

*Оригинальная статья*

УДК 621.74.045

DOI 10.17073/0368-0797-2022-10-740-747

<https://fermet.misis.ru/jour/article/view/2418>

МОРФОЛОГИЧЕСКОЕ СТРОЕНИЕ ОБОЛОЧКОВОЙ ФОРМЫ ПО ВЫПЛАВЛЯЕМЫМ МОДЕЛЯМ

В. И. Одинокое, А. И. Евстигнеев, Э. А. Дмитриев,
Д. В. Чернышова, А. А. Евстигнеева

Комсомольский-на-Амуре государственный университет (Россия, 681013, Хабаровский край, Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27)

Аннотация. На напряженное состояние (НС) многослойных оболочковых форм (ОФ) большое влияние оказывают ее морфологическое строение, его варианты и связи между контактирующими слоями. Целью настоящей работы является установление влияния скольжения без трения слоев относительно соседнего контактирующего слоя на НС многослойной оболочковой формы. Моделируется процесс определения напряженно-деформированного состояния (НДС) в оболочковой форме при заливке ее сталью, в которой имеется поверхность между слоями. В ней осуществляется полное скольжение одного слоя ОФ относительно примыкающего к нему соседнего слоя. Ставится задача найти геометрическое местоположение рассматриваемой поверхности по толщине ОФ из условия сформулированной целевой функции с соответствующей системой ограничений. Построение математической модели основывается на уравнениях линейной теории упругости, теплопроводности, решение которых осуществляется апробированным численным методом. В осесимметричной постановке рассматривается сложная трехкомпонентная система: жидкий металл, твердый металл, керамическая оболочковая форма. Твердый металл и оболочковая форма считаются изотропными. Трещиностойкость оболочковой формы оценивается по возникающим в ней напряжениям. На контакте с опорным наполнителем (ОН) возможен его отход от поверхности ОФ в процессе охлаждения жидкого металла. В этом случае решается контактная задача (переназначение граничных условий). Составлен алгоритм решения задачи. Результаты численного моделирования отображены графически в виде эпюр. Проведен подробный анализ полученных результатов. Показана несостоятельность изготовления такой многослойной формы. Результаты исследований могут быть полезны при расчетах других функциональных многослойных оболочковых систем.

Ключевые слова: литье по выплавляемым моделям, оболочковая форма, напряженное состояние, моделирование, трещинообразование, контактирующие слои

Для цитирования: Одинокое В.И., Евстигнеев А.И., Дмитриев Э.А., Чернышова Д.В., Евстигнеева А.А. Морфологическое строение оболочковой формы по выплавляемым моделям // Известия вузов. Черная металлургия. 2022. Т. 65. № 10. С. 740–747.
<https://doi.org/10.17073/0368-0797-2022-10-740-747>

Original article

MORPHOLOGICAL STRUCTURE OF SHELL MOLD IN INVESTMENT CASTING

V. I. Odinokov, A. I. Evstigneev, E. A. Dmitriev,
D. V. Chernyshova, A. A. Evstigneeva

Komsomolsk-on-Amur State University (27 Lenina Ave., Komsomolsk-on-Amur, Khabarovsk Territory 681013, Russian Federation)

Abstract. The stress state (SS) of multilayer shell mould (SM) is significantly influenced by its morphological structure, its variants, and the connections between the contacting layers. The purpose of this work is to establish the effect of sliding without friction of one of the layers of SS relative to the neighboring contacting layer on SS of the multilayer SM. The process of determining the stress-strain state (SSS) in the SM is modeled when it is filled with steel, in which there is a surface between the layers, where one layer of the SM is completely sliding relative to the adjacent neighboring layer. The task is to find the geometric location of a given surface by thickness of SM from the condition of the formulated objective function with the corresponding system of constraints. The construction of the mathematical model is based on equations of the linear theory of elasticity, the equations of thermal conductivity, solution of which is carried out by a proven numerical method. In the axisymmetric formulation, a complex three-component system is considered: liquid metal, solid metal, ceramic SM. Solid metal and SM are considered to be isotropic. Crack resistance of the SM is estimated by the stresses arising in it. On contact with the support filler (SF), it is possible to move the SM surface from the SF during the liquid metal cooling. In this case, the contact problem is solved – reassignment of the boundary conditions. An algorithm for solving the problem is compiled. The results

of numerical modeling are displayed graphically in the form of plots. A detailed analysis of the obtained results was carried out. The inconsistency of manufacturing such a multilayer mould is shown. The results of the research can be useful in calculations of other functional multilayer shell systems.

Keywords: investment casting, shell mould, stress state, modeling, cracking, contacting layers

For citation: Odinokov V.I., Evstigneev A.I., Dmitriev E.A., Chernyshova D.V., Evstigneeva A.A. Morphological structure of shell mould in investment casting. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2022, vol. 65, no. 10, pp. 740–747. (In Russ.). <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2022-10-740-747>

ВВЕДЕНИЕ

В работах [1–3] детально исследовали оболочковую форму (ОФ), состоящую из нескольких слоев, пограничные поверхности которых могут скользить друг относительно друга при ее заливке жидким металлом. Проведенный теоретический анализ показал, что отсутствие трения между слоями ведет к ее разрушению, а наличие небольшого трения положительно влияет на ее трещиностойкость. При этом очень сложно выполнить многослойную ОФ с заданным трением между слоями.

