 в виде эпюр по сечению рассматриваемой оболочки. Напряжения σ_{22} весьма значимы. На облицовочном слое σ_{22} отрицательны и достигают величины $-42,7$ МПа. На наружном слое (контакте с опорным наполнителем) напряжения σ_{22} положительны и возрастают к верхней части формы. Напряжения σ_{22} при заливке стали в керамическую форму с физическими характеристиками (8), (9) довольно высоки.

Зная значения τ^* (10), перейдем к решению задачи по определению множества $\{A\}$. При рассмотрении процесса охлаждения стали в керамической форме, имеющей температурные швы (круговые выточки) на поверхности S_3 , имеет место ограничение:

$$\sigma_{22} < 20 \text{ МПа}. \quad (11)$$

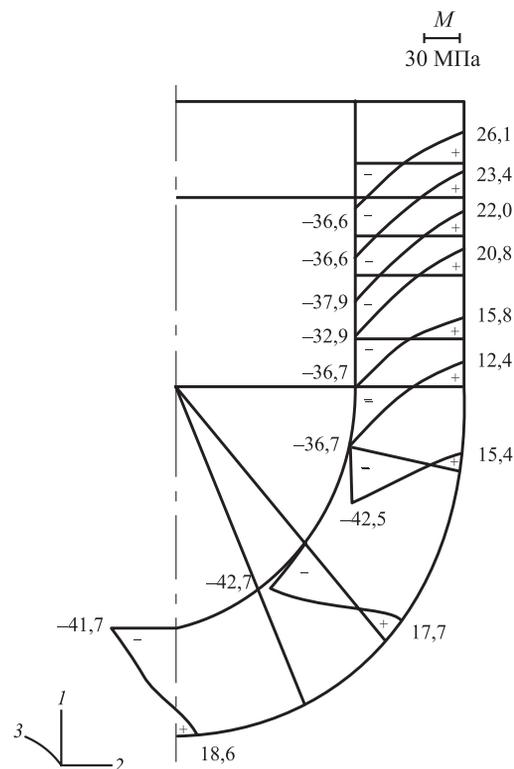


Рис. 2. Эпюры нормальных напряжений σ_{22} по сечению литейной ОФ

Fig. 2. Plots of normal stresses σ_{22} across the cross section of the casting shell mold

В отличие от предыдущей задачи сечение Q представляет многосвязную область. Начальные и граничные условия во многом совпадают с предыдущей задачей. Граничные условия (6) дополняются (рис. 1):

$$(\sigma_{22} = \sigma_{21})|_{S_i} = 0; i = 7, 8; (\sigma_{11} = \sigma_{12})|_{S_j} = 0; i = 5, 6. \quad (12)$$

Выполняется также соотношение (7).

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

1. Задаются геометрические размеры области, конечное время охлаждения τ^* , геометрические размеры выточек (выточки). Время охлаждения τ^* разбивается на конечное число шагов: $\tau^* = \sum \Delta\tau_n$; здесь n – номер временного шага.

2. Исследуемая область разбивается системой ортогональных поверхностей на конечное число элементов.

3. Вычисляются длины дуг элементов S_{ij}^k ($i, k = 1, 2, 3$; $i \neq k$; $j = 1, 2$) в соответствии с работой [15].

4. Задаются начальные и граничные условия по элементам, образующим рассматриваемую область ((5), (6), (12)), и константы физико-механических свойств материалов.

5. Определяется поле температур на временном шаге $\Delta\tau_n$ численным решением уравнения теплопроводности с использованием итерационной формулы,

полученной в работе [15], при наличии начальных и граничных условий на рассматриваемом временном шаге. Наличие выточек при решении температурной задачи не учитывалось.

6. Если в области I у поверхности S_2 выполняется условие $\theta|_{S_2} \leq \theta_k$, то вычисляется толщина закристаллизовавшейся корочки Δ_n по формуле (4).

7. Решается система уравнений (2), (3) с учетом начальных и граничных условий (5), (6), (12), разностных аналогов и разработанной методики, описанной в работе [15], с использованием программы [16]. Определяются поля напряжений σ_{ij} и перемещений U_i ($i, j = 1, 2$).

