



Оригинальная статья

УДК 669.046.4:519.8

DOI 10.17073/0368-0797-2022-9-671-676

<https://fermet.misis.ru/jour/article/view/2400>



МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАГРЕВА ПОЛОСЫ ЛИСТОВОГО МЕТАЛЛА АТАКУЮЩИМИ СТРУЯМИ

Н. С. Бялобжеский, О. А. Евтехова, И. А. Левицкий

■ Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС» (Россия, 119049, Москва, Ленинский пр., 4)

Аннотация. Исследована интенсивность нагрева движущейся полосы термически тонкого металла на участке конечной протяженности системой атакующих струй нейтрального газа. Работа посвящена решению проблемы создания системы нагрева полосы движущегося металла атакующими струями нейтрального газа путем оценки интенсивности нагрева полосы металла при помощи методов математического моделирования. Дано описание дифференциальной задачи теплопроводности и ее последующее упрощение с учетом сделанных допущений для получения эффективного расчетного алгоритма. Приведены эмпирические соотношения, выбранные для расчета локальных и средних значений коэффициентов теплоотдачи, а также базовые параметры для вариантных расчетов. Для сравнительного моделирования рассматривался участок длиной 20 м, на котором происходит нагрев полосы, входящей с температурой 500 °С, нейтральным газом с температурой 800 °С. Представлены результаты расчета зависимости средней по сечению температуры полосы от скорости ее движения (в диапазоне от 0,1 до 2 м/с) при двух значениях скорости истечения газа (20 и 40 м/с). На их основании авторы делают выводы о том, что только при малых скоростях движения полосы достигается приемлемая интенсивность нагрева, а также что скорость истечения газа (в рассмотренном диапазоне) не является резервом для существенного увеличения этой интенсивности.

Ключевые слова: математическое моделирование, нагрев движущейся полосы металла, термически тонкое тело, струйный нагрев, атакующие струи, локальный коэффициент теплоотдачи

Для цитирования: Бялобжеский Н.С., Евтехова О.А., Левицкий И.А. Математическая модель нагрева полосы листового металла атакующими струями // Известия вузов. Черная металлургия. 2022. Т. 65. № 9. С. 671–676. <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2022-9-671-676>

Original article

MATHEMATICAL MODEL OF SHEET METAL STRIP HEATING BY ATTACKING JETS

N. S. Byalobzhetskii, O. A. Evtekhova, I. A. Levitskii

■ National University of Science and Technology “MISIS” (4 Leninskii Ave., Moscow 119049, Russian Federation)

Abstract. The authors investigated the intensity of heating of a moving strip of thermally thin metal on a finite length section by a system of attacking neutral gas jets. The article is devoted to solving the problem of creating a system for heating a strip of moving metal by attacking jets of neutral gas by estimating the intensity of heating a metal strip using mathematical modeling methods. The main options for heat treatment of sheet metal are named. The article describes the differential heat conduction problem and its subsequent simplification, considering the assumptions made to obtain an effective calculation algorithm; the empirical relations selected for calculating local and average values of heat transfer coefficients; and the basic parameters for variant calculations. For comparative modeling, a 20m-long section was considered, where a strip entering with a temperature of 500 °C is heated by neutral gas with temperature of 800 °C. The results of calculating the dependence of average cross-sectional temperature of the strip on its movement speed (in the range from 0.1 m/s to 2 m/s) at two values of the gas flow velocity (20 m/s and 40 m/s) are presented, on the basis of which the authors concluded that acceptable heating intensity is achieved only at low speeds of the strip, and the gas flow rate (in the considered range) is not a reserve for a significant increase in this intensity.

Keywords: mathematical modeling, heating of a strip of moving metal, thermally thin body, jet heating, attacking jets, local heat transfer coefficient

For citation: Byalobzhetskii N.S., Evtekhova O.A., Levitskii I.A. Mathematical model of sheet metal strip heating by attacking jets. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2022, vol. 65, no. 9, pp. 671–676. (In Russ.). <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2022-9-671-676>

Современная промышленность ориентирована на получение листового металла, для достижения соответствующих структуры и свойств которого после холодной прокатки необходима термическая обработка.