В настоящей работе, по аналогии с работой [4], проводится теоретическое исследование стойкости оболочковой формы при ее заливке сталью, когда какой-то из слоев скользит без трения относительно соседнего слоя. Имеется положительный эффект (увеличение стойкости ОФ к разрушению), если внутри ОФ есть поверхность, по которой трение, препятствующее перемещению одной части формы относительно другой, равно нулю.

Проведены теоретические и экспериментальные исследования напряженно-деформированного состояния оболочечных конструкций с различными структурами [5–10] и из разных функциональных материалов [9–13], условий нагружения [8, 14–18] и форм оболочек [19–22].

В работе [3] предложена технология изготовления многослойной оболочковой формы со слоистой структурой, в которой внутренние слои могут скользить друг относительно друга без трения. Другой подход – скольжение слоев друг относительно друга с наличием трения.

Постановка задачи будет соответствовать постановке, представленной в работе [1]. Именно этот вопрос рассматривается в настоящей работе.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается осесимметричное тело вращения (рис. 1, а, где *I* – жидкий металл; *II* – затвердевший металл; *III* – многослойная оболочковая форма; *T* – толщина оболочковой формы; *H* – высота цилиндрической части стояка; *R*₁ – радиус сферической части стояка; *P*₁ – гидростатическое давление жидкого металла), внутри которого имеется поверхность $x_1 = x_1^*$, где касательные напряжения $\sigma_{12}|_{x_1^*} = 0$. Требуется найти местоположение рассматриваемой поверхности, то есть ко-

ординату x_1^* , при которой нормальные растягивающие напряжения, возникающие при заливке стали ОФ, были бы минимальными. Как показано в работах [1, 2], такими напряжениями являются σ_{22} .

Целевая функция *F* будет иметь следующий вид:

$$F = \min \sigma_{22}(x_1^*) \max \sigma_{22}(\tau, Q) \quad \text{при } 0 < x_1^* < T; \quad 0 < \tau < 50 \text{ с}, \quad (1)$$

где *Q* – исследуемая область; τ – время охлаждения; *T* – толщина ОФ.

Целевая функция (1) связана непосредственно с решением уравнений теории упругости и теплопроводности по области *Q* при наличии начальных и граничных условий.

Рассмотрим осесимметричное тело вращения. На рис. 1, а представлена расчетная схема в меридиальном сечении с учетом осевой симметрии, трехкомпонентная система (рис. 1, б). Деформируемый материал (затвердевший металл, форма) считается изотропным. Используя теорию малых упругопластических деформаций, уравнение теплопроводности и эйлерову систему координат, запишем для каждой области систему уравнений:

– для области *I*:

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma = -P_1; \quad P_1 = \gamma h; \quad \dot{\theta} = \bar{\alpha}_1 \Delta \theta; \quad (2)$$

– для областей *II*, *III*:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij,j} &= 0; \quad \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} = G_p^t \varepsilon_{ij}^*; \quad \varepsilon_{ij}^* = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon \delta_{ij}; \\ \varepsilon &= \varepsilon_{ii}; \quad \varepsilon_{ii} = 3k_p \sigma + 3\alpha_p (\theta_n - \theta_p^*); \\ \varepsilon_{ij} &= 0,5 (U_{i,j} + U_{j,i}); \\ \dot{\theta} &= \bar{\alpha}_2 \Delta \theta; \quad p = 2, 3, \end{aligned} \quad (3)$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений; U_i – перемещения; ε_{ij} – компоненты тензора упругих деформаций; σ – гидростатическое напряжение; G_p^t – модуль сдвига закристаллизовавшегося металла ($p = 2$) и оболочковой формы в слое t ($p = 3$); δ_{ij} – символ Кронекера; k_p – коэффициент объемного сжатия; α_p – коэффициент линейного расширения в области $p = 2, 3$; $\bar{\alpha}_p$ – температуропроводность в области $p = 1, 2, 3$; γ – плотность

