



УДК 536.425:539.25:539.351

DOI 10.17073/0368-0797-2025-1-30-39



Оригинальная статья

Original article

ВЛИЯНИЕ НАКЛОННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА РАСПАД СТРУИ ЖИДКОСТИ В ПРОЦЕССАХ ТЕРМООБРАБОТКИ И НАПЛАВКИ

С. А. Невский[✉], Л. П. Бащенко, В. Д. Сарычев,
А. Ю. Грановский, Д. В. Шамсутдинова

Сибирский государственный индустриальный университет (Россия, 654007, Кемеровская обл. – Кузбасс, Новокузнецк, ул. Кирова, 42)

[✉] nevskiy.sergei@yandex.ru

Аннотация. Изучено совместное воздействие наклонных электрических полей и поперечного акустического поля на неустойчивость Кельвина–Гельмгольца границы раздела вязких электропроводных жидкостей на примере систем воздух–вода и аргон–железо. Наклонное электрическое поле вне зависимости от воздействия звуковых колебаний приводит к усилению неустойчивости Кельвина–Гельмгольца в микрометровом диапазоне длин волн. Наиболее интенсивный рост возмущений поверхности раздела наблюдается при угле наклона электрического поля $\pi/3$. Это открывает новые возможности для разработки технологий ускоренного охлаждения проката и наплавки материалов путем регулирования капельного переноса материала. Совместное воздействие акустических и электрических полей оказывает неоднозначное влияние на неустойчивость Кельвина–Гельмгольца. В случае системы воздух–вода звуковые колебания приводят к подавлению неустойчивости Кельвина–Гельмгольца, при этом тангенциальное электрическое поле напряженностью $3 \cdot 10^6$ В/м усиливает данный эффект, а нормальное поле, наоборот, ослабляет его. Для системы аргон–железо звуковые колебания приводят к полному исчезновению вязкостно-обусловленного максимума и к значительному снижению скорости роста возмущений поверхности раздела, которая соответствует первому максимуму. Приложение горизонтального электрического поля напряженностью $3 \cdot 10^7$ В/м значительно ослабляет эффект подавления неустойчивости Кельвина–Гельмгольца, а в вертикальном поле он, наоборот, усиливается. Установлено, что восстановление первого гидродинамического максимума в нормальном электрическом поле возможно при соотношении удельных электрических проводимостей σ более 0,012 вне зависимости от наличия звукового поля. Смена знака влияния вертикального электрического поля со стабилизирующего на дестабилизирующее возможно при соотношении σ от 0,015 и более.

Ключевые слова: электрическое поле, акустическое поле, термообработка, система воздух – вода, система аргон – железо, неустойчивость Кельвина–Гельмгольца, вязко-потенциальное приближение

Благодарности: Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-79-10229, <https://rscf.ru/project/22-79-10229/>.

Для цитирования: Невский С.А., Бащенко Л.П., Сарычев В.Д., Грановский А.Ю., Шамсутдинова Д.В. Влияние наклонного электрического поля на распад струи жидкости в процессах термообработки и наплавки. *Известия вузов. Черная металлургия.* 2025;68(1):30–39. <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2025-1-30-39>

INFLUENCE OF INCLINED ELECTRIC FIELD ON DECAY OF A LIQUID JET DURING HEAT TREATMENT AND SURFACING

S. A. Nevskii[✉], L. P. Bashchenko, V. D. Sarychev,
A. Yu. Granovskii, D. V. Shamsutdinova

Siberian State Industrial University (42 Kirova Str., Novokuznetsk, Kemerovo Region – Kuzbass 654007, Russian Federation)

[✉] nevskiy.sergei@yandex.ru

Abstract. The combined effect of inclined electric fields and a transverse acoustic field on the Kelvin–Helmholtz instability of the interface of viscous electrically conductive liquids is studied using the example of air–water and argon–iron systems. An inclined electric field, regardless of the effect of sound vibrations, leads to the increased Kelvin–Helmholtz instability in the micrometer wavelength range. The most intense increase in the disturbances of the interface is observed at the angle of inclination of the electric field $\pi/3$. This opens up new opportunities for the development of technologies for accelerated cooling of rolled products and surfacing materials by regulating the drop transfer of material. The combined effect of acoustic

and electric fields has an ambiguous effect on the Kelvin–Helmholtz instability. In the case of an air–water system, sound vibrations lead to suppression of the Kelvin–Helmholtz instability, while a tangential electric field with a strength of $3 \cdot 10^6$ V/m enhances this effect, and a normal field, on the contrary, weakens it. For the argon–iron system, sound vibrations lead to the complete disappearance of the viscosity-conditioned maximum and to a significant decrease in the growth rate of disturbances at the interface, which corresponds to the first maximum. Application of a horizontal electric field with a strength of $3 \cdot 10^7$ V/m significantly weakens the effect of suppressing the Kelvin–Helmholtz instability, while in a vertical field, on the contrary, increases it. It was established that the restoration of the first hydrodynamic maximum in a normal electric field is possible with a ratio of specific electrical conductivities σ greater than 0.012, regardless of the presence of a sound field. A change in the influence of the vertical electric field from a stabilizing to a destabilizing one is possible with a ratio of σ from 0.015 or more.

Keywords: electric field, acoustic field, heat treatment, air–water system, argon–iron system, Kelvin–Helmholtz instability, viscous potential approximation

Acknowledgements: The work was supported by the Russian Science Foundation (grant No. 22-79-10229, <https://rscf.ru/project/22-79-10229/>).

For citation: Nevskii S.A., Bashchenko L.P., Sarychev V.D., Granovskii A.Yu., Shamsutdinova D.V. Influence of inclined electric field on decay of a liquid jet during heat treatment and surfacing. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2025;68(1):30–39.

<https://doi.org/10.17073/0368-0797-2025-1-30-39>

ВВЕДЕНИЕ

Неустойчивость Кельвина–Гельмгольца встречается во многих областях исследований, начиная с земной магнитной гидродинамики [1], турбулентного перемешивания жидкостей [2], процессов нанесения покрытий электрическим взрывом [3] и заканчивая такими астрофизическими эффектами, как солнечный ветер [4]. Данная неустойчивость является мощным триггером, который препятствует устойчивости систем, где происходит смешивание двух или более жидкостей с различными свойствами. Наиболее интересными приложениями неустойчивости являются акустические режимы в системах, потребляющих воздух, таких как котлы, авиационные реактивные двигатели, газовые турбины [5]. Не менее интересным приложением данной неустойчивости является распад струи на капли в электрическом поле [6; 7]. Это явление лежит в основе принципа действия прецизионных устройств, являющихся неотъемлемой частью различных технологических процессов, например, электродуговой сварки, получения ультрамелкодисперсных порошков тугоплавких материалов [6; 7]. В работе [8] при изучении воздействия наклонного электрического поля на неустойчивость Кельвина–Гельмгольца двух идеальных диэлектрических жидкостей были найдены условия перехода жидкости в устойчивый режим при наложении горизонтального электрического поля, а также показано, что вертикальная компонента электрического поля оказывает дестабилизирующее влияние. Другим весьма перспективным приложением такой неустойчивости является ускоренное охлаждение арматурного проката. В работе [9] показано, что, регулируя скорость движения в системе вода–пар, можно добиться формирования капель наноразмерного диапазона. Эти капли, попадая на прокат, возбуждают термоупругую волну и тем самым увеличивают его ударную вязкость.