Обычно она осуществляется либо в протяжных, либо в садочных печах, и каждый из вариантов обладает своими недостатками. В то же время известны агрегаты скоростного струйного нагрева металла [1 – 3], в которых

осуществляется непосредственное воздействие струй продуктов сгорания газообразного топлива на поверхность нагреваемого металла. Поскольку термообработке подлежит уже практически готовая продукция, которую нельзя подвергать окислению, струйный нагрев в его исходном варианте использовать для этого нельзя. Возможность создания системы нагрева полосы движущегося металла атакующими струями нейтрального газа (предварительно получившего теплоту от продуктов сгорания в каком-либо теплообменном устройстве) требует тщательного изучения как с точки зрения технических возможностей, так и с позиций экономической рентабельности.

Для анализа процессов, происходящих при нагреве слябов, широко распространено математическое моделирование. В ряде работ предлагаются эффективные статистические модели [4, 5], а также расчеты, основанные на аналитическом решении [6]. Однако более продуктивны детерминированные модели, основанные на численном решении уравнений теплообменных процессов [7–9], в том числе разностных аналогов задачи теплопроводности [10, 11] как при использовании имеющихся CFD-продуктов [12], так и при рассмотрении ряда оптимизационных задач [13–15].

Целью данной работы является математическое моделирование нагрева движущейся полосы термически тонкого металла на участке конечной протяженности системой атакующих струй нейтрального газа. При получении заметного технического эффекта будет иметь смысл проектировать соответствующий агрегат и оценивать его техническую и экономическую эффективность.

Рассмотрим полосу металла толщиной δ и шириной B , движущуюся на участке длиной L .

Обозначим направление движения полосы x , направление по ширине полосы y , а по толщине z , и поместим начало координат в центр входного сечения полосы.

Примем ряд допущений:

- 1) режим теплообмена является стационарным;
- 2) полоса перемещается в продольном направлении с постоянной скоростью u , м/с;
- 3) во входном сечении температурное поле полосы однородно и соответствует постоянной начальной температуре T_n ;
- 4) интенсивность внешнего теплообмена может быть описана граничными условиями третьего рода с заданным распределением коэффициента теплоотдачи по поверхностям полосы и постоянной заданной температурой греющей среды;
- 5) толщина полосы δ достаточно мала, чтобы считать ее термически тонким телом;
- 6) на выходе из рассматриваемой зоны температура полосы металла стабилизируется.

Допущения 1 и 2 позволяют использовать для описания распространения теплоты в металле стационар-

ное трехмерное уравнение теплопроводности для движущейся полосы [16]

$$\rho c u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right),$$

$$0 < x < L, \quad -\frac{B}{2} < y < \frac{B}{2}, \quad -\frac{\delta}{2} < z < \frac{\delta}{2}, \quad (1)$$

допущение 3 позволяет дополнить его однородным граничным условием (которое иногда называют начальным)

$$T(0, y, z) = T_n, \quad (2)$$

а допущение 4 – граничными условиями на боковых поверхностях полосы

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=-\frac{B}{2}} = \alpha^{\rightarrow} \left(T_0^{\rightarrow} - T_{y=-\frac{B}{2}} \right);$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=\frac{B}{2}} = \alpha^{\leftarrow} \left(T_0^{\leftarrow} - T_{y=\frac{B}{2}} \right), \quad (3)$$

а также на ее нижней и верхней поверхностях

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=-\frac{\delta}{2}} = \alpha^{\uparrow} \left(T_0^{\uparrow} - T_{z=-\frac{\delta}{2}} \right);$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=\frac{\delta}{2}} = \alpha^{\downarrow} \left(T_0^{\downarrow} - T_{z=\frac{\delta}{2}} \right), \quad (4)$$