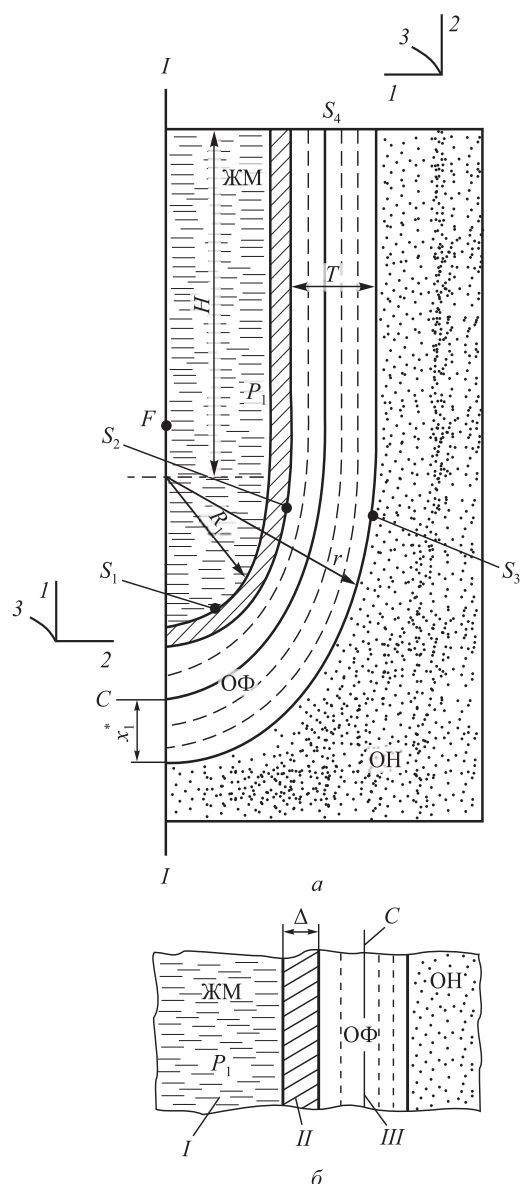


Рис. 1. Расчетная схема системы жидкий металл (ЖМ) – твердый металл (ТМ) – оболочковая форма (ОФ) – опорный наполнитель (ОН) с указанием поверхностей к граничным условиям задачи: а – меридианное сечение; б – схема моделирования областей системы ЖМ – ТМ – ОФ – ОН; S_1 – поверхность контакта жидкого и затвердевшего металла; S_2 – внутренняя поверхность контакта затвердевшего металла и оболочковой формы; S_3 – внешняя поверхность оболочковой формы; S_4 – свободная поверхность торца литниковой чаши оболочковой формы; I – ось симметрии; I – 3 – оси координат; T – толщина оболочковой формы; H – высота цилиндрической части стояка оболочковой формы; R_1 – радиус сферической части стояка (зупмфа); r – расстояние от оси симметрии до внешней поверхности ОФ

Fig. 1. Design scheme of the system liquid metal (LM) – solid metal – shell mold (SM) – support filler (SF) indicating the surfaces to the problem boundary conditions:

a – meridian cross-section; b – modeling scheme of the areas of the LM – SM – solid metal – SF system; S_1 – contact surface of liquid and solidified metal; S_2 – inner surface of the contact of the solidified metal and SM; S_3 – SM outer surface; S_4 – free surface of the end face of SM gating bowl; I – I – axis of symmetry; I – 3 – coordinate axes; T – SM thickness; H – height of cylindrical part of the shell-shaped riser; R_1 – radius of spherical part of the riser (well); r – distance from the axis of symmetry to SM outer surface

разливаемого металла; θ_n – текущая температура; θ_p^* – начальная температура в области p .

В системе уравнений (3) используется суммирование по повторяющимся индексам.

Примем, что внутренняя поверхность $x_1 = x_1^*$ не влияет на тепловое поле внутри ОФ. В процессе охлаждения металл кристаллизуется. Величина закристаллизовавшейся корочки Δ_n на временном шаге $\Delta\tau_n$ определяется из уравнения межфазового перехода [4]:

$$\Delta_n = C\sqrt{\tau}; C = \sqrt{\frac{2\Delta\theta_1\lambda_1}{\rho L}}; \quad (4)$$

здесь $\Delta\theta_1$ – перепад температур в твердой фазе вблизи фронта кристаллизации; L – скрытая теплота плавления; ρ – плотность; λ_1 – коэффициент теплопроводности в твердой фазе.

Начальные условия задачи: $\Delta|_{\tau=0} = 0$ – отсутствие твердой фазы металла (D – толщина затвердевшего металла); $\theta_I|_{\tau=0} = \theta_0$ – температура разливаемого жидкого металла; $\theta_{III}|_{\tau=0} = \theta_3^*$.

Граничные условия задачи (рис. 1, а):

– на оси симметрии $U_2 = 0$; $\sigma_{21} = 0$; $q_n = 0$;

– на поверхности S_i ($i = 2 \div 4$)

$$\sigma_{11}|_{S_1} = -P_1; \sigma_{12}|_{S_1} = 0; \sigma_{21}|_{S_4} = 0; \sigma_{22}|_{S_4} = 0;$$

$$\sigma_{12}|_{S_3} = -\psi\tau_s \frac{U_{\text{ск}}}{U^*} \cos(n, x_1); \quad (5)$$

$$\theta_F = \theta_0; \theta|_{S_3} = 20^\circ\text{C};$$

– на границе поверхности $x_1 = x_1^*$

$$\sigma_{12}|_{x_1=x_1^*} = 0,$$

где ψ^* – коэффициент трения на поверхности контакта между ОФ и ОН; $U_{\text{ск}}$ – скольжение ОФ относительно опорного наполнителя (ОН) вдоль координаты x_2 ; U^* – нормирующая величина.

При этом решается контактная задача: на поверхности S_3 (рис. 1, а) примем условие

$$\begin{aligned} \text{если } \sigma_{11}|_{S_3^k} > 0 &\Rightarrow \sigma_{11}|_{S_3^k} = 0; \\ \text{если } U_{11}|_{S_3^k} < 0 &\Rightarrow U_{11}|_{S_3^k} = 0; \end{aligned} \quad (6)$$

где k – номер грани элемента на контактной поверхности.

