



Оригинальная статья

УДК 621.74.045

DOI 10.17073/0368-0797-2022-2-137-144



ВЛИЯНИЕ ВНУТРЕННЕГО ФАКТОРА НА ТРЕЩИНОСТОЙКОСТЬ ОБОЛОЧКОВОЙ ФОРМЫ ПО ВЫПЛАВЛЯЕМЫМ МОДЕЛЯМ

В. И. Одинокоев, А. И. Евстигнеев, Э. А. Дмитриев,
Д. В. Чернышова, А. А. Евстигнеева

Комсомольский-на-Амуре государственный университет (Россия, 681013, Хабаровский край, Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27)

Аннотация. Смоделирован процесс эволюции напряженно-деформированного состояния (НДС) многослойной оболочковой формы (ОФ) при изменении свойств между слоями в процессе охлаждения в ней залитой стальной отливки. Построена математическая модель и проведено теоретическое исследование напряженного состояния ОФ при отсутствии в ней связи между слоями в многослойном композите. Рассмотрена сложная трехкомпонентная система (жидкий металл, твердый металл, керамическая оболочковая форма). Твердый металл и ОФ считаются изотропными. Для решения поставленной задачи применялись теория малых упругопластических деформаций и уравнения теплопроводности, а также апробированные численные методы. Эволюция НДС в оболочковых формах прослеживается по временным шагам. Толщина затвердевающего металла определяется из уравнения межфазового перехода. Рассмотрен процесс нагрева осесимметричной ОФ при заливке в нее жидкого металла. Напряженное состояние оценивалось по возникающим в ОФ напряжениям и перемещениям. В процессе охлаждения жидкого металла на контакте оболочковой формы с опорным наполнителем (ОН) возможен отход поверхности между ними. В этом случае решается контактная задача. С учетом составленного алгоритма решения задачи с использованием разработанных численных схем и программных комплексов выполнены расчеты для случая полного скольжения слоев. Полученные результаты численных расчетов представлены в виде эпюр и графиков. Приведен подробный анализ полученных результатов. Показана несостоятельность ранее высказанной идеи о применимости скольжения между слоями в многослойном композите с позиции снижения его напряженного состояния. Результаты исследований могут быть полезны при расчетах других функциональных многослойных оболочечных систем.

Ключевые слова: литье по выплавляемым моделям, оболочковая форма, напряженное состояние, моделирование, трещинообразование, контактная связь, внутренние слои, напряжение, перемещение

Для цитирования: Одинокоев В.И., Евстигнеев А.И., Дмитриев Э.А., Чернышова Д.В., Евстигнеева А.А. Влияние внутреннего фактора на трещиностойкость оболочковой формы по выплавляемым моделям // Известия вузов. Черная металлургия. 2022. Т. 65. № 2. С. 137–144. <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2022-2-137-144>

Original article

INFLUENCE OF INTERNAL FACTOR ON CRACK RESISTANCE OF SHELL MOLD BY INVESTMENT MODELS

V. I. Odinokov, A. I. Evstigneev, E. A. Dmitriev,
D. V. Chernyshova, A. A. Evstigneeva

Komsomolsk-on-Amur State University (27 Lenin Ave., Komsomolsk-on-Amur, Khabarovsk Territory 681013, Russian Federation)

Abstract. The process of evolution of the stress-strain state (SSS) of a multilayer shell mold (SM) is modeled at properties change between layers during cooling of poured steel casting. A mathematical model was constructed and a theoretical study of the stress state of the SM was carried out in absence of connection between the layers in a multilayer composite. The article describes a complex three-component system: liquid metal, solid metal, and ceramic SM. Solid metal and SM are considered to be isotropic. To solve this problem, the authors used the theory of small elastic-plastic deformations and equations of thermal conductivity, as well as proven numerical methods. Evolution of SSS in SM was traced by time steps. Thickness of the solidifying metal was determined through the equation of interphase transition. The article considers the process of heating an axisymmetric SM when pouring liquid metal into it. Stress state was estimated by stresses and displacements that occur in SM. At SM contact with support filler (SF), SM surface move away from the SF is possible during cooling of liquid metal. In this case, contact problem is solved. Taking into account the compiled

algorithm for solving the problem, calculations were performed for the case of complete sliding of layers using developed numerical schemes and software complexes. Obtained results of numerical calculations are clearly displayed by graphic illustrations in form of plots and graphs. Detailed analysis of the obtained results is given. There is inconsistency of the previously expressed idea about the applicability of sliding between layers in a multilayer composite from the position of reducing its stress state. The research results can be useful in calculations of other functional multilayer shell systems.