В выражениях (1) – (4) приняты следующие обозначения: ρ и c – плотность, кг/м³ и удельная теплоемкость, Дж/(кг·К) материала полосы; λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К) материала полосы; $T_0^{\rightarrow}$ и $T_0^{\leftarrow}$, $T_0^{\uparrow}$ и $T_0^{\downarrow}$ – температура греющей среды сбоку от полосы, а также снизу и сверху, К; $\alpha^{\rightarrow}$ и $\alpha^{\leftarrow}$, $\alpha^{\uparrow}$ и $\alpha^{\downarrow}$ – коэффициенты теплоотдачи на левой и правой торцевых поверхностях полосы, а также на нижней и верхней ее поверхностях, Вт/(м²·К).

В качестве второго граничного условия вдоль оси x примем условие стабилизации температуры вдоль полосы на выходе из расчетной области (допущение 6)

$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0. \quad (5)$$

Для того, чтобы воспользоваться допущением 5, введем понятие средней (по толщине полосы) температуры

$$\tilde{T}(x, y) = \frac{1}{\delta} \int_{-\frac{\delta}{2}}^{\frac{\delta}{2}} T(x, y, z) dz \quad (6)$$

и проинтегрируем уравнение (1) по толщине полосы, что позволит получить его в следующем виде:

$$\rho c u \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial \tilde{T}}{\partial y} \right) + \frac{1}{\delta} \left(\lambda \frac{\partial \tilde{T}}{\partial z} \Big|_{z=\frac{\delta}{2}} - \lambda \frac{\partial \tilde{T}}{\partial z} \Big|_{z=-\frac{\delta}{2}} \right), \quad (7)$$

после чего воспользуемся граничными условиями (4) и допущением 5, переходя к форме записи

$$\rho c u \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial \tilde{T}}{\partial y} \right) + \frac{\alpha^\downarrow (T_0^\downarrow(x, y) - \tilde{T}(x, y)) + \alpha^\uparrow (T_0^\uparrow(x, y) - \tilde{T}(x, y))}{\delta}.$$

Таким образом, получено уравнение теплопроводности, записанное относительно средней (по толщине полосы) температуры. В дальнейшем для упрощения будем для этой величины использовать обозначение T , имея ввиду, что $T = T(x, y)$:

$$\rho c u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\alpha^\downarrow (T_0^\downarrow - T) + \alpha^\uparrow (T_0^\uparrow - T)}{\delta}, \quad (8)$$

$$0 < x < L, \quad -\frac{B}{2} < y < \frac{B}{2}.$$

Именно это уравнение теплопроводности, дополненное граничными условиями (2), (3), (5), составляет основу математической модели рассматриваемой задачи [17].

В соответствии с рекомендациями работы [18] для вычисления максимального значения коэффициента теплоотдачи α_m (в точке удара струи о поверхность) применены формулы

$$\text{Nu}_m = 1,6 \text{Re}_m^{0,5} \text{Pr}^{0,33} \left(\frac{h}{d_0} \right)^{-0,11}, \quad \text{при } \frac{h}{d_0} < 6,2; \quad (9)$$

$$\text{Nu}_m = 5,25 \text{Re}_m^{0,5} \text{Pr}^{0,3} \left(\frac{h}{d_0} \right)^{-0,77}, \quad \text{при } \frac{h}{d_0} > 6,2,$$

в которых d_0 – диаметр сопла, из которого исходит струя, м (является определяющим размером в критериях Нуссельта и Рейнольдса); h – расстояние от среза сопла до атакуемой поверхности, м.

Изменение локального коэффициента теплоотдачи по атакуемой поверхности описывали экспоненциальной зависимостью [17,18]

$$\alpha_r = \alpha_m e^{-\frac{2r}{h}}, \quad (10)$$

где r – расстояние от точки пересечения полосы осью струи.