Решение уравнений (2), (3) при начальных и граничных условиях осуществлялось численным методом [23], по численным схемам и программам [24].

Процесс оптимизации целевой функции (1) осуществляется по следующему алгоритму.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

1. Исследуемая область разбивается ортогональными семействами поверхностей на конечное число ортогональных элементов.

2. Вычисляются длины дуг элементов в соответствии с методикой, описанной в работе [23].

3. Время охлаждения ОФ τ^* разбивается на конечное число шагов $\tau^* = \sum \Delta\tau_n$.

4. Задается число n^* возможных вариантов нахождения поверхности $x_1 = (x_1^*)_k$ в толщине ОФ ($k = 1$). Это число коррелируется с разбивкой ОФ на элементы по толщине T .

5. Задаются начальные условия задачи и граничные условия по элементам, образующим рассматриваемую область.

6. Определяется поле температур на временном шаге $\Delta\tau_n$ численным решением уравнения теплопроводности по методике и алгоритму [23] при наличии начальных и граничных условий на рассматриваемом временном шаге.

7. Если температуры в области I (рис. 1, а) у поверхности S_2 $\theta|_{S_2} \leq \theta_k$ (где θ_k – температура кристаллизации стали), то вычисляется толщина закристаллизовавшейся корочки Δ_n по формуле (4).

8. При найденном поле температур численно решается система уравнений (2), (3) с учетом разностных

аналогов и методики [3], а также начальных и граничных условий (5).

9. Определяется поле напряжений σ_{ij} ($ij = 1, 2, 3$) и перемещений U_i ($i = 1, 2$) в соответствии с указанными выше методами. Отыскивается и запоминается максимальное напряжение σ_{22} ($\max \sigma_{22} = \sigma_{22}^*$).

10. Проводится оценка выполнения условий (6): если условия (6) по поверхности S_3 не выполняются, то следует переназначение граничных условий и выполняется переход к пункту 9; если нет изменений граничных условий – следует операция 11.

11. Проводится шаг по времени и выполняется операция 6, если $(\sigma_{22}^*)_n > (\sigma_{22}^*)_{n-1}$, или операция 12, если $(\sigma_{22}^*)_n < (\sigma_{22}^*)_{n-1}$.

12. Принимается $k = k + 1$. Если $k \leq n^*$ – выполняется операция 6, если $k > n^*$ – операция 13.

13. Выбирается решение с параметром $k = k_1$, $(x_1)_{k_1} = (x_1^*)_{k_1}$, соответствующее наименьшему значению целевой функции (1).

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Геометрические параметры: $T = 10$ мм; $H = 40$ мм; $R_1 = 20$ мм. Временные интервалы $\Delta\tau_n$, с: 0,01; 0,02; 0,03; 0,04; 0,05; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 2; 5; 10; 8; 3; 3; 5; 10; 15; 20.

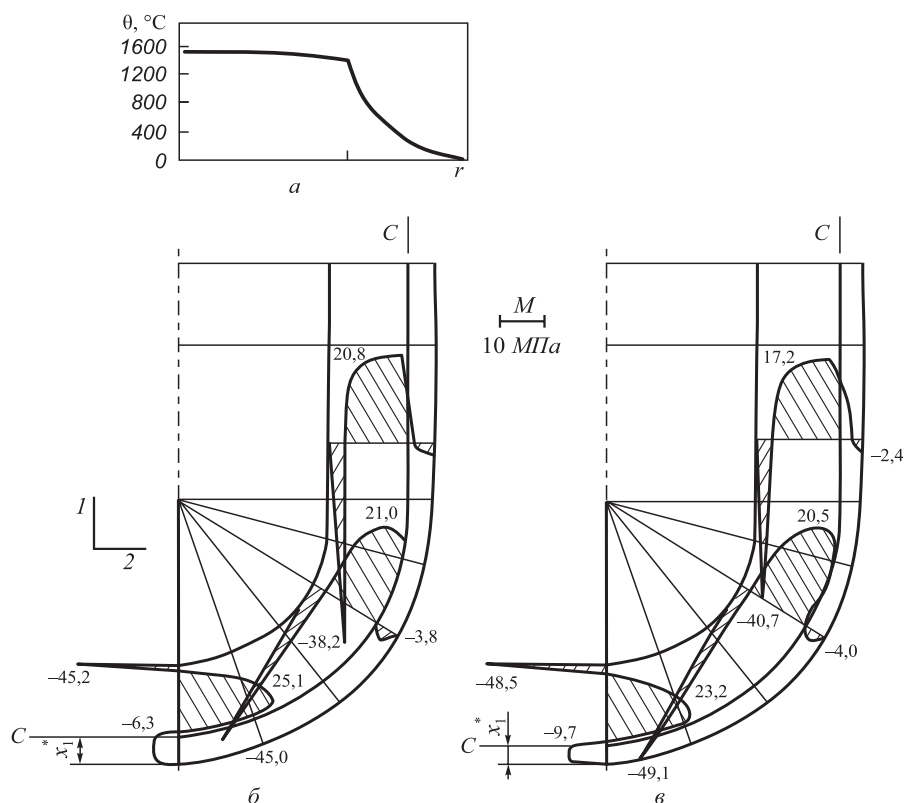


Рис. 2. Изменение температуры (а) и поля напряжений σ_{22} (б, в) при $n_k = 2$, $\tau = 18,3$ с