8. На поверхности S_3 проводится оценка прилегания формы к ОН по каждому элементу: если $\sigma_{11}|_{S_3} > 0 \Rightarrow \sigma_{11} = 0, \sigma_{12} = 0$, то осуществляется переназначение граничных условий и выполняется операция 7.

9. Проводится шаг по времени. По формулам (7) уточняются граничные условия решения температурной задачи: если $\sum \Delta\tau_n > \tau^*$, то выполняется операция 5; если $\sum \Delta\tau_n = \tau^*$ – выполняется операция 10.

10. По области Q анализируются напряжения σ_{22} и выбираются наибольшие.

11. Находятся первые по координате x_2 напряжения $\sigma_{22}|_{S_3}$, превосходящие ограничения (11), и в этом сечении по координате x_2 устанавливается выточка a_i . В случае, если после установки и последующего просчета 5 получим, что $\sigma_{22_n} > \sigma_{22_{n-1}}$, то выточка $(a_i)_{n-1}$ остается на месте по поверхности S_3 и вводится следующая выточка a_i на месте, где σ_{22_n} больше ограничений, и следует операция 5.

12. Процесс расчета заканчивается, когда по области Q будут выполнены ограничения (11).

РЕЗУЛЬТАТЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Геометрические размеры, временные интервалы, разбиение области такие же, как и в предыдущей задаче. Физические свойства разливаемой стали (8), физические свойства керамики (9), размеры выточек: $a_i = (\Delta x_1, \Delta x_2), \Delta x_1 = 1 \text{ мм}, \Delta x_2 = 3 \text{ мм}$.

Расчет по приведенному выше алгоритму показал следующие значения: $A \{1, 2, 3, 4\}; \max \sigma_{22} = 19,2 \text{ МПа}$, геометрическое местоположение выточек и температуры в сечении показаны на рис. 3. Полученные результаты по напряжениям σ_{22} приведены на рис. 4.

Видим, что внутренняя область ОФ, контактирующая с металлом, находится в состоянии сжатия, а внешний (наружный) и прилегающие слои находятся под воздействием небольших растягивающих напряжений. Наибольшие по модулю сжимающие напряжения имеют место в облицовочном слое донной сферической части ОФ, а растягивающие – в прилегающих к наружному слоях. Все максимальные значения напряжений отвечают ограничению (11), хотя и очень близки в некоторых сечениях к граничным значениям.

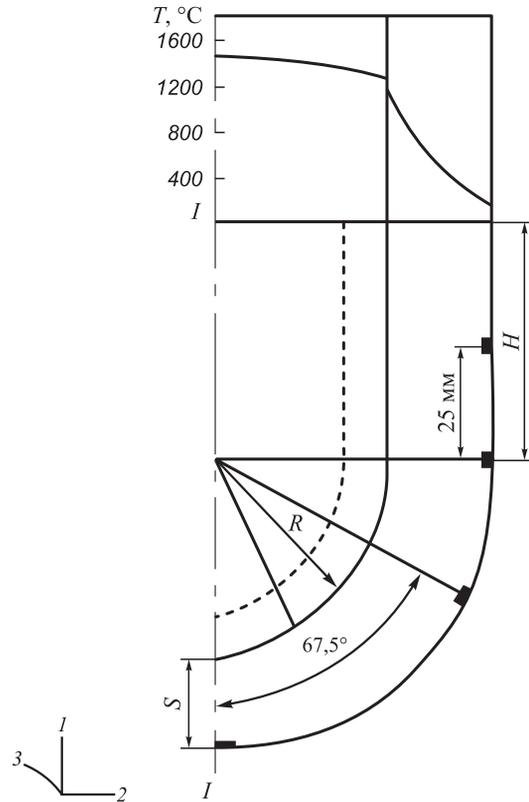


Рис. 3. Схема расположения выточек в сечении ОФ и температуры охлаждения отливки (S – толщина ОФ)

Fig. 3. Layout of recesses in the shell mold cross section and cooling temperature of casting (S – thickness of the shell mold)