Соотношения (9) и (10) предложены для максимального и локального значений коэффициента теплоотдачи при воздействии на поверхность одиночной струи. Для случая воздействия на поверхность системы струй не существует достоверной информации о коэффициенте теплоотдачи в областях пересечения этих струй. Имеются лишь критериальные соотношения, описывающие средние (по поверхности полосы) значения коэффициентов теплоотдачи от системы струй [19, 20],

$$\overline{\text{Nu}}_s = 0,933 \left(\frac{d_0}{h} \right)^{0,625} \text{Re}_s^{0,625} \text{Pr}^{0,33}, \quad \text{при } \frac{h}{d_0} \geq 8; \quad (11)$$

$$\overline{\text{Nu}}_s = 0,286 \text{Re}_s^{0,625} \text{Pr}^{0,33}, \quad \text{при } \frac{h}{d_0} < 8,$$

причем характерным размером в критериях является расстояние между осями струй s .

В связи с этим в данной работе было принято решение ввести понятие «пятна воздействия» для струи, внутри которого можно использовать соотношение (10).

Базовые значения параметров и интервал их варьирования

Basic values of the parameters and interval of their variation

Показатель	Значение	Диапазон
Ширина полосы, мм	1500	
Длина участка, м	20	
Толщина полосы, мм	1	1 – 2
Скорость движения полосы, м/с	1	0,1 – 2
Плотность металла, кг/м ³	7800	
Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К)	300	
Коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К)	35	
Расстояние от среза сопла до поверхности полосы, мм	250	100 – 300
Диаметр отверстия сопла струи, мм	50	30 – 60
Средняя скорость струи на выходе из сопла, м/с	20	15 – 40
Фоновое значение коэффициента теплоотдачи, Вт/(м ² ·К)	5	
Количество струй вдоль полосы	12	
Количество струй поперек полосы	4	
Начальная температура полосы металла, °С	500	
Температура греющей среды, °С	800	