Fig. 2. Change in temperature (a) and voltage field σ_{22} (б, в) at $n_k = 2$, $\tau = 18,3$ s



Fig. 3. Change in temperature (a) and voltage field σ_{yy} (b, c) at $n_k = 4$, $\tau = 18,3$ s

Приняты следующие физические параметры разливаемой стали при $\theta \geq 1000^\circ\text{C}$ ($\theta_{\text{ж}} = 1500^\circ\text{C}$):

$$\lambda = 0,0298 \text{ B}_T/(\text{MM} \cdot ^\circ\text{C});$$

$$C = 444 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{°C)}; \gamma = 7,8 \cdot 10^{-6} \text{ кг/мм}^3;$$

$$\theta_k = 1450\text{ }^{\circ}\text{C}.$$

Физические свойства формы:

$$\lambda = 0,000812 \text{ Вт/(мм} \cdot ^\circ\text{C)}; C = 840 \text{ Дж/(кг} \cdot ^\circ\text{C)}; \quad (8)$$

$$\gamma = 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ КГ/ММ}^3.$$

Решение целевой функции

$$F = 23,2 \text{ МПа}; n_k = 1 \text{ (поверхность C);}$$

$$\tau = 18,3 \text{ c.} \quad (9)$$

Эпюры σ_{22} по найденному решению (9) приведены на рис. 2, в. Для более глубокого осмысления харак-

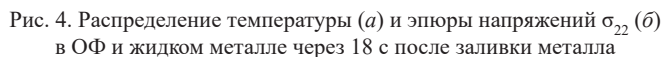


Fig. 4. Temperature distribution (a) and stress diagrams $\sigma_{22}(\delta)$ in SM and liquid metal 18 s after metal pouring

тера эпюры σ_{22} приводятся по сечению ОФ при $n_k = 2$ (рис. 2, б), $n_k = 3$ (рис. 3, в), $n_k = 4$ (рис. 3, б). Прослеживается четкая картина. Поверхностью C оболочковая форма разделяется на две части. Каждая часть ОФ имеет слои более теплые (горячие) и менее теплые. Горячие слои, расширяясь, испытывают сжимающие напряжения σ_{22} , холодные, препятствующие расширению горячих слоев, испытывают растягивающие напряжения σ_{22} . Наименьший градиент температур будет при $n_k = 1$. Это и есть результат (9). На поверхности C наблюдаем скачок напряжения σ_{22} по координате x_1 . Полученное морфологическое строение ОФ значительно уступает по трещиностойкости морфологической ОФ, полученной в работе [4], где второй слой со стороны наружной поверхности многослойной ОФ изготовлен из кварцевого песка с низким коэффициентом линейного расширения. При составлении программ использовался программный комплекс «Одиссей» [24].

На рис. 4 приведены распределение температуры (а) и эпюры напряжений σ_{22} (б) (штриховые линии) через 18 с после заливки. Для сравнения сплошными линиями показаны эпюры σ_{22} ОФ, имеющей физические свойства (8) по всем слоям.

Из результатов проведенных теоретических исследований следует, что изготовление ОФ с морфологическим строением, предложенным в патенте [3], нецелесообразно.

Выводы

Отсутствие трения между внутренними слоями оболочковой формы ведет к образованию в ней сквозных трещин и гарантированному ее разрушению в процессе охлаждения стальной отливки. С увеличением трения между внутренними слоями оболочковая форма более устойчива к трещинообразованию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