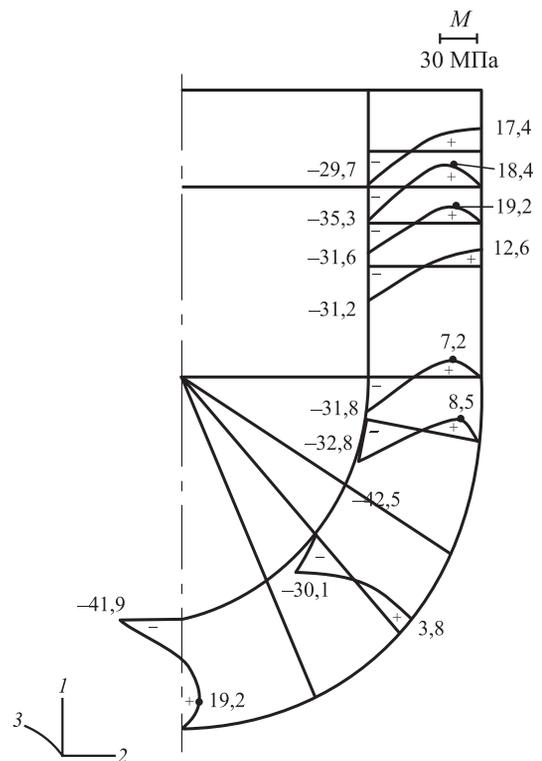


Рис. 4. Эпюры нормальных напряжений σ_{22} по сечению ОФ

Fig. 4. Plots of normal stresses σ_{22} across the shell mold cross section

Новизной настоящей работы являются как постановка задачи, так и значения напряжений в ОФ, а также алгоритм решения. Сформулирована и решена задача математического программирования по влиянию на НДС ОФ выточек и мест их нанесения при затвердевании стальной отливки на НДС ОФ. Аналогичных задач в такой постановке не решалось, полученные результаты имеют важное практическое значение.