Возникновение и развитие неустойчивости Кельвина–Гельмгольца двух вязких жидкостей изучалось в работах [10; 11]. Особенность этих работ заключается в том, что в них используется вязко-потенциальное приближение. Его суть заключается в том, что сдвиговые

компоненты тензора напряжений на границе раздела сред отсутствуют, а вязкость жидкости учитывается только в условии непрерывности нормальных напряжений на данной границе [10]. В общем случае ситуация осложняется тем, что необходимо знать профиль скоростей среды и, как показывают результаты работ [11; 12], аналитического решения задачи устойчивости течения для профиля сложной конфигурации не существует. Однако при больших волновых числах (коротких длинах волн) данное приближение, как показывают результаты работы [13], является оправданным.

Взаимодействие неустойчивости Кельвина–Гельмгольца с ультразвуковыми колебаниями для случая плоской геометрии задачи в приближении вязко-потенциального течения изучалось в работах [14; 15]. Предполагалось, что воздействие акустических колебаний эквивалентно эффективному колеблющемуся полю сил тяжести. Установлено, что акустическое воздействие приводит к смещению максимума скорости роста в область больших волновых чисел [15] и обнаружена область стабильности между режимами слабого акустического воздействия и параметрического резонанса.

Целью настоящей работы являлось изучение совместного влияния наклонного электрического поля и поперечного акустического поля на устойчивость плоской поверхности электропроводной жидкости на примере систем железо–аргон и вода–воздух в приближении вязко-потенциального течения. Одновременное применение этих двух воздействий позволит добиться создания микро- и нанокпельных режимов течения жидкости, что является важным для разработки новых технологий сварки, наплавки, а также ускоренного охлаждения проката.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим неустойчивость плоской поверхности раздела двух вязких электропроводных сред. Первая среда характеризуется плотностью ρ_1 , кинематической вязкостью ν_1 , проводимостью σ_1 и диэлектрической проницаемостью ϵ_1 (рис. 1). Она занимает область $(-\infty \leq x \leq +\infty$ и $-h_1 \leq z \leq 0)$ и движется с горизонталь-

ной скоростью U_1 . Вторая среда занимает область $(-\infty \leq x \leq +\infty$ и $0 \leq z \leq h_2)$ и обладает плотностью ρ_2 , кинематической вязкостью ν_2 , проводимостью σ_2 и диэлектрической проницаемостью ε_2 . Горизонтальная скорость второй среды U_2 . Переменная ξ представляет собой отклонение границы раздела от равновесного значения (рис. 1).

Скорости движения первой и второй сред много меньше скорости звука, поэтому будем их считать несжимаемыми. Кинематика движения поверхности раздела описывается функцией $F(x, z, t) = z - \xi(x, t)$. Тогда вектор

нормали определяется как $\vec{n} = \frac{\nabla F}{|\nabla F|} = \frac{-\frac{\partial \xi}{\partial x} \vec{e}_x + \vec{e}_z}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^2}}$

(где ∇ – оператор градиента). В линейном приближении вектор нормали примет вид $\vec{n} = -\frac{\partial \xi}{\partial x} \vec{e}_x + \vec{e}_z$. Рассматриваемая система помещена во внешние поперечное акустическое поле и наклонное электрическое поле по отношению к поверхности жидкости (рис. 1). Вектор электрического поля с учетом возмущений поверхности раздела примет вид $\vec{E} = E_{0x} \vec{e}_x - E_{0z} \vec{e}_z - \nabla \psi$ (где ψ – возмущение электрического потенциала; E_{0x} и E_{0z} – нормальная и тангенциальная составляющие невозмущенного электрического поля соответственно). Значение угла наклона вектора электрического поля (рис. 1) по отношению к невозмущенной поверхности β определим как $\arctg\left(\frac{E_{0z}}{E_{0x}}\right)$.

Основные линеаризованные уравнения модели вязко-потенциального течения относительно малых возмущений с учетом электрического поля, согласно [10; 15], будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \Delta \Phi_1 &= 0; \quad -h_1 < z < 0; \\ \Delta \Phi_2 &= 0; \quad 0 < z < h_2; \\ \Delta \psi_1 &= 0; \quad -h_1 < z < 0; \\ \Delta \psi_2 &= 0; \quad 0 < z < h_2, \end{aligned} \quad (1)$$

где Φ – возмущение потенциала скорости.

При получении первого и второго уравнений системы (1) не учитывали члены, связанные с электрическим полем, что справедливо для электропроводных жидкостей [16 – 18], когда отсутствует объемный заряд. Поэтому будем учитывать электрическую составляющую только в условиях на границе раздела жидкости и газа. На границах h_2 и h_1 зададим условия отсутствия возмущений скорости течения и электрического поля:

$$\begin{aligned} z = -h_1: \quad \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} &= 0; \quad \frac{\partial \psi_1}{\partial x} = 0; \\ z = h_2: \quad \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} &= 0; \quad \frac{\partial \psi_2}{\partial x} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

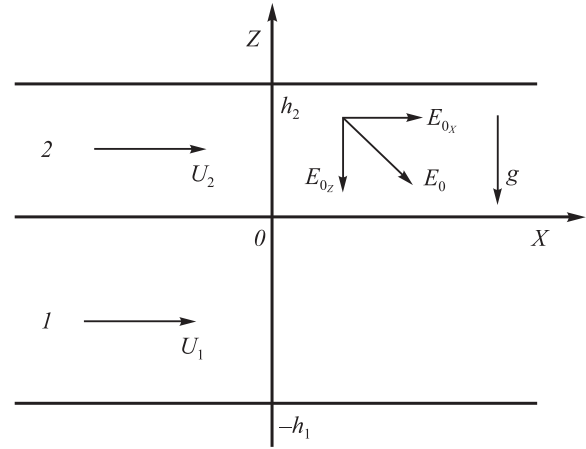


Рис. 1. К постановке задачи о возникновении и развитии неустойчивости Кельвина–Гельмгольца

Fig. 1. On formulation of the problem of origin and development of the Kelvin–Helmholtz instability

Граничные условия для возмущений потенциалов течения жидкости на поверхности раздела сред с учетом электрического поля имеют вид:

$$\begin{aligned} z = 0: \quad \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} &= \frac{\partial \xi}{\partial t} + U_1 \frac{\partial \xi}{\partial x}; \quad \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} = \frac{\partial \xi}{\partial t} + U_2 \frac{\partial \xi}{\partial x}; \\ -p_1 + 2\rho_1 \nu_1 \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z^2} + p_{s1} - \frac{1}{2} \varepsilon_1 \varepsilon_0 (E_{1n}^2 - E_{1\tau}^2) + \\ + p_2 - 2\rho_2 \nu_2 \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial z^2} - p_{s2} + \frac{1}{2} \varepsilon_2 \varepsilon_0 (E_{2n}^2 - E_{2\tau}^2) &= \gamma \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где U_i – скорость движения i -й среды; $p_i = -\rho_i \times \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial t} + U_i \frac{\partial \Phi_i}{\partial x} \right)$ – возмущение давления в i -й среде; p_{si} – возмущение давления акустического поля; $i = 1, 2$ – номер среды; γ – поверхностное натяжение; E_{in} и $E_{i\tau}$ – нормальная и тангенциальная составляющая поля соответственно.