REFERENCES

1. Одинок В.И., Евстигнеев А.И., Дмитриев Э.А., Чернышова Д.В., Евстигнеева А.А. Влияние внутреннего фактора на трещиностойкость оболочковой формы по выплавляемым моделям // Известия вузов. Черная металлургия. 2022. Т. 65. № 2. С. 137–144. <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2022-2-137-144>
2. Одинок В.И., Евстигнеев А.И., Дмитриев Э.А., Чернышова Д.В., Евстигнеева А.А. Влияние опорного наполнителя и структуры оболочковой формы на ее трещиностойкость // Известия вузов. Черная металлургия. 2022. Т. 65. № 4. С. 285–293. <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2022-4-285-293>
3. Репях С.И. Технологические основы литья по выплавляемым моделям. Днепропетровск: Лира, 2006. 1056 с.
4. Одинок В.И., Дмитриев Э.А., Евстигнеев А.И., Свиридов А.В., Иванкова Е.П. Моделирование и оптимизация выбора свойств материалов и морфологического строения структуры оболочковых форм по выплавляемым моделям // Известия вузов. Черная металлургия. 2020. Т. 63. № 9. С. 742–754. <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2020-9-742-754>
5. Kulikov G.M. Influence of anisotropy on the stress state of multilayer reinforced shells // Soviet Applied Mechanics. 1987. Vol. 22. No. 12. P. 1166–1170. <https://doi.org/10.1007/BF01375815>
6. Zveryaev E.M., Berlinov M.V., Berlinova M.N. The integral method of definition of basic tension condition anisotropic shell // International Journal of Applied Engineering Research. 2016. Vol. 11. No. 8. P. 5811–5816.
7. Maximyuk V.A., Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S. Stress state of flexible composite shells with reinforced holes // International Applied Mechanics. 2014. Vol. 50. No. 5. P. 558–565. <https://doi.org/10.1007/s10778-014-0654-6>
8. Vetrov O.S., Shevchenko V.P. Study of the stress-strain state of orthotropic shells under the action of dynamical impulse loads // Journal of Mathematical Sciences. 2012. Vol. 183. No. 2. P. 231–240. <https://doi.org/10.1007/s10958-012-0809-0>
9. Vasilenko A.T., Urusova G.P. The stress state of anisotropic conic shells with thickness varying in two directions // International Applied Mechanics. 2000. Vol. 35. No. 5. P. 631–638. <https://doi.org/10.1007/BF02682077>
10. Tovstik P.E., Tovstik T.P. Two-dimensional linear model of elastic shell accounting for general anisotropy of material // Acta Mechanica. 2014. Vol. 225. No. 3. P. 647–661. <https://doi.org/10.1007/s00707-013-0986-z>
1. Odinokov V.I., Evstigneev A.I., Dmitriev E.A., Chernyshova D.V., Evstigneeva A.A. Influence of internal factor on crack resistance of shell mold by investment models. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2022, vol. 65, no. 2, pp. 137–144. (In Russ.). <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2022-2-137-144>
2. Odinokov V.I., Evstigneev A.I., Dmitriev E.A., Chernyshova D.V., Evstigneeva A.A. Influence of support filler and structure of shell mold on its crack resistance. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2022, vol. 65, no. 4, pp. 285–293. (In Russ.). <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2022-4-285-293>
3. Repyakh S.I. *Technological Basics of Casting by Investment Models*. Dnepropetrovsk: Lira, 2006, 1056 p. (In Russ.).
4. Odinokov V.I., Dmitriev E.A., Evstigneev A.I., Sviridov A.V., Ivankova E.P. Choice of materials properties and structure of shell molds by investment models. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2020, vol. 63, no. 9, pp. 742–754. (In Russ.). <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2020-9-742-754>
5. Kulikov G.M. Influence of anisotropy on the stress state of multilayer reinforced shells. *Soviet Applied Mechanics*. 1987, vol. 22, no. 12, pp. 1166–1170. <https://doi.org/10.1007/BF01375815>
6. Zveryaev E.M., Berlinov M.V., Berlinova M.N. The integral method of definition of basic tension condition anisotropic shell. *International Journal of Applied Engineering Research*. 2016, vol. 11, no. 8, pp. 5811–5816.
7. Maximyuk V.A., Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S. Stress state of flexible composite shells with reinforced holes. *International Applied Mechanics*. 2014, vol. 50, no. 5, pp. 558–565. <https://doi.org/10.1007/s10778-014-0654-6>
8. Vetrov O.S., Shevchenko V.P. Study of the stress-strain state of orthotropic shells under the action of dynamical impulse loads. *Journal of Mathematical Sciences*. 2012, vol. 183, no. 2, pp. 231–240. <https://doi.org/10.1007/s10958-012-0809-0>
9. Vasilenko A.T., Urusova G.P. The stress state of anisotropic conic shells with thickness varying in two directions. *International Applied Mechanics*. 2000, vol. 35, no. 5, pp. 631–638. <https://doi.org/10.1007/BF02682077>
10. Tovstik P.E., Tovstik T.P. Two-dimensional linear model of elastic shell accounting for general anisotropy of material. *Acta Mechanica*. 2014, vol. 225, no. 3, pp. 647–661. <https://doi.org/10.1007/s00707-013-0986-z>