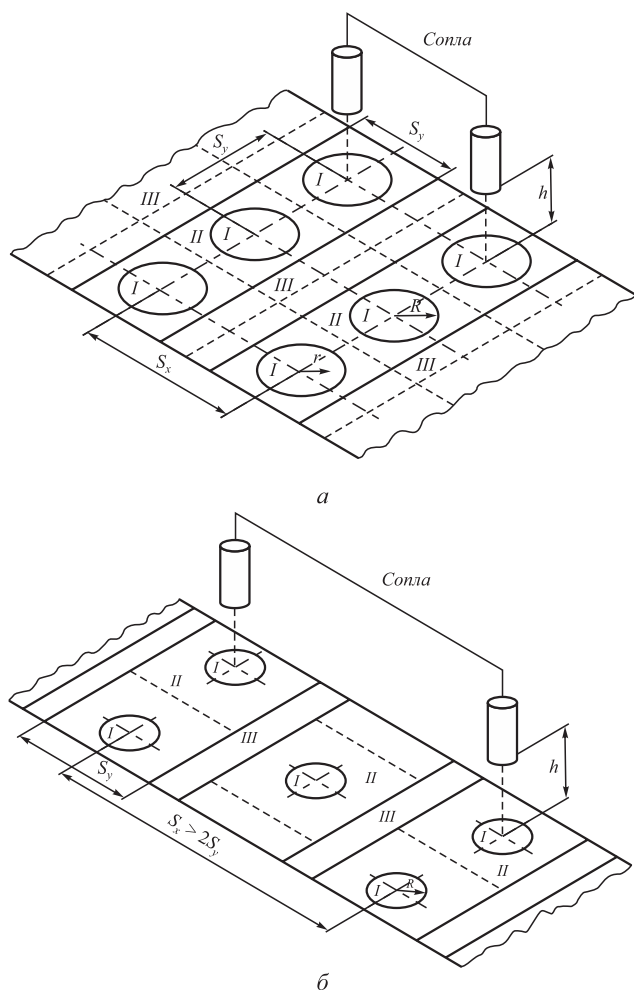


Рис. 1. Схема расположения сопел относительно листа:
 a – коридорное расположение сопел, $R \leq S_y/2$; b – шахматное расположение сопел, $R \leq S_y$; S_x – шаг расположения сопел вдоль полосы; S_y – шаг расположения сопел поперек полосы; h – расстояние от среза сопла до полосы; R – радиус «пятна воздействия»; I – область, в которой вычисляется локальное значение коэффициента теплоотдачи по формуле (10); II – область, в которой вычисляется постоянное значение на основе формулы (11) при $S = S_y$; III – область, в которой вычисляется постоянное значение на основе формулы (11) при $S = S_x$

Fig. 1. Scheme of the nozzles relative to the sheet:
 a – corridor, $R \leq S_y/2$; b – chess, $R \leq S_y$; S_x – nozzle spacing along the strip; S_y – nozzle spacing across the strip; h – distance from the nozzle cut to the strip; R – radius of the “footprint”; I – area in which the local value of the heat transfer coefficient is calculated with formula (10); II – area in which a constant value is calculated with formula (11) for $S = S_y$; III – area in which a constant value is calculated with formula (11) for $S = S_x$

Вне пятна воздействия задается значение коэффициента теплоотдачи, определяемое на основе средних значений, вычисленных по формулам (11).

Решение дифференциальной задачи, постановка которой описывается соотношениями (2), (3), (5) и (8), дополненными формулами (9) – (11), осуществляли численно методом разностной аппроксимации [16] на расчетной сетке с постоянными шагами Δx и Δy [16, 17]. Положение сопел относительно полосы металла схе-

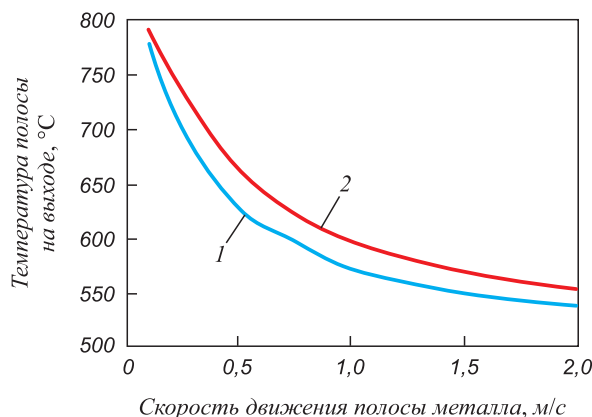


Рис. 2. Зависимость средней по сечению температуры полосы от ее скорости движения при двух значениях скорости газа:
 1 – 20 м/с; 2 – 40 м/с

Fig. 2. Dependence of cross-sectional average temperature of the strip on its speed at two values of the gas velocity:
 1 – 20 m/s; 2 – 40 m/s

матично изображено на рис. 1 как для коридорного (a), так и для шахматного (b) их расположения.

Программная реализация модели была осуществлена в среде Builder C++ 6.0 в виде автономного исполняемого модуля.

Поскольку в данной задаче очень большое количество параметров, было решено некоторый фиксированный их набор считать базовым, а для тех из них, влияние которых решено изучать, задать интервал варьирования (при варьировании значений отдельных параметров остальным параметрам придавались базовые значения). Базовые значения и интервал варьирования основных параметров задачи представлены в таблице.

На рис. 2 приведена полученная зависимость средней по сечению полосы температуры (на выходе из рассматриваемого участка) от скорости ее движения при двух значениях скорости истечения газа из сопел. Поскольку греющая среда имела температуру 800 °С, то для малых скоростей движения полосы (меньше 0,5 м/с) результат можно считать приемлемым. Однако для более высоких скоростей интенсивность нагрева на таком большом участке очень мала. Влияние скорости струи (в рассмотренном диапазоне) оказывается небольшим, и этот фактор нельзя считать резервом для интенсификации нагрева.