Условия для электрического поля на границе раздела сред определим как [19]:

$$\vec{n} \cdot \vec{E}_1 = \vec{n} \cdot \vec{E}_2; \quad \sigma_1 (\vec{n} \cdot \vec{E}_1) = \sigma_2 (\vec{n} \cdot \vec{E}_2). \quad (4)$$

Подстановка в зависимость (4) вышеприведенных значений вектора нормали и электрического поля и последующая линеаризация с учетом того, что на границе раздела двух проводников $\sigma_1 E_{01z} = \sigma_2 E_{02z}$, $E_{01x} = E_{02x}$, приводят к следующему:

$$\begin{aligned} E_{10z} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \psi_1}{\partial x} &= E_{20z} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \psi_2}{\partial x}; \\ \sigma_1 \left(E_{10x} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \psi_1}{\partial z} \right) &= \sigma_2 \left(E_{20x} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \psi_2}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Решение уравнений (1) будем искать в виде:

$$\begin{aligned}\Phi_1(x, z, t) &= A_1 \cosh[k(z + h_1)] \exp(\omega t + ikx); \\ \Phi_2(x, z, t) &= A_2 \cosh[k(z - h_2)] \exp(\omega t + ikx); \\ \Psi_1(x, z, t) &= A_3 \sinh[k(z + h_1)] \exp(\omega t + ikx); \\ \Psi_2(x, z, t) &= A_4 \sinh[k(z - h_2)] \exp(\omega t + ikx); \\ \xi(x, t) &= \xi_0 \exp(\omega t + ikx).\end{aligned}\quad (6)$$

Подстановка третьего, четвертого и пятого уравнения (6) в зависимость (5) приводит к следующей системе уравнений для постоянных A_3 и A_4 :

$$\begin{aligned}A_3 \sinh(kh_1) + A_4 \sinh(kh_2) &= (E_{20z} - E_{10z}) \xi_0; \\ A_3 \sigma_1 \cosh(kh_1) - A_4 \sigma_2 \cosh(kh_2) &= \\ &= i \xi_0 (\sigma_2 E_{20x} - \sigma_1 E_{10x}).\end{aligned}\quad (7)$$

Решение (7) после преобразования имеет вид:

$$\begin{aligned}A_3 &= - \left\{ i (\sigma_1 E_{10x} - \sigma_2 E_{20x}) + (\sigma_2 E_{10z} - \sigma_1 E_{20z}) \times \right. \\ &\quad \times \cosh(kh_2) \left. \right\} \xi_0 \times \\ &\quad \times \left\{ \sinh(kh_1) [\cosh(kh_1) \sigma_1 + \cosh(kh_2) \sigma_2] \right\}^{-1}; \\ A_4 &= - \left\{ i (\sigma_1 E_{10x} - \sigma_2 E_{20x}) + (\sigma_1 E_{20z} - \sigma_2 E_{10z}) \times \right. \\ &\quad \times \cosh(kh_1) \left. \right\} \xi_0 \times \\ &\quad \times \left\{ \sinh(kh_2) [\cosh(kh_1) \sigma_1 + \cosh(kh_2) \sigma_2] \right\}^{-1}.\end{aligned}\quad (8)$$

Тогда возмущения электрического потенциала будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}\Psi_1(x, z, t) &= - \left\{ i (\sigma_1 E_{10x} - \sigma_2 E_{20x}) + \right. \\ &\quad + (\sigma_2 E_{10z} - \sigma_1 E_{20z}) \cosh(kh_2) \left. \right\} \sinh[k(z + h_1)] / \\ &\quad / \left\{ \sinh(kh_1) [\cosh(kh_1) \sigma_1 + \cosh(kh_2) \sigma_2] \right\}; \\ &\quad \xi_0 \exp(\omega t + ikx); \\ \Psi_2(x, z, t) &= \left\{ i (\sigma_1 E_{10x} - \sigma_2 E_{20x}) + \right. \\ &\quad + (\sigma_1 E_{20z} - \sigma_2 E_{10z}) \cosh(kh_1) \left. \right\} \sinh[k(z - h_2)] / \\ &\quad / \left\{ \sinh(kh_2) [\cosh(kh_1) \sigma_1 + \cosh(kh_2) \sigma_2] \right\}; \\ &\quad \xi_0 \exp(\omega t - ikx).\end{aligned}\quad (9)$$

Для получения возмущений потенциала течения подставим первое, второе и пятое уравнения системы (6) в кинематические граничные условия (3). В итоге получим:

$$\begin{aligned}\Phi_1(x, z, t) &= \frac{\omega + ikU_1}{k \sinh(kh_1)} \times \\ &\quad \times \cosh[k(z + h_1)] \xi_0 \exp(\omega t + ikx); \\ \Phi_2(x, z, t) &= - \frac{\omega + ikU_2}{k \sinh(kh_2)} \times \\ &\quad \times \cosh[k(z - h_2)] \xi_0 \exp(\omega t + ikx).\end{aligned}\quad (10)$$

Вклад акустического поля в давление будем определять также, как и в работах [14; 15]: $p_{si} = \rho_i g_{eff} \xi_0 \times$

$\times \exp(\omega t + ikx)$ (где $g_{eff} = g - \Omega U_a \cos(\Omega t)$ – эффективное ускорение; Ω и U_a – частота и амплитуда звукового воздействия. Подстановка (9) и (10) в динамическое граничное условие (3) и последующие преобразования с учетом того, что при $z = 0$: $\sigma_1 E_{01z} = \sigma_2 E_{02z}$, $E_{01x} = E_{02x}$, приводят к следующему дисперсионному уравнению:

$$\begin{aligned}a_0 \omega^2 + 2(a_1 + ib_1) \omega + a_2 + ib_2 &= 0; \\ a_0 &= \rho_1 \coth(kh_1) + \rho_2 \coth(kh_2); \\ a_1 &= \rho_1 v_1 k^2 \coth(kh_1) + \rho_2 v_2 k^2 \coth(kh_2); \\ b_1 &= \rho_1 U_1 k \coth(kh_1) + \rho_2 U_2 k \coth(kh_2); \\ a_2 &= -k^2 [\rho_1 U_1^2 \coth(kh_1) + \rho_2 U_2^2 \coth(kh_2)] + \\ &\quad + \gamma k^3 + (\rho_1 - \rho_2) g_{eff} k + \\ &\quad + \varepsilon_1 \varepsilon_0 k^2 \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2) E_{20x}^2}{\coth(kh_1) \sigma_1 + \coth(kh_2) \sigma_2} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\sigma_2^2 (\sigma_1 - \sigma_2) \coth(kh_1) \coth(kh_2) E_{20z}^2}{\sigma_1^2 [\coth(kh_1) \sigma_1 + \coth(kh_2) \sigma_2]} \right] + \\ &\quad + \varepsilon_2 \varepsilon_0 k^2 \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2) \coth(kh_1) \coth(kh_2) E_{20z}^2}{\coth(kh_1) \sigma_1 + \coth(kh_2) \sigma_2} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{(\sigma_1 - \sigma_2) E_{20x}^2}{\coth(kh_1) \sigma_1 + \coth(kh_2) \sigma_2} \right]; \\ b_2 &= \left\{ \varepsilon_1 \varepsilon_0 k^2 \sigma_2 (\sigma_1 - \sigma_2) [\coth(kh_1) + \coth(kh_2)] \times \right. \\ &\quad \times E_{20x} E_{20z} \left. \right\} / \left\{ \sigma_1 [\coth(kh_1) \sigma_1 + \coth(kh_2) \sigma_2] \right\} + \\ &\quad + \left\{ \varepsilon_2 \varepsilon_0 k^2 (\sigma_1 - \sigma_2) [\coth(kh_1) + \coth(kh_2)] \times \right. \\ &\quad \times E_{20x} E_{20z} \left. \right\} / \left\{ \coth(kh_1) \sigma_1 + \coth(kh_2) \sigma_2 \right\} + \\ &\quad + 2k^3 [\rho_1 v_1 U_1 \coth(kh_1) + \rho_2 v_2 U_2 \coth(kh_2)].\end{aligned}\quad (11)$$