11. Grigorenko Ya.M., Vasilenko A.T., Pankratova N.D. Stress state and deformability of composite shells in the three-dimensional statement // *Mechanics of Composite Materials*. 1985. Vol. 20. No. 4. P. 468–474. <https://doi.org/10.1007/BF00609648>
12. Vasilenko A.T., Sudavtsova G.K. The stress state of stiffened shallow orthotropic shells // *International Applied Mechanics*. 2001. Vol. 37. No. 2. P. 251–262. <https://doi.org/10.1023/A:1011393724113>
13. Nemish Yu.N., Zirka A.I., Chernopiskii D.I. Theoretical and experimental investigations of the stress-strain state of nonthin cylindrical shells with rectangular holes // *International Applied Mechanics*. 2000. Vol. 36. No. 12. P. 1620–1625.
14. Rogacheva N.N. The effect of surface stresses on the stress-strain state of shells // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 2016. Vol. 80. No. 2. P. 173–181. <https://doi.org/10.1016/j.jappmathmech.2016.06.011>
15. Banichuk N.V., Ivanova S.Yu., Makeev E.V. On the stress state of shells penetrating into a deformable solid // *Mechanics of Solids*. 2015. Vol. 50. No. 6. P. 698–703. <https://doi.org/10.3103/S0025654415060102>
16. Krasovsky V.L., Lykhachova O.V., Bessmertnyi Ya.O. Deformation and stability of thin-walled shallow shells in the case of periodically non-uniform stress-strain state. In: *Proceedings of the 11th Int. Conf. "Shell Structures: Theory and Applications"*. 2018. Vol. 4. P. 251–254. <https://doi.org/10.1201/9781315166605-55>
17. Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S., Kharenko S.B. Elastoplastic deformation of conical shells with two circular holes // *International Applied Mechanics*. 2012. Vol. 48. No. 3. P. 343–348. <https://doi.org/10.1007/s10778-012-0525-y>
18. Ivanov V.N., Imomnazarov T.S., Farhan I.T.F., Tiekolo D. Analysis of stress-strain state of multi-wave shell on parabolic trapezoidal plan // *Advanced Structured Materials*. 2020. Vol. 113. P. 257–262. https://doi.org/10.1007/978-3-030-20801-1_19
19. Gerasimenko P.V., Khodakovskiy V.A. Numerical algorithm for investigating the stress-strain state of cylindrical shells of railway tanks // *Vestnik of the St. Petersburg University. Mathematics*. 2019. Vol. 52. No. 2. P. 207–213. <https://doi.org/10.1134/S1063454119020067>
20. Meish V.F., Maiborodina N.V. Stress state of discretely stiffened ellipsoidal shells under a nonstationary normal load // *International Applied Mechanics*. 2018. Vol. 54. No. 6. P. 675–686. <https://doi.org/10.1007/s10778-018-0922-y>
21. Marchuk A.V., Gnidash S.V. Analysis of the effect of local loads on thick-walled cylindrical shells with different boundary conditions // *International Applied Mechanics*. 2016. Vol. 52. No. 4. P. 368–377. <https://doi.org/10.1007/s10778-016-0761-7>
22. Grigorenko Ya.M., Grigorenko A.Ya., Zakhariichenko L.I. Analysis of influence of the geometrical parameters of elliptic cylindrical shells with variable thickness on their stress-strain state // *International Applied Mechanics*. 2018. Vol. 54. No. 2. P. 155–162. <https://doi.org/10.1007/s10778-018-0867-1>
23. Математическое моделирование сложных технологических процессов / В.И. Одинокое, Б.Г. Каплунов, А.В. Песков, А.В. Баков. М.: Наука, 2008, 176 с.
24. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2012661389. ОДИССЕЙ // Одинокое В.И., Прокудин А.Н., Сергеева А.М., Севастьянов Г.М. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 13.12.2012.
11. Grigorenko Ya.M., Vasilenko A.T., Pankratova N.D. Stress state and deformability of composite shells in the three-dimensional statement. *Mechanics of Composite Materials*. 1985, vol. 20, no. 4, pp. 468–474. <https://doi.org/10.1007/BF00609648>
12. Vasilenko A.T., Sudavtsova G.K. The stress state of stiffened shallow ortho-tropic shells. *International Applied Mechanics*. 2001, vol. 37, no. 2, pp. 251–262. <https://doi.org/10.1023/A:1011393724113>
13. Nemish Yu.N., Zirka A.I., Chernopiskii D.I. Theoretical and experimental investigations of the stress-strain state of nonthin cylindrical shells with rectangular holes. *International Applied Mechanics*. 2000, vol. 36, no. 12, pp. 1620–1625.
14. Rogacheva N.N. The effect of surface stresses on the stress-strain state of shells. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 2016, vol. 80, no. 2, pp. 173–181. <https://doi.org/10.1016/j.jappmathmech.2016.06.011>
15. Banichuk N.V., Ivanova S.Yu., Makeev E.V. On the stress state of shells penetrating into a deformable solid. *Mechanics of Solids*. 2015, vol. 50, no. 6, pp. 698–703. <https://doi.org/10.3103/S0025654415060102>
16. Krasovsky V.L., Lykhachova O.V., Bessmertnyi Ya.O. Deformation and stability of thin-walled shallow shells in the case of periodically non-uniform stress-strain state. In: *Proceedings of the 11th Int. Conf. "Shell Structures: Theory and Applications"*. 2018, vol. 4, pp. 251–254. <https://doi.org/10.1201/9781315166605-55>
17. Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S., Kharenko S.B. Elastoplastic deformation of conical shells with two circular holes. *International Applied Mechanics*. 2012, vol. 48, no. 3, pp. 343–348. <https://doi.org/10.1007/s10778-012-0525-y>
18. Ivanov V.N., Imomnazarov T.S., Farhan I.T.F., Tiekolo D. Analysis of stress-strain state of multi-wave shell on parabolic trapezoidal plan. *Advanced Structured Materials*. 2020, vol. 113, pp. 257–262. https://doi.org/10.1007/978-3-030-20801-1_19
19. Gerasimenko P.V., Khodakovskiy V.A. Numerical algorithm for investigating the stress-strain state of cylindrical shells of railway tanks. *Vestnik of the St. Petersburg University. Mathematics*. 2019, vol. 52, no. 2, pp. 207–213. <https://doi.org/10.1134/S1063454119020067>
20. Meish V.F., Maiborodina N.V. Stress state of discretely stiffened ellipsoidal shells under a nonstationary normal load. *International Applied Mechanics*. 2018, vol. 54, no. 6, pp. 675–686. <https://doi.org/10.1007/s10778-018-0922-y>
21. Marchuk A.V., Gnidash S.V. Analysis of the effect of local loads on thick-walled cylindrical shells with different boundary conditions. *International Applied Mechanics*. 2016, vol. 52, no. 4, pp. 368–377. <https://doi.org/10.1007/s10778-016-0761-7>
22. Grigorenko Ya.M., Grigorenko A.Ya., Zakhariichenko L.I. Analysis of influence of the geometrical parameters of elliptic cylindrical shells with variable thickness on their stress-strain state. *International Applied Mechanics*. 2018, vol. 54, no. 2, pp. 155–162. <https://doi.org/10.1007/s10778-018-0867-1>
23. Odinokov V.I., Kaplunov B.G., Peskov A.V., Bakov A.V. *Mathematic Modeling of Complex Technological Processes*. Moscow: Nauka, 2008, 176 p. (In Russ.).
24. Odinokov V.I., Prokudin A.N., Sergeeva A.M., Sevast'yanov G.M. *Certificate of state registration of the computer program no. 2012661389. ODYSSEI*. Registered in the Computer Software Registry 13.12.2012. (In Russ.).