Keywords: casting by investment models, shell mold, stress state, modeling, cracking, contact connection of internal layers, stress, displacement

For citation: Odnokov V.I., Evstigneev A.I., Dmitriev E.A., Chernyshova D.V., Evstigneeva A.A. Influence of internal factor on crack resistance of shell mold by investment models. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2022, vol. 65, no. 2, pp. 137–144. (In Russ.).

<https://doi.org/10.17073/0368-0797-2022-2-137-144>

ВВЕДЕНИЕ

Главным недостатком технологии литья по выплавляемым моделям является высокий процент брака оболочковой формы (ОФ), связанный с частичным или полным их разрушением в процессах формообразования и применения литейной формы.

Исследованию физических и морфологических свойств ОФ посвящены работы [1, 2]. Они легли в основу разработанных новых видов структур ОФ, по которым получены патенты РФ.

В настоящей работе строится математическая модель и проводится теоретическое исследование ранее высказанной идеи, отчасти реализованной в работе [3]. Предлагается многослойную оболочковую форму изготавливать таким образом, чтобы слои ОФ скользили друг относительно друга. Растягивающие нормальные напряжения появляются в наружном слое ОФ при заливке металла, так как слои формы близкие к расплаву металла, нагреваясь, стараются расширяться, но им мешают периферийные более холодные слои ОФ. Отсюда в слоях с высокой температурой наблюдали сжимающие нормальные напряжения, а в слоях с меньшей температурой – растягивающие [1, 4].

Зарубежных публикаций по НДС оболочковых форм обнаружено незначительное количество, хотя проведено множество теоретических и экспериментальных исследований НДС оболочечных конструкций с различными структурами [5 – 10], из различных функциональных материалов [9 – 13], условий нагружения [8, 14 – 18] и формы оболочек [19 – 23]. Однако математическому описанию этого сложного процесса посвящено мало работ.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается осесимметричное тело вращения (рис. 1, а). Деформируемый материал – форма и затвердевший металл считаются изотропными. Оболочковая форма представляет собой многослойный композит толщиной T . В этом случае имеем трехкомпонентную систему (рис. 1): область I – жидкий металл; область II – затвердевший металл; область III – многослойная форма.

Используя линейную теорию упругости, эйлерову систему координат и уравнение теплопроводности,

можно записать для каждой из областей систему уравнений:

– для области I :

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma = P_1; P_1 = -\gamma h; \dot{\theta} = \bar{\alpha}_1 \Delta \theta; \quad (1)$$

– для областей II, III :

$$\begin{aligned} \sigma_{ij,j} &= 0; \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} = 2G_p' \varepsilon_{ij}^*; \varepsilon_{ij}^* = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon \delta_{ij}; \\ \varepsilon &= \varepsilon_{ii}; \varepsilon_{ii} = 3k_p' \sigma + 3\alpha_p' (\theta_n - \theta_p^*); \\ \varepsilon_{ij} &= 0, 5(U_{i,j} + U_{j,i}); \dot{\theta} = \bar{\alpha}_2 \Delta \theta; \\ \dot{\theta} &= \bar{\alpha}_3' \Delta \theta \text{ (только для области III)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений; U_i – перемещения; ε_{ij} – компоненты тензора упругих деформаций; σ – гидростатическое напряжение; G_p' – модуль сдвига закристаллизовавшегося металла ($p = 2$) и оболочковой формы в слое t ($p = 3$); δ_{ij} – символ Кронекера; k_p' – коэффициент объемного сжатия ($p = 2, 3$); α_p' – коэффициент линейного расширения в области III в слое t ; γ – плотность разливаемого металла; $\bar{\alpha}_p$ – коэффициент температуропроводности в области $p = 1, 2$; $\bar{\alpha}_3'$ – коэффициент температуропроводности в области III в слое t ; θ_n – текущая температура; θ_p^* – начальная температура в области p .

В системе (2) используется суммирование по повторяющимся индексам.

В процессе охлаждения жидкого металла при условии, что температура металла $\theta_m \leq \theta_k$ (θ_k – температура кристаллизации) определяется толщина затвердевшего слоя из решения уравнения межфазового перехода:

$$\frac{d\theta_1}{dn_*} \lambda_1 - \frac{d\theta_2}{dn_*} \lambda_2 = \frac{d\Delta}{d\tau} L \rho, \quad (2)$$

где θ_1 и θ_2 – температура в твердой и жидкой фазах; λ_1 и λ_2 – коэффициент теплопроводности твердой и жидкой фаз; Δ – толщина корочки; L – скрытая теплота плавления; ρ – плотность твердой фазы; n_* – нормаль к границе двух фаз.