Для проведения анализа уравнения (11) с учетом влияния слабых акустических полей воспользуемся подходом, применяемым в работах [14; 15]. Согласно данного подхода:

$$\begin{aligned}a_0 \frac{d^2 f}{dt^2} + 2(a_1 + ib_1) \frac{df}{dt} + (a_2 + ib_2) f &= 0; \\ a_2 &= c - C_{ac} \cos(\Omega t); \quad C_{ac} = (\rho_2 - \rho_1) \Omega k U_a; \\ c &= -k^2 [\rho_1 U_1^2 \coth(kh_1) + \rho_2 U_2^2 \coth(kh_2)] + \gamma k^3 + \\ &\quad + (\rho_1 - \rho_2) g k + \varepsilon_1 \varepsilon_0 k^2 \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2) E_{20x}^2}{\coth(kh_1) \sigma_1 + \coth(kh_2) \sigma_2} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\sigma_2^2 (\sigma_1 - \sigma_2) \coth(kh_1) \coth(kh_2) E_{20z}^2}{\sigma_1^2 [\coth(kh_1) \sigma_1 + \coth(kh_2) \sigma_2]} \right] + \\ &\quad + \varepsilon_2 \varepsilon_0 k^2 \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2) \coth(kh_1) \coth(kh_2) E_{20z}^2}{\coth(kh_1) \sigma_1 + \coth(kh_2) \sigma_2} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{(\sigma_1 - \sigma_2) E_{20x}^2}{\coth(kh_1) \sigma_1 + \coth(kh_2) \sigma_2} \right],\end{aligned}\quad (12)$$

где f – функция, зависящая от времени, является суммой «медленной» компоненты возмущений $A_1(t) = f_1 \exp(\omega t)$ и «быстрой» компоненты возмущений $A_2(t) = f_2 \cos(\Omega t)$, которая соответствует звуковым колебаниям; Ω – частота звукового воздействия [14; 15]. Подставляя эту сумму в зависимость (7) и отбрасывая косинусоидальные и синусоидальные члены с учетом того, что $f_2 = -C_{ac} A_1 / (a_0 \Omega^2)$ [14], получим:

$$a_0 \omega^2 + 2(a_1 + ib_1)\omega + c + ib_2 + \frac{C_{ac}^2}{2a_0 \Omega^2} = 0. \quad (13)$$

Решение уравнения (7) имеет вид:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= -\frac{a_1 + ib_1}{a_0} + \\ &+ \frac{\sqrt{(a_1 + ib_1)^2 - a_0 \left(c + \frac{C_{ac}^2}{2a_0 \Omega^2} + ib_2 \right)}}{a_0}; \\ \omega_2 &= -\frac{a_1 + ib_1}{a_0} - \\ &- \frac{\sqrt{(a_1 + ib_1)^2 - a_0 \left(c + \frac{C_{ac}^2}{2a_0 \Omega^2} + ib_2 \right)}}{a_0}. \end{aligned} \quad (14)$$

Второй корень уравнения (8) не имеет физического смысла и поэтому здесь не рассматривается. Скорость роста возмущений поверхности раздела жидкостей найдем как $\alpha = \text{Re}(\omega_1)$. В итоге получим:

$$\begin{aligned} \alpha &= -\frac{a_1}{a_0} + \frac{1}{2a_0} \left[2(a_1^2 + b_1^2 - a_0) - \frac{C_{ac}^2}{\Omega^2} + \right. \\ &+ \left. 2\sqrt{\left(a_1^2 + b_1^2 - a_0 c - \frac{C_{ac}^2}{2\Omega^2} \right)^2 + (2a_1 b_1 - b_2 a_0)^2} \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (15)$$

Данные для расчетов по формуле (9) представлены в таблице.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Система воздух – вода

На рис. 2, а представлены зависимости скорости роста возмущений поверхности раздела воздуха и воды от волнового числа в отсутствие звукового поля при воздействии электрических полей; разность горизонтальных скоростей слоев составляла 15 м/с. Данная функция имеет только один максимум вне зависимости от наличия электрического поля (кривые 1 – 3). Тангенциальное электрическое поле ($\beta = 0$) напряженностью порядка $3 \cdot 10^6$ В/м приводит к стабилизации неустойчивости Кельвина–Гельмгольца, что выражается в снижении значений α_m и смещении максимальной моды k_m в сторону меньших значений (кривая 2). Нормальное электрическое поле ($\beta = \pi/2$) такой же напряженностью, наоборот, усиливает данную неустойчивость (кривая 3), что соответствует общепринятым представлениям [8; 19]. При углах наклона вектора электрического поля $\beta \pi/6, \pi/4, \pi/3$ (рис. 2, б) наблюдается увеличение значений k_m от $59 \cdot 10^3 \text{ м}^{-1}$ ($\lambda_m = 106,19 \text{ мкм}$) при $\beta = \pi/6$ до $119 \cdot 10^3 \text{ м}^{-1}$ ($\lambda_m = 52,48 \text{ мкм}$) при $\beta = \pi/3$. Анализ нейтральных кривых (рис. 2, в) показал, что наличие вертикальной компоненты электрического поля значительно сужает диапазон относительной скорости движения сред, в котором капиллярные силы и тангенциальное электрическое поле подавляют неустойчивость Кельвина–Гельмгольца. Следует отметить, что подобный эффект наблюдался в работе [8] для случая невязких диэлектрических жидкостей.

Рассмотрим совместное влияние слабых акустических и наклонных электрических полей на неустойчивость Кельвина–Гельмгольца. На рис. 3, а показаны зависимости скорости роста возмущений при амплитудном значении скорости звуковых колебаний

Характеристики материалов и параметры внешнего воздействия

Characteristics of the materials and parameters of external influence

Характеристики	Значения характеристик			
	Вода	Воздух	Железо	Аргон
Плотность, кг/м ³	997	1,1308	6700	0,2434
Вязкость, μ , Па·с	$8,94 \cdot 10^{-4}$	$1,7798 \cdot 10^{-5}$	$4,4 \cdot 10^{-3}$	$8,07 \cdot 10^{-5}$
Поверхностное натяжение, σ , Н/м	0,059		1,2	
Удельная электропроводность, См/м	0,01	0,001	$7,52 \cdot 10^5$	10^3
Диэлектрическая проницаемость	81	1	4640	1
Скорость первой среды, U_1 , м/с	1	–	1	–
Скорость второй среды, U_2 , м/с	–	16	–	101
Толщина первой среды, h_1 , м	10^{-3}	10^{-3}	10^{-3}	10^{-3}
Толщина второй среды, h_2 , м	$3 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$