Выводы

Разработана и программно реализована математическая модель нагрева движущейся полосы термически тонкого металла на участке конечного размера системой атакующих струй нейтрального газа, представляющая собой двумерную стационарную задачу теплопроводности в неподвижной системе координат.

В результате проведения вариантных расчетов получено, что приемлемая скорость нагрева поло-

сы при коэффициентах теплоотдачи, полученных по эмпирическим формулам, достигается только для очень небольших скоростей движения полосы (менее 0,5 м/с).

Влияние скорости истечения нейтрального газа из сопел (рассмотренное для диапазона значений от 20 до 40 м/с) не является существенным фактором интенсификации нагрева.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

REFERENCES

1. Асцатуров В.Н., Краснокутский П.Г., Берковская П.С. Скоростной струйный нагрев металла. Киев: Техника, 1984. 121 с.
2. Исатаев С.И., Жанабаев З.Ж. Теплоотдача тел при струйном обтекании. Киев: Техника, 1989. 304 с.
3. Тимошпольский В.И., Трусова И.А., Ратников П.Э. Возможности применения струйного нагрева металла перед прокаткой // Литье и металлургия. 2007. № 2 (42). С. 63–66.
4. Бельный А.М., Богатова М.Ж., Чибизова С.И. Статистическое моделирование температурных режимов работы нагревательных печей с шагающими балками // Черные Металлы. 2021. № 8. С. 32–37. <http://doi.org/10.17580/chm.2021.08.06>
5. Богатова М.Ж., Чибизова С.И. Статистическое моделирование температурных режимов работы нагревательных печей листовых станов горячей прокатки // Известия вузов. Черная металлургия. 2021 Т. 64. № 5. С. 374–381. <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2021-5-374-381>
6. Левицкий И.А. Линейная задача теплопроводности для тел правильной формы при граничных условиях третьего рода // Черные металлы. 2019. № 10. С. 67–72.
7. Mathews J.H. Computer derivations of numerical differentiation formulae // International Journal of Mathematics Education in Science and Technology. 2003. Vol. 34. No. 2. P. 280–287. <https://doi.org/10.1080/0020739031000158317>
8. Singh V.K., Talukdar P. Comparisons of different heat transfer models of a walking beam type reheat furnace // International Communications in Heat and Mass Transfer. 2013. Vol. 47. P. 20–26. <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2013.06.004>
9. Tang G., Wu B., Bai D., Wang Y., Bodnar R., Zhou C.Q. Modeling of the slab heating process in a walking beam reheating furnace for process optimization // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2017. Vol. 113. P. 1142–1151. <https://doi.org/10.1016/j.jheatmasstransfer.2017.06.026>
10. Han S.H., Chang D., Kim C.Y. A numerical analysis of slab heating characteristics in a walking beam type reheating furnace // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2010. Vol. 53. No. 19–20. P. 3855–3861. <https://doi.org/10.1016/j.jheatmasstransfer.2010.05.002>
11. Курносов В.В., Левицкий И.А., Прибытков И.А. Исследование нагрева массивных заготовок с различными скоростями в печах периодического действия // Известия вузов. Черная металлургия. 2012. Т. 55. № 9. С. 27–31. <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2012-9-27-31>
12. Mayr B., Prieler R., Demuth M., Moderer L., Hochenauer C. CFD analysis of a pusher type reheating furnace and the billet heating characteristic // Applied Thermal Engineering. 2017. Vol. 115. No. 25. P. 986–994. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2017.01.028>
13. Jang J.-Y., Huang J.-B. Optimization of a slab heating pattern for minimum energy consumption in a walking-beam type reheating furnace // Applied Thermal Engineering. 2015. Vol. 85. P. 313–321. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2015.04.029>
14. Tang L., Liu J., Rong A., Yang Z. An effective heuristic algorithm to minimise stack shuffles in selecting steel slabs from the slab yard for heating and rolling // Journal of the Operational Research Society. 2001. Vol. 52. No. 10. P. 1091–1097. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601143>