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Валерий Иванович Одинокое, д.т.н., профессор, главный научный сотрудник Управления научно-исследовательской деятельностью, Комсомольский-на-Амуре государственный университет
ORCID: 0000-0003-0200-1675
E-mail: 79122718858@yandex.ru

Valerii I. Odinokov, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Chief Researcher of the Department of Research Activities, Komsomolsk-on-Amur State University
ORCID: 0000-0003-0200-1675
E-mail: 79122718858@yandex.ru

Алексей Иванович Евстигнеев, д.т.н., профессор, главный научный сотрудник Управления научно-исследовательской деятельностью, Комсомольский-на-Амуре государственный университет
ORCID: 0000-0002-9594-4068
E-mail: diss@knastu.ru

Эдуард Анатольевич Дмитриев, д.т.н., доцент, ректор, Комсомольский-на-Амуре государственный университет
ORCID: 0000-0001-8023-316X
E-mail: rector@knastu.ru

Дарья Витальевна Чернышова, аспирант кафедры «Авиационное строительство», Комсомольский-на-Амуре государственный университет
ORCID: 0000-0001-5142-2455
E-mail: daracernysova744@gmail.com

Анна Алексеевна Евстигнеева, студент кафедры «Прикладная математика», Комсомольский-на-Амуре государственный университет
ORCID: 0000-0003-0667-2468
E-mail: annka.ewstic@mail.ru

Aleksei I. Evstigneev, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Chief Researcher of the Department of Research Activities, Komsomolsk-on-Amur State University
ORCID: 0000-0002-9594-4068
E-mail: diss@knastu.ru

Eduard A. Dmitriev, Dr. Sci. (Eng.), Assist. Prof., Rector, Komsomolsk-on-Amur State University
ORCID: 0000-0001-8023-316X
E-mail: rector@knastu.ru

Dar'ya V. Chernyshova, Postgraduate of the Chair of Aircraft Engineering, Komsomolsk-on-Amur State University
ORCID: 0000-0001-5142-2455
E-mail: daracernysova744@gmail.com

Anna A. Evstigneeva, Student of the Chair "Applied Mathematics", Komsomolsk-on-Amur State University
ORCID: 0000-0003-0667-2468
E-mail: annka.ewstic@mail.ru

ВКЛАД АВТОРОВ

CONTRIBUTION OF THE AUTHORS

В. И. Одинокоев – научное руководство, анализ результатов исследований, редактирование и корректировка финальной версии статьи.

А. И. Евстигнеев – формирование концепции статьи, определение цели и задачи исследования, анализ результатов исследований, подготовка текста.

Э. А. Дмитриев – проведение расчетов, их анализ, подготовка и корректировка текста.

Д. В. Чернышова – проведение расчетов, обработка библиографического списка, обработка графического материала.

А. А. Евстигнеева – проведение расчетов, подготовка и оформление текстового и графического материала.

V. I. Odinkov – scientific guidance, analysis of the research results, editing and correction of the article final version.

A. I. Evstigneev – formation of the main concept, the purpose and objectives of the study, analysis of the research results, preparation of the text.

E. A. Dmitriev – calculations, their analysis, preparation and correction of the text.

D. V. Chernyshova – calculations, preparation of the references, graphic material processing.

A. A. Evstigneeva – calculations, preparation and design of the text and graphic material.

Поступила в редакцию 10.06.2021

После доработки 20.09.2021

Принята к публикации 01.10.2021

Received 10.06.2021

Revised 20.09.2021

Accepted 01.10.2021