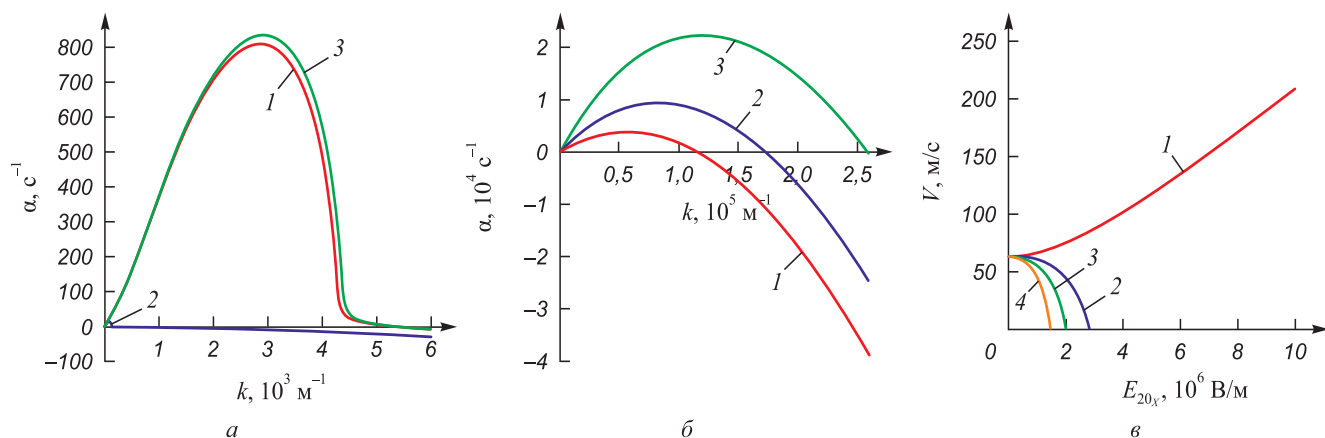


Рис. 2. Зависимости скорости роста возмущений поверхности раздела воздух – вода (а, б) и нейтральные кривые (в) при воздействии электрических полей (обозначения здесь и на рис. 3): а: 1 – без воздействия поля; 2 – при $E_{20x} = 3 \cdot 10^6$ В/м и $E_{20z} = 0$ В/м; 3 – при $E_{20x} = 0$ В/м и $E_{20z} = 3 \cdot 10^6$ В/м; б: 1 – 3 – угол наклона электрического поля $\pi/6$, $\pi/4$ и $\pi/3$ соответственно; в: 1 – 4 – угол наклона электрического поля 0 , $\pi/6$, $\pi/4$ и $\pi/3$ соответственно

Fig. 2. Dependences of growth rate of perturbations of the air–water interface (а, б) and neutral curves (в) under the influence of electric fields (notation here and in Fig. 3): а: 1 – without field action; 2 – at $E_{20x} = 3 \cdot 10^6$ V/m and $E_{20z} = 0$ V/m; 3 – at $E_{20x} = 0$ V/m and $E_{20z} = 3 \cdot 10^6$ V/m; б: 1 – 3 – angle of inclination of the electric field $\pi/6$, $\pi/4$, and $\pi/3$, respectively; в: 1 – 4 – angle of inclination of the electric field 0 , $\pi/6$, $\pi/4$, and $\pi/3$, respectively

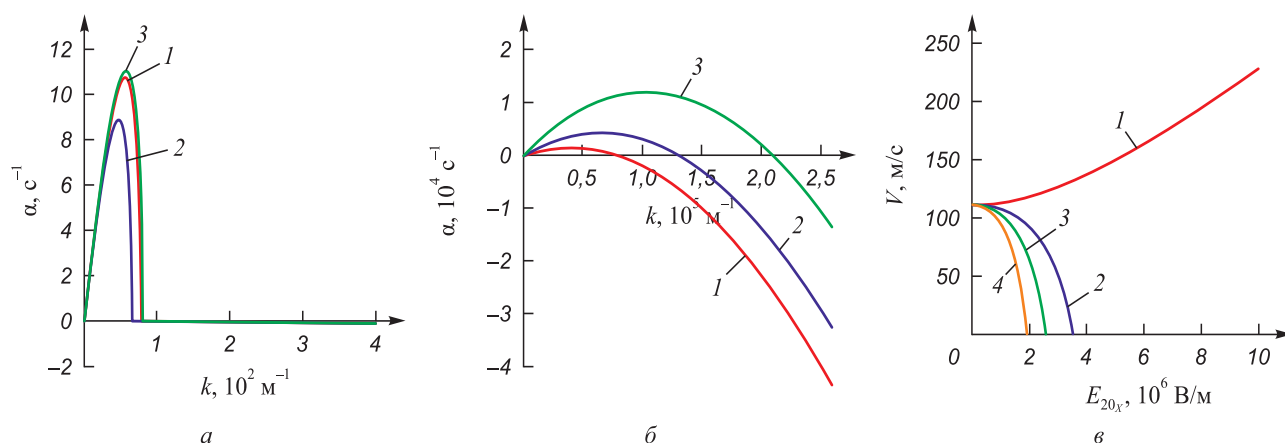


Рис. 3. Зависимости скорости роста возмущений поверхности раздела воздух – вода (а, б) и нейтральные кривые (в) при совместном воздействии электрических полей и акустических колебаний с амплитудой скорости 5 м/с

Fig. 3. Dependences of the growth rate of disturbances of the air–water interface (а, б) and neutral curves (в) under the combined action of electric fields and acoustic vibrations with a velocity amplitude of 5 m/s

$U_a = 5$ м/с. Эти зависимости показывают, что звуковые колебания приводят к подавлению неустойчивости Кельвина–Гельмгольца (кривые 1 – 3), при этом тангенциальное электрическое поле усиливает данный эффект (кривая 2), а нормальное поле, наоборот, ослабляет его. Ослабление эффекта подавления также наблюдается и при углах наклона поля $\beta \pi/6$, $\pi/4$, $\pi/3$ (рис. 3, б), что подтверждает анализ нейтральных кривых (рис. 3, в). Отметим, что подобные явления подавления неустойчивости Кельвина–Гельмгольца обнаружены в работе [14]. Однако в этом исследовании наложение звуковых полей приводит к смещению k_m вправо, при этом максимальная скорость роста увеличивается, что

говорит об усилении неустойчивости Кельвина–Гельмгольца. Такое различие данных работы [14] и настоящей работы может быть объяснено тем, что в ней соотношение $\frac{C_{ac}^2}{2a_0\Omega^2}$ в формуле (8) бралось с отрицательным знаком, а в настоящей работе – с положительным.

Система аргон – железо

Рассмотрим теперь другую ситуацию, возникающую в процессах наплавки или сварки. В этих процессах при расплавлении электрода в среде защитного газа аргона возникает струя жидкого металла, которая при опреде-

ленных условиях распадается на капли [20]. От режима переноса материала зависит качество сформированного покрытия, поэтому разработка способов управления этим процессом является важной задачей. В этой системе при взаимном течении газа и жидкости возникает неустойчивость Кельвина–Гельмгольца. На рис. 4, *а* приведены дисперсионные кривые, из которых видно, что они имеют два максимума. Первый максимум, согласно работе [13], является гидродинамическим, а второй обусловлен вязкостью (кривая 1). Приложение тангенциального поля напряженностью $3 \cdot 10^7$ В/м приводит к практически полному подавлению гидродинамического максимума (кривая 2), тогда как в нормальном поле этот эффект слабее (кривая 3). Как показывают резуль-

таты [19], смена знака влияния поперечного электрического поля на капиллярную неустойчивость связана с соотношением удельных электрических проводимостей $\sigma = \sigma_2/\sigma_1$ и диэлектрических проницаемостей сред $\varepsilon = \varepsilon_2/\varepsilon_1$. Если $\varepsilon > \sigma$, то мы имеем дело со стабилизирующим эффектом воздействия электрического поля, в противном случае ($\varepsilon < \sigma$) электрическое поле оказывает дестабилизирующее влияние [19]. В рассматриваемом случае (см. таблицу) для системы аргон–железо $\sigma \sim 0,00133$, а $\varepsilon \sim 0,0002$, что должно говорить о дестабилизирующем влиянии нормального поля. Но это не так (рис. 4, *а*). Такое расхождение с капиллярной неустойчивостью может быть объяснено тем, что в рассматриваемом случае значимой становится отно-