15. Курносов В.В., Левицкий И.А. Математическое моделирование нагрева заготовок с переменными теплофизическими характеристиками и теплового режима, соответствующего заданному графику нагрева // Известия вузов. Черная металлургия. 2012. Т. 55. № 7. С. 19–22. <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2012-7-19-22>
1. Astsaturov V.N., Krasnokutskii P.G., Berkovskaya P.S. *High-Speed Jet Heating of Metal*. Kiev: Tekhnika, 1984, 121 p. (In Russ.).
2. Isataev S.I., Zhanabaev Z.Zh. *Heat Transfer of Bodies in Jet Flow*. Kiev: Tekhnika, 1989, 304 p. (In Russ.).
3. Timoshpol'skii B.I., Trusova I.A., Ratnikov P.E. Possibilities of application of jet heating of metal before rolling. *Lit'e i metallurgiya*. 2007, no. 2 (42), pp. 63–66. (In Russ.).
4. Belen'kiy A.M., Bogatova M.Zh., Chibizova S.I. Statistical modeling of metal heating in furnaces with walking beams. *Chernye Metally*. 2021, no. 8, pp. 32–37. (In Russ.). <http://doi.org/10.17580/chm.2021.08.06>
5. Bogatova M.Zh., Chibizova S.I. Statistical modeling of temperature operating modes of heating furnaces for hot strip mills. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2021, vol. 64, no. 5, pp. 374–381. (In Russ.). <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2021-5-374-381>
6. Levitskii I.A. The linear heat conduction problem for bodies with a regular shape under boundary conditions of the third kind. *Chernye Metally*. 2019, no. 10, pp. 67–72.
7. Mathews J.H. Computer derivations of numerical differentiation formulae. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*. 2003, vol. 34, no. 2, pp. 280–287. <https://doi.org/10.1080/0020739031000158317>
8. Singh V.K., Talukdar P. Comparisons of different heat transfer models of a walking beam type reheat furnace. *International Communications in Heat and Mass Transfer*. 2013, vol. 47, pp. 20–26. <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2013.06.004>
9. Tang G., Wu B., Bai D., Wang Y., Bodnar R., Zhou C.Q. Modeling of the slab heating process in a walking beam reheating furnace for process optimization. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2017, vol. 113, pp. 1142–1151. <https://doi.org/10.1016/j.jheatmasstransfer.2017.06.026>
10. Han S.H., Chang D., Kim C.Y. A numerical analysis of slab heating characteristics in a walking beam type reheating furnace. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2010, vol. 53, no. 19–20, pp. 3855–3861. <https://doi.org/10.1016/j.jheatmasstransfer.2010.05.002>
11. Kurnosov V.V., Levitskii I.A., Pribytkov I.A. Massive billets different rates heating in batch furnaces study. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2012, vol. 55, no. 9, pp. 27–31. (In Russ.). <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2012-9-27-31>
12. Mayr B., Prieler R., Demuth M., Moderer L., Hochenauer C. CFD analysis of a pusher type reheating furnace and the billet heating characteristic. *Applied Thermal Engineering*. 2017, vol. 115, no. 25, pp. 986–994. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2017.01.028>
13. Jang J.-Y., Huang J.-B. Optimization of a slab heating pattern for minimum energy consumption in a walking-beam type reheating furnace. *Applied Thermal Engineering*. 2015, vol. 85, pp. 313–321. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2015.04.029>
14. Tang L., Liu J., Rong A., Yang Z. An effective heuristic algorithm to minimise stack shuffles in selecting steel slabs from the slab yard for heating and rolling. *Journal of the Operational Research Society*. 2001, vol. 52, no. 10, pp. 1091–1097. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601143>
15. Kurnosov V.V., Levitskii I.A. Mathematic simulation of workpieces heating with variable thermal characteristics and thermal condition, corresponding to a given heating curve. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2012, vol. 55, no. 7, pp. 19–22. (In Russ.). <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2012-7-19-22>