Выводы

Поставлена осесимметричная задача математического программирования по оптимизации процесса охлаждения стальной отливки в керамической форме, поверхность которой имеет как цилиндрические, так и сферические участки, на которых выполнены температурные швы (кольцевые выточки). На основе уравнений линейной теории упругости и численных методов разработаны алгоритм и программа по определению оптимального влияния выточек на НДС ОФ при затвердевании стальной отливки. На примере решения частной задачи показана эффективность выполнения кольцевых температурных швов на наружной поверхности ОФ, соприкасающейся с ОН, для снижения образующихся растягивающих напряжений на внешней поверхности ОФ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Kanyo J.E., Schafföner S., Uwanyuze R.Sh., Leary K.S. An overview of ceramic molds for investment casting of nickel superalloys. *Journal of the European Ceramic Society*. 2020;40(15):4955–4973. <https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2020.07.013>
- Rafique M.M.A., Iqbal J. Modeling and simulation of heat transfer phenomena during investment casting. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2009;52(7-8):2132–2139. <http://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2008.11.007>
- Singh R. Mathematical modeling for surface hardness in investment casting applications. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2012;26:3625–3629. <http://dx.doi.org/10.1007/s12206-012-0854-0>
- Jafari H., Idris M.H., Ourdjini A. Effect of thickness and permeability of ceramic shell mould on in situ melted AZ91D investment casting. *Applied Mechanics and Materials*. 2014;465-466:1087–1092. <http://dx.doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.465-466.1087>
- Bansode S.N., Phalle V.M., Mantha S.S. Taguchi approach for optimization of parameters that reduce dimensional variation in investment casting. *Archives of Foundry Engineering*. 2019;19(1):5–12. <https://dx.doi.org/10.24425/afe.2018.125183>
- Pattnaik S., Karunakar D.B., Jha P.K. Developments in investment casting process – A review. *Journal of Materials Processing Technology*. 2012;212(11):2332–2348. <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2012.06.003>
- Zhang J., Li K.W., Ye H.W., Zhang D.Q., Wu P.W. Numerical simulation of solidification process for impeller investment casting. *Applied Mechanics and Materials*. 2011;80-81:961–964. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.80-81.961>
- Dong Y.W., Li X.L., Zhao Q., Jun Y., Dao M. Modeling of shrinkage during investment casting of thin-walled hollow turbine blades. *Journal of Materials Processing Technology*. 2017;244:190–203. <https://doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2017.01.005>
- Rakoczy L., Cygan R. Analysis of temperature distribution in shell mould during thinwall superalloy casting and its effect on the resultant microstructure. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*. 2018;18(4):1441–1450. <https://doi.org/10.1016/j.acme.2018.05.008>
- Sabau A.S. Numerical simulation of the investment casting process. *Transactions of American Foundry Society*. 2005;113:407–417.
- Zheng K., Lin Y., Chen W., Liu L. Numerical simulation and optimization of casting process of copper alloy water-meter shell. *Advances in Mechanical Engineering*. 2020;12(5):1–12. <http://dx.doi.org/10.1177/1687814020923450>
- Manzari M.T., Gethin D.T., Lewis R.W. Optimisation of heat transfer between casting and mould. *International Journal of Cast Metals Research*. 2000;13(4):199–206. <https://doi.org/10.1080/13640461.2000.11819402>
- Одинокоев В.И., Евстигнеев А.И., Дмитриев Э.А., Намоконов А.Н., Евстигнеева А.А., Чернышова Д.В. Напряженно-деформированное состояние керамической оболочковой формы при формировании в ней стальной шарообразной отливки. Часть 1. *Известия вузов. Черная металлургия*. 2024;67(2):211–218. <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2024-2-211-218>
- Odinokov V.I., Evstigneev A.I., Dmitriev E.A., Namokov A.N., Evstigneeva A.A., Chernyshova D.V. Stress-strain state of ceramic shell mold during formation of spherical steel casting in it. Part 1. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2024;67(2):211–218. <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2024-2-211-218>
- Одинокоев В.И., Евстигнеев А.И., Дмитриев Э.А., Намоконов А.Н., Евстигнеева А.А., Чернышова Д.В. Напряженно-деформированное состояние керамической оболочковой формы при формировании в ней стальной шарообразной отливки. Часть 2. *Известия вузов. Черная металлургия*. 2024;67(4):463–470. <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2024-4-463-470>
- Odinokov V.I., Evstigneev A.I., Dmitriev E.A., Namokov A.N., Evstigneeva A.A., Chernyshova D.V. Stress-strain state of ceramic shell mold during formation of spherical steel casting in it. Part 2. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2024;67(4):463–470. <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2024-4-463-470>
- Математическое моделирование сложных технологических процессов / В.И. Одинокоев, Б.Г. Каплунов, А.В. Песков, А.В. Баков. Москва: Наука; 2008:178.
- Одинокоев В.И., Прокудин А.Н., Сергеева А.М., Севастьянов Г.М. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2012111389. ОДИССЕЙ. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 13.12.2012.
- Ткачева А.В., Евстигнеева А.А. Об оценке влияния степени охвата опорным наполнителем сферической керамической оболочки и предварительной прокатки на уровень напряжений в материале формы при заливке и затвердевании в ней отливки. *Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния*. 2024;(2(60)):24–34. <https://doi.org/10.37972/chgpu.2024.60.2.002>

Tkacheva A.V., Evstigneeva A.A. On assessment the influence of the degree of coverage of a spherical ceramic shell by the supporting filler and preliminary calcination on the level of stress in the mold material during pouring and hardening of the casting in it. *Bulletin of the I.Ya. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of the limit state*. 2024;(2(60)):24–34. (In Russ.).

<https://doi.org/10.37972/chgpu.2024.60.2.002>

18. Ткачева А.В., Евстигнеева А.А. О напряжениях в сферической керамической форме. В кн.: *Вычислительные технологии и прикладная математика. Материалы III научн. конференции с международ. участием, Комсомольск-на-Амуре, 7 – 11 октября 2024*; отв. ред. Э.А. Дмитриев. Комсомольск-на-Амуре: ФГБОУ ВО «КНАГУ»; 2024;351–355.

19. Евстигнеев А.И., Дмитриев Э.А., Чернышова Д.В., Одинок В.И., Евстигнеева А.А., Иванкова Е.П. Моделирование внешнего силового воздействия на стойкость оболочковой формы при заливке в нее стали. *Математическое моделирование*. 2022;34(5):61–72.