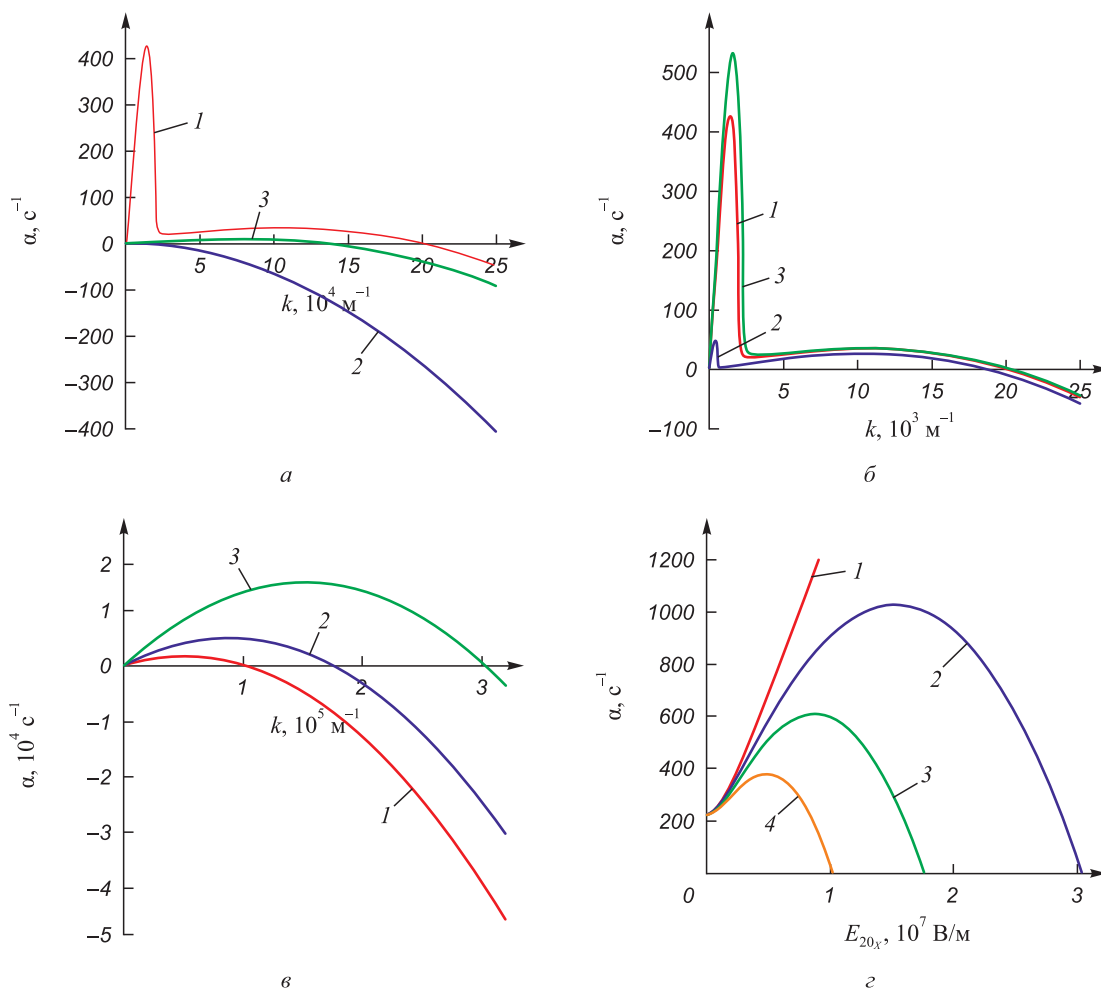


Рис. 4. Зависимости скорости роста возмущений поверхности раздела аргон–железо (*а–в*)

и нейтральные кривые (*г*) при совместном воздействии электрических полей (обозначения здесь и на рис. 5):

а: 1 – без воздействия поля; 2 – при $E_{20x} = 3 \cdot 10^7$ В/м и $E_{20z} = 0$ В/м; 3 – при $E_{20x} = 0$ В/м и $E_{20z} = 3 \cdot 10^7$ В/м;

б: 1 – 3 – угол наклона электрического поля $\pi/6$, $\pi/4$ и $\pi/3$ соответственно;

в: при $\sigma \geq 0,012$: 1 – без воздействия поля; 2 – при $E_{20z} = 3 \cdot 10^7$ В/м и $\sigma = 0,013$, $E_{20x} = 0$ В/м; 3 – при $E_{20z} = 3 \cdot 10^7$ В/м и $\sigma = 0,015$, $E_{20x} = 0$ В/м;

г: 1 – 4 – угол наклона электрического поля 0, $\pi/6$, $\pi/4$ и $\pi/3$ соответственно

Fig. 4. Dependences of the growth rate of disturbances of the argon–iron interface (*a–в*)

and neutral curves (*г*) under the combined action of electric fields (notation here and in Fig. 5):

a: 1 – without field action; 2 – at $E_{20x} = 3 \cdot 10^7$ V/m and $E_{20z} = 0$ V/m; 3 – at $E_{20x} = 0$ V/m and $E_{20z} = 3 \cdot 10^7$ V/m;

б: 1 – 3 – angle of inclination of the electric field $\pi/6$, $\pi/4$, and $\pi/3$, respectively;

в: at $\sigma \geq 0.012$: 1 – without field action; 2 – at $E_{20z} = 3 \cdot 10^7$ V/m and $\sigma = 0.013$, $E_{20x} = 0$ V/m; 3 – at $E_{20z} = 3 \cdot 10^7$ V/m and $\sigma = 0.015$, $E_{20x} = 0$ V/m;

г: 1 – 4 – angle of inclination of the electric field 0, $\pi/6$, $\pi/4$ and $\pi/3$, respectively

сительная скорость течения слоев, которая изменяет условие возникновения максимумов неустойчивости Кельвина–Гельмгольца [21]. Дальнейшее увеличение соотношения удельных электрических проводимостей σ до значения больше 0,012 приводит к восстановлению гидродинамического максимума и полному подавлению вязкостно-обусловленного, а при $\sigma \geq 0,015$ происходит смена знака эффекта со стабилизирующего на дестабилизирующий (рис. 4, б). Результаты изучения влияния наклонных электрических полей (рис. 4, в) показали, что данные поля усиливают неустойчивость Кельвина–Гельмгольца вне зависимости от значения соотношений σ и ϵ . При этом максимум скорости роста является вязкостно-обусловленным. При значениях напряженности поля $E_{20x} < 3 \cdot 10^7$ В/м наблюдается слабовыраженный гидродинамический максимум (рис. 4, з). Кривые нейтральной устойчивости показывают, что, как и в случае системы воздух–вода, наблюдается уменьшение области стабильности возмущений поверхности раздела (рис. 4, д).

Совместное воздействие акустических колебаний с амплитудой скорости 10 м/с и электрического поля напряженностью $3 \cdot 10^7$ В/м при $\sigma \sim 0,00133$, а $\epsilon \sim 0,0002$, наоборот, приводит к полному подавлению вязкостно-обусловленного максимума неустойчивости (рис. 5, а, кривая 1) и к резкому снижению максимальной скорости роста α_m возмущений гидродинамического происхождения. Приложение горизонтального электрического поля значительно ослабляет этот эффект (рис. 5, а, кривая 2), а в вертикальном поле этот эффект, наоборот, усиливается (рис. 5, а, кривая 3) несмотря на то, что, при $E_{20x} = 0$ и $E_{20z} = 3 \cdot 10^7$ В/м значение k_m больше, чем при $E_{20x} = 3 \cdot 10^7$ В/м и $E_{20z} = 0$. Смена знака эффекта на дестабилизирующий также происходит при $\sigma \geq 0,015$ (рис. 5, б). Приложение наклонного электрического поля, также как и в отсутствие звука, усиливает неустойчивость Кельвина–Гельмгольца, но α_m несколько меньше (рис. 5, в). Нейтральные кривые (рис. 5, з) показывают увеличение диапазона скоростей сред, в которых капиллярные силы и тангенциальные поля