16. Арутюнов В.А., Бухмиров В.В., Крупенников С.А. Математическое моделирование тепловой работы промышленных печей. Москва: Металлургия, 1990. 239 с.
17. Бялобжеский Н.С. Разработка математической модели и исследование струйного нагрева полосы металла: ВКР магистр металлургии. Москва, 2020. 73 с.
18. Ноткин В.Л. Глубокое охлаждение конструкций летательных аппаратов при теплопрочностных испытаниях. Москва: Спутник+, 2012. 142 с.
19. Мاستрюков Б.С. Теория конструкции и расчеты металлургических печей. Москва: Металлургия, 1986. 376 с.
20. Расчет нагревательных и термических печей. Справочник / Под ред. В.М. Тымчака, В.Л. Гусовского. Москва: Металлургия, 1983. 480 с.
16. Arutyunov V.A., Bukhmirov V.V., Krupennikov S.A. *Mathematical Modeling of Industrial Furnaces Thermal Operation*. Moscow: Metallurgiya, 1990, 239 p. (In Russ.).
17. Byalobzhetskii N.S. *Development of a mathematical model and study of jet heating of a metal strip: WRC Master of Metallurgy*. Moscow, 2020, 73 p. (In Russ.).
18. Notkin V.L. *Deep Cooling of Aircraft Structures during Heat-Strength Tests*. Moscow: Sputnik +, 2012, 142 p. (In Russ.).
19. Mastryukov B.S. *Theory of Design and Calculations of Metallurgical Furnaces*. Moscow: Metallurgiya, 1986, 376 p. (In Russ.).
20. *Calculation of Heating and Thermal Furnaces. Directory*. Tymchak V.M., Gusovskii V.L. eds. Moscow: Metallurgiya, 1983, 480 p. (In Russ.).

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Никита Станиславович Бялобжеский, старший специалист по профнаavigации и вопросам трудоустройства, Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»

ORCID: 0000-0002-4238-9937

E-mail: n.byalobzheskiy@gmail.com

Ольга Александровна Евтехова, аспирант кафедры энергоэффективных и ресурсосберегающих промышленных технологий, Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»

ORCID: 0000-0002-0630-4772

E-mail: olechka-evtekhova@yandex.ru

Игорь Анисимович Левицкий, к.т.н., доцент кафедры энергоэффективных и ресурсосберегающих промышленных технологий, Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»

ORCID: 0000-0002-9345-3628

E-mail: lewwwis@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Nikita S. Byalobzhetskii, Senior Specialist for Career Navigation and Employment, National University of Science and Technology "MISIS"

ORCID: 0000-0002-4238-9937

E-mail: n.byalobzheskiy@gmail.com

Ol'ga A. Evtekhova, Postgraduate of the Chair "Energy-Efficient and Resource-Saving Industrial Technologies", National University of Science and Technology "MISIS"

ORCID: 0000-0002-0630-4772

E-mail: olechka-evtekhova@yandex.ru

Igor' A. Levitskii, Cand. Sci. (Eng.), Assist. Prof. of the Chair "Energy-Efficient and Resource-Saving Industrial Technologies", National University of Science and Technology "MISIS"

ORCID: 0000-0002-9345-3628

E-mail: lewwwis@mail.ru

ВКЛАД АВТОРОВ

Н. С. Бялобжеский – разработка математической модели.

О. А. Евтехова – уточнение математической модели, проведение вариантных расчетов.

И. А. Левицкий – общее руководство, программная реализация.

CONTRIBUTION OF THE AUTHORS

N. S. Byalobzhetskii – development of the mathematical model.

O. A. Evtekhova – refinement of the mathematical model, carrying out variant calculations.

I. A. Levitskii – general guidance, software implementation.

Поступила в редакцию 05.07.2022

После доработки 25.08.2022

Принята к публикации 26.08.2022

Received 05.07.2022

Revised 25.08.2022

Accepted 26.08.2022