<https://doi.org/10.20948/mm-2022-05-04>

Evstigneev A.I., Dmitriev E.A., Chernyshova D.V., Odnokov V.I., Evstigneeva A.A., Ivankova E.P. Modeling of external force action on a shell mold for pouring steel. *Matematicheskoe modelirovanie*. 2022;34(5):61–72. (In Russ.). <https://doi.org/10.20948/mm-2022-05-04>

20. Одинок В.И., Дмитриев Э.А., Евстигнеев А.И., Свиридов А.В. Математическое моделирование процессов получения отливок в керамические оболочковые формы. Москва: Инновационное машиностроение; 2020:224.

Сведения об авторах

Information about the Authors

Алексей Иванович Евстигнеев, д.т.н., профессор, главный научный сотрудник Управления научно-исследовательской деятельностью, Комсомольский-на-Амуре государственный университет
ORCID: 0000-0002-9594-4068
E-mail: diss@knastu.ru

Дарья Витальевна Чернышова, аспирант кафедры «Авиастроение», Комсомольский-на-Амуре государственный университет
ORCID: 0000-0001-5142-2455
E-mail: daracernysova744@gmail.com

Валерий Иванович Одинок, д.т.н., профессор, главный научный сотрудник Управления научно-исследовательской деятельностью, Комсомольский-на-Амуре государственный университет
ORCID: 0000-0003-0200-1675
E-mail: 79122718858@yandex.ru

Эдуард Анатольевич Дмитриев, д.т.н., доцент, ректор, Комсомольский-на-Амуре государственный университет
ORCID: 0000-0001-8023-316X
E-mail: rector@knastu.ru

Анна Алексеевна Евстигнеева, магистрант кафедры «Прикладная математика», Комсомольский-на-Амуре государственный университет
ORCID: 0000-0003-0667-2468
E-mail: annka.ewstic@mail.ru

Aleksei I. Evstigneev, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Chief Researcher of the Department of Research Activities, Komsomolsk-on-Amur State University

ORCID: 0000-0002-9594-4068

E-mail: diss@knastu.ru

Dar'ya V. Chernyshova, Postgraduate of the Chair of Aircraft Engineering, Komsomolsk-on-Amur State University

ORCID: 0000-0001-5142-2455

E-mail: daracernysova744@gmail.com

Valerii I. Odnokov, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Chief Researcher of the Department of Research Activities, Komsomolsk-on-Amur State University

ORCID: 0000-0003-0200-1675

E-mail: 79122718858@yandex.ru

Eduard A. Dmitriev, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Assist. Prof., Rector, Komsomolsk-on-Amur State University

ORCID: 0000-0001-8023-316X

E-mail: rector@knastu.ru

Anna A. Evstigneeva, MA Student of the Chair "Applied Mathematics", Komsomolsk-on-Amur State University

ORCID: 0000-0003-0667-2468

E-mail: annka.ewstic@mail.ru

Вклад авторов

Contribution of the Authors

А. И. Евстигнеев – формирование концепции статьи, определение цели и задачи исследования, анализ результатов исследования, подготовка текста.

Д. В. Чернышова – проведение и обработка расчетов, подготовка библиографического списка, обработка графического материала.

В. И. Одинок – научное руководство, анализ результатов исследований, редактирование и корректировка финальной версии статьи.

Э. А. Дмитриев – проведение и анализ расчетов, подготовка и корректировка текста.

А. А. Евстигнеева – проведение расчетов, подготовка текстового и графического материала.

A. I. Evstigneev – conceptualization, determining the purpose and objectives of the study, analysis of research results, writing the text.

D. V. Chernyshova – conducting and processing calculations, preparing references, processing graphic material.

V. I. Odnokov – scientific guidance, analysis of research results, editing and correction of the article final version.

E. A. Dmitriev – conducting calculations and their analysis, writing and correction of the text.

A. A. Evstigneeva – conducting calculations, preparation of the text and graphic material.

Поступила в редакцию 01.11.2024

После доработки 10.01.2025

Принята к публикации 17.01.2025

Received 01.11.2024

Revised 10.01.2025

Accepted 17.01.2025