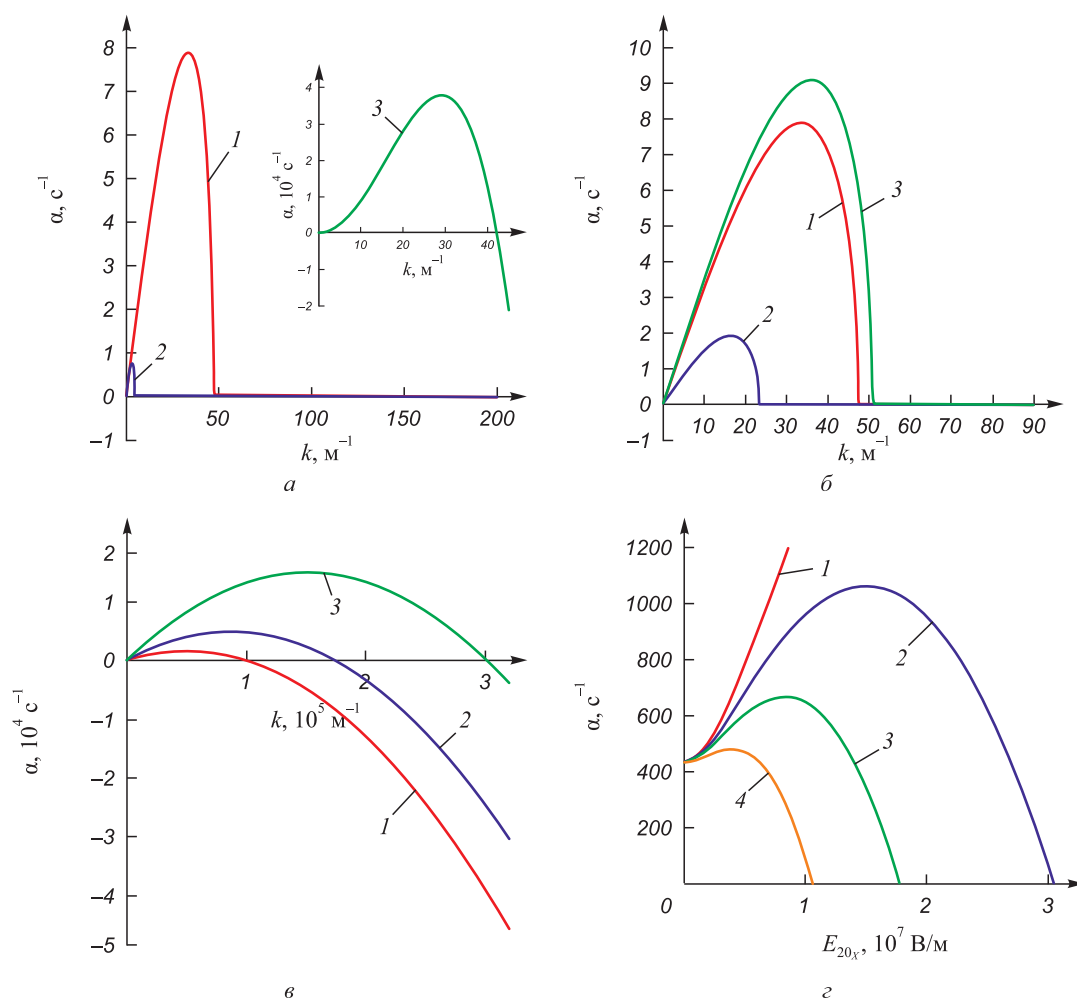


Рис. 5. Зависимости скорости роста возмущений поверхности раздела аргон–железо (а – в) и нейтральные кривые (з) при совместном воздействии электрических полей и акустических колебаний с амплитудой скорости 10 м/с

Fig. 5. Dependences of the growth rate of disturbances of the argon–iron interface (а – в) and neutral curves (з) under the combined action of electric fields and acoustic vibrations with a velocity amplitude of 10 m/s

подавляют неустойчивость Кельвина–Гельмгольца при воздействии акустического поля.

Выводы

Наклонные электрические поля способствуют усилению неустойчивости Кельвина–Гельмгольца на границах раздела проводящих сред вне зависимости от соотношения их плотностей, удельных электрических проводимостей и наличия звуковых полей.

Установлено, что совместное применение наклонных электрических полей и акустических колебаний в системе воздух–вода позволяет получать капли жидкости в диапазоне от 10 до 100 мкм даже при малых скоростях движения газа. Это открывает новые перспективы для разработки технологий ускоренного охлаждения проката, для достижения его высокой твердости и ударной вязкости.

Для системы аргон–железо показано, что вертикальное электрическое поле при значениях $\sigma \sim 10^{-3}$ и $\varepsilon \sim 10^{-4}$ приводит практически к подавлению гидродинамического максимума. Увеличение соотношения удельных электрических проводимостей σ до значения более 0,012, наоборот, приводит к восстановлению гидродинамического максимума и полному подавлению вязкостно-обусловленного. При $\sigma \geq 0,015$ происходит смена знака эффекта со стабилизирующего на дестабилизирующий вне зависимости от количества максимумов зависимости скорости роста от длины волны. При воздействии тангенциального электрического поля неустойчивость Кельвина–Гельмгольца полностью подавляется.

Совместное воздействие звуковых колебаний и нормального электрического поля приводит к полному подавлению вязкостно-обусловленного максимума неустойчивости и резкому снижению максимальной скорости роста возмущений гидродинамического происхождения, при этом в горизонтальном электрическом поле этот эффект проявляется значительно слабее.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Praturi D.S., Girimaji S.S. Mechanisms of canonical Kelvin–Helmholtz instability suppression in magnetohydrodynamic flows. *Physics of Fluids*. 2019;31(2):024108. <https://doi.org/10.1063/1.5083857>
2. Rahmani M., Seymour B.R., Lawrence G.A. The effect of Prandtl number on mixing in low Reynolds number Kelvin–Helmholtz billows. *Physics of Fluids*. 2016;28(5):054107. <https://doi.org/10.1063/1.4949267>
3. Panin V.E., Gromov V.E., Romanov D.A., Budovskikh E.A., Panin S.V. The physical basics of structure formation in electroexplosive coatings. *Doklady Physics*. 2017;62:67–70. <https://doi.org/10.1134/S1028335817020112>
4. Mishin V.V., Tomozov V.M. Kelvin–Helmholtz instability in the solar atmosphere, solar wind and geomagnetosphere. *Solar Physics*. 2016;291:3165–3184. <https://doi.org/10.1007/s11207-016-0891-4>
5. Petrarolo A., Kobald M., Schlechtriem S. Understanding Kelvin–Helmholtz instability in paraffin-based hybrid rocket fuels. *Experiments in Fluids*. 2018;59:62. <https://doi.org/10.1007/s00348-018-2516-1>
6. Григорьев А.И., Ширяев А.А., Ширяева С.О. Неустойчивость заряженной капли в неоднородном электростатическом поле стержня конечной толщины. *Известия РАН. Механика жидкости и газа*. 2018;(1):36–50. <https://doi.org/10.7868/S0568528118010048>
- Grigor'ev A.I., Shiryayev A.A., Shiryayeva S.O. Instability of a charged droplet in an inhomogeneous electrostatic field of a rod of finite thickness. *Fluid Dynamics*. 2018;53(1):34–48. <https://doi.org/10.1134/S0015462818010081>
7. Saraev Yu.N., Chinakhov D.A., Ilyashchenko D.I., Kiselev A.S., Gordynets A.S. Investigation of the stability of melting and electrode metal transfer in consumable electrode arc welding using power sources with different dynamic characteristics. *Welding International*. 2017;31(10):784–790. <https://doi.org/10.1080/09507116.2017.1343977>
8. Korovin V.M. Effect of tilted electrostatic field on the Kelvin–Helmholtz instability in a liquid dielectric and gas flow. *Technical Physics*. 2017;62:1316–321. <https://doi.org/10.1134/S1063784217090134>
9. Сарычев В.Д., Хаимзон Б.Б., Невский С.А., Ильященко А.В., Гришунин В.А. Математические модели механизмов ускоренного охлаждения проката. *Известия вузов. Черная металлургия*. 2018;61(4):326–332. <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2018-4-326-332>
- Sarychev V.D., Khaimzon B.B., Nevskii S.A., Il'yashchenko A.V., Grishunin V.A. Mathematical models of mechanisms for rolled products accelerated cooling. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2018;61(4):326–332. (In Russ.). <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2018-4-326-332>
10. Awasthi M.K., Asthana R., Agrawal G.S. Viscous correction for the viscous potential flow analysis of Kelvin–Helmholtz instability of cylindrical flow with heat and mass transfer. *International Journal of Heat and Mass Trans.* 2014;78:251–259. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.06.082>
11. Barreras F., Lozano A., Dopazo C. Linear instability analysis of the viscous longitudinal perturbation on an air-bladed liquid sheet. *Atomization and Sprays*. 2001;11(2):139–154. <https://doi.org/10.1615/ATOMIZSPR.V11.I2.30>
12. Logvinov O.A. Linear stability of stratified flow of two viscous fluids. *Moscow University Mechanics Bulletin*. 2022;77: 117–126. <https://doi.org/10.3103/S0027133022040021>
13. Sarychev V.D., Granovskii A.Yu., Gromov V.E. Model of formation of inner nanolayers in shear flows of material. *Technical Physics*. 2013;58(10):1544–157. <https://doi.org/10.1134/S1063784213100113>
14. Bychkov V. Analytical scalings for flame interaction with sound waves. *Physics of Fluids*. 1999;11(10):3168–3173. <https://doi.org/10.1063/1.870173>
15. Bilgili S., Ugarte O., Akkerman V. Interplay of Kelvin–Helmholtz instability with acoustics in a viscous potential flow. *Physics of Fluids*. 2020;32(8):084108. <https://doi.org/10.1063/5.0017448>
16. Awasthi M.K., Dutt N., Kumar A., Kumar S. Electrohydrodynamic capillary instability of Rivlin–Ericksen viscoelas-