Время процесса кристаллизации τ^* разбивается на малые шаги $\Delta\tau_n$ (n – номер временного шага). На каждом временном шаге $\Delta\tau_n$ вычисляется толщина твердой

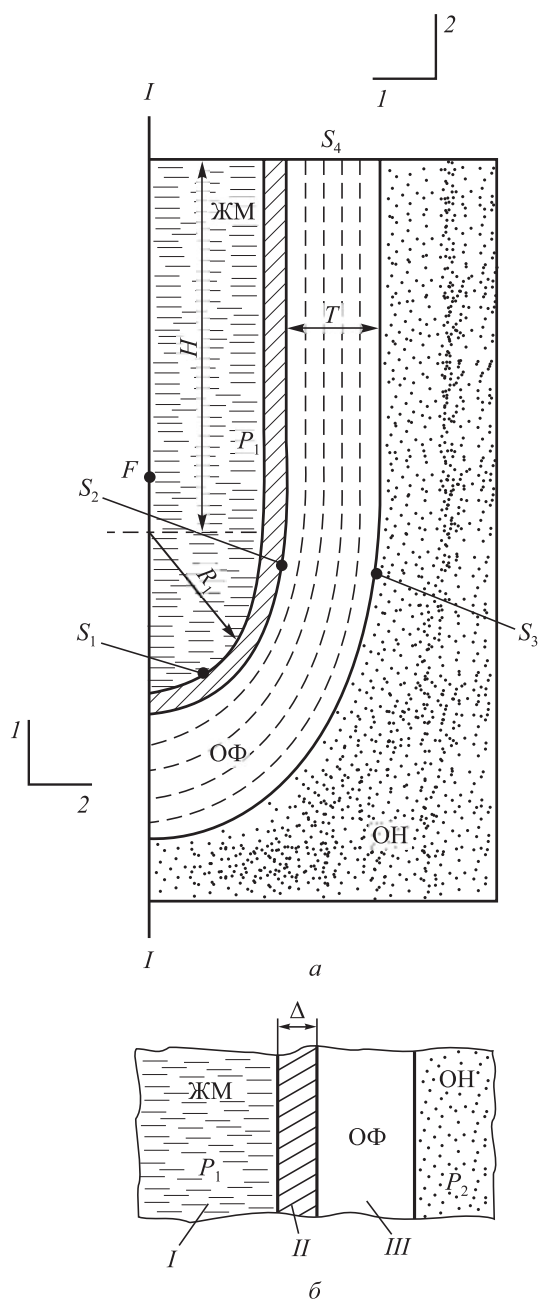


Рис. 1. Расчетная схема оболочковой формы, заформованной в опорный наполнитель и залитая жидким металлом со схемами поверхностей к граничным условиям задачи:
 а – сечение вертикальной плоскости; б – схема моделирования областей системы; I – жидкий металл; II – затвердевший металл; III – многослойная оболочковая форма; T – толщина оболочковой формы; H – высота цилиндрической части стояка; R₁ – радиус сферической части стояка; P₁ – гидростатическое давление жидкого металла; ЖМ – жидкий металл; ОФ – оболочковая форма; ОН – опорный наполнитель

Fig. 1. Design scheme of the shell mold, molded in the base filler and filled with liquid metal with schemes of the surfaces for boundary conditions of the task:

a – cross section of vertical plane; б – scheme of simulation of the system zones; I – liquid metal; II – hardened metal; III – layered shell shape; T – thickness of the shell mold; H – height of the riser cylindrical part; R₁ – radius of the riser spherical part; P₁ – hydrostatic pressure of liquid metal; ЖМ – liquid metal; ОФ – shell mold; ОН – support filler

фазы $\Delta_n \left(\Delta = \sum_1^n \Delta_n \right)$. При этом предполагается, что температура в твердой фазе по толщине Δ_n изменяется по линейному закону и градиент температуры в жидкой фазе равен нулю. С учетом этого решения уравнение (3) дает следующую зависимость для определения толщины Δ_n закристаллизовавшейся корочки на временном шаге $\Delta\tau_n$:

$$\Delta_n = C\sqrt{\tau}; \quad C = \sqrt{\frac{2\Delta\theta_1\lambda_1}{\rho L}}; \quad (4)$$

здесь $\Delta\theta_1$ – перепад температур в твердой фазе вблизи фронта кристаллизации.

С учетом осевой симметрии имеем следующее: $\sigma_{31} = \sigma_{32} = 0$; $\varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0$; $U_3 = 0$ (рис. 1). Начальные условия задачи: $\Delta|_{\tau=0} = 0$ – отсутствие твердой фазы металла (Δ – толщина затвердевшего металла); $\theta_I|_{\tau=0} = \theta_0$ – температура разливаемого жидкого металла; $\theta_{III}|_{\tau=0} = \theta^*$ – начальная температура формы.

Граничные условия задачи (рис. 1, а):

- на оси симметрии $U_2 = 0$; $\sigma_{21} = 0$; $q_n = 0$;
- на поверхностях S_1, S_2, S_3

$$\begin{aligned} \sigma_{11}|_{S_1} &= -P_1; \quad \sigma_{12}|_{S_1} = 0; \quad \sigma_{21}|_{S_4} = 0; \\ \sigma_{22}|_{S_4} &= 0; \quad \sigma_{11}|_{S_3} = 0; \quad \sigma_{12}|_{S_3} = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

На границе двух слоев при $x_1 = x_1^*$ (рис. 2) имеем

$$\sigma_{12}^*|_{x_1=x_1^*} = -\psi\tau_s \frac{U_{\text{ск}}}{U^*} \cos(n, x_1), \quad (6)$$

где $U_{\text{ск}} = U_{|a_2} - U_{|a_1}$ – скольжение слоя a_2 относительно слоя a_1 вдоль координаты x_2 ; U^* – нормирующая величина U ; ψ – коэффициент трения на границе слоя t .

Температуры в жидком металле по оси симметрии и на наружной поверхности ОФ по экспериментальным данным аппроксимированы следующими аналитическими зависимостями [1]:

$$\theta_F = 1550 - 2,8\tau + 0,32\tau^2; \quad 0 < \tau < 40;$$

$$\theta|_{S_3} = 17 + 2,8\tau + 4,8\tau^2; \quad 0 < \tau < 25.$$

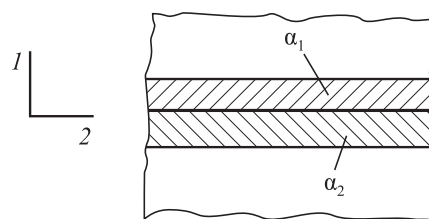


Рис. 2. Схема взаимодействия контактирующих слоев

Fig. 2. Scheme of contacting layers interaction

Рассмотрим полное скольжение слоев $\psi_t = 0$ и $P_1 = 0$.

Решение задачи осуществлялось численным методом [24], разработанными численными схемами с учетом программного комплекса [25], использованных также в работах [1, 4].

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Исследовали оболочковую форму, состоящую из 10 слоев, со следующими геометрическими параметрами: $T = 5$ мм; $H = 50$ мм; $R_1 = 20$ мм; имеющую свойства:

$$G = 2960 \text{ кг/мм}^2; \alpha = 0,51 \cdot 10^{-6} \text{ град}^{-1};$$

$$\lambda = 0,000812 \text{ Вт/(мм} \cdot \text{°C)}; C = 840 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{°C)}; \quad (7)$$

$$\gamma = 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ кг/мм}^3.$$

Следует отметить, что свойства (7) являются традиционными при изготовлении ОФ. На рис. 3 приведены

поля напряжений σ_{22} , σ_{11} (рис. 3, б) и поля перемещений U_1 , U_2 (рис. 3, в) в области ОФ при времени охлаждения $t = 18,6$ с. На рис. 3, а показана зависимость распределения температуры на оси симметрии ($x_2 = 0$). В других сечениях оболочковой формы график распределения температуры практически такой же (в количественной величине отклонение 10 – 15 °С). То есть рассматривается случай деформации ОФ только под воздействием температурного поля.

Слои оболочковой формы, находящиеся ближе к расплавленному металлу, увеличиваются в объеме значительно больше, чем периферийные слои ОФ. Видим по перемещениям U_1 , что ОФ как бы «раскрывается». Поля напряжений σ_{22} прямо противоположны по знаку напряжениям σ_{22} в ОФ, когда слои были как бы одним монолитом [2]. Слои около жидкого металла имеют положительное значение растягивающего напряжения σ_{22} , периферийные слои, имеющие температуру ниже, – имеют сжимающие напряжения.