- tic fluid film with mass and heat transfer. *Heat Transfer*. 2024;53(1):115–133. <https://doi.org/10.1002/hjt.22944>
17. Saville D.A. Electrohydrodynamic stability: effects of charge relaxation at the interface of a liquid jet. *Journal of Fluid Mechanics*. 1971;48(4):815–827. <https://doi.org/10.1017/S0022112071001873>
 18. Shkadov V.Ya., Shutov A.A. Stability of a surface-charged viscous jet in an electric field. *Fluid Dynamics*. 1998;33(2):176–185. <https://doi.org/10.1007/BF02698699>
 19. Awasthi M.K. Study on electrohydrodynamic capillary instability of viscoelastic fluids with radial electric field. *International Journal of Applied Mechanics*. 2014;6(4):1450037. <https://doi.org/10.1142/S1758825114500379>
 20. Zhao Y., Chung H. Numerical simulation of droplet transfer behavior in variable polarity gas metal arc welding. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2017;111:1129–1141. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.04.090>
 21. Невский С.А., Сарычев В.Д., Грановский А.Ю., Башенко Л.П., Громов В.Е. Формирование микро- и наноструктур при электровзрывном карбоборировании титановых сплавов по механизму гидродинамических неустойчивостей. *Фундаментальные проблемы современного материаловедения*. 2023;20(3):317–328. <https://doi.org/10.25712/ASTU.1811-1416.2023.03.004>
- Nevskii S.A., Sarychev V.D., Granovsky A.Yu., Bashchenko L.P., Gromov V.E. Formation of micro- and nano- in electroexplosive carboborization of titanium alloys by the mechanism hydrodynamic instabilities. *Fundamental'nye problemy sovremennogo materialovedeniya (Basic Problems of Material Science (BPMS))*. 2023;20(3):317–328. (In Russ.). <https://doi.org/10.25712/ASTU.1811-1416.2023.03.004>

Сведения об авторах

Information about the Authors

Сергей Андреевич Невский, д.т.н., доцент кафедры естественно-научных дисциплин им. профессора В.М. Финкеля, Сибирский государственный индустриальный университет
ORCID: 0000-0001-7032-9029
E-mail: nevskiy_sa@physics.sibsiu.ru

Людмила Петровна Башенко, к.т.н., доцент кафедры теплоэнергетики и экологии, Сибирский государственный индустриальный университет
ORCID: 0000-0003-1878-909X
E-mail: luda.baschenko@gmail.com

Владимир Дмитриевич Сарычев, к.т.н., доцент кафедры естественнонаучных дисциплин им. профессора В.М. Финкеля, Сибирский государственный индустриальный университет
ORCID: 0000-0002-4861-0778
E-mail: sarychev_vd@mail.ru

Алексей Юрьевич Грановский, к.т.н., старший научный сотрудник Управления научных исследований, Сибирский государственный индустриальный университет
ORCID: 0009-0006-4583-8431
E-mail: legatokun@gmail.com

Диана Витальевна Шамсутдинова, студент Института педагогического образования, Сибирский государственный индустриальный университет
E-mail: dianas1009hamsutdinova@gmail.com

Sergei A. Nevskii, Dr. Sci. (Eng.), Assist. Prof. of the Chair of Science named after V.M. Finkel', Siberian State Industrial University
ORCID: 0000-0001-7032-9029
E-mail: nevskiy_sa@physics.sibsiu.ru

Lyudmila P. Bashchenko, Cand. Sci. (Eng.), Assist. Prof. of the Chair "Thermal Power and Ecology", Siberian State Industrial University
ORCID: 0000-0003-1878-909X
E-mail: luda.baschenko@gmail.com

Vladimir D. Sarychev, Cand. Sci. (Eng.), Assist. Prof. of the Chair of Sciences named after V.M. Finkel', Siberian State Industrial University
ORCID: 0000-0002-4861-0778
E-mail: sarychev_vd@mail.ru

Aleksei Yu. Granovskii, Cand. Sci. (Eng.), Senior Researcher of the Department of Scientific Research, Siberian State Industrial University
ORCID: 0009-0006-4583-8431
E-mail: legatokun@gmail.com

Diana V. Shamsutdinova, Student of Institute of Pedagogical Education, Siberian State Industrial University
E-mail: dianas1009hamsutdinova@gmail.com

Вклад авторов

Contribution of the Authors

С. А. Невский – постановка задачи, получение и анализ дисперсионного уравнения, обсуждение и верификация результатов моделирования.

Л. П. Башенко – проведение расчетов, обсуждение результатов, оформление статьи.

В. Д. Сарычев – идея работы, анализ и обсуждение результатов исследования, верификация результатов моделирования.

А. Ю. Грановский – анализ и обсуждение результатов исследования, верификация результатов моделирования.

Д. В. Шамсутдинова – обсуждение результатов, анализ литературных источников по неустойчивости Кельвина–Гельмгольца.

S. A. Nevskii – problem statement, obtaining and analyzing the dispersion equation, discussion and verification of modeling results.

L. P. Baschenko – calculations, discussion of results, design of the article.

V. D. Sarychev – formulation of the work idea, analysis and discussion of research results, verification of modeling results.

A. Yu. Granovskii – analysis and discussion of research results, verification.

D. V. Shamsutdinova – discussion of results, analysis of literary sources on the Kelvin–Helmholtz instability.

Поступила в редакцию 09.04.2024
 После доработки 09.06.2024
 Принята к публикации 17.12.2024

Received 09.04.2024
 Revised 09.06.2024
 Accepted 17.12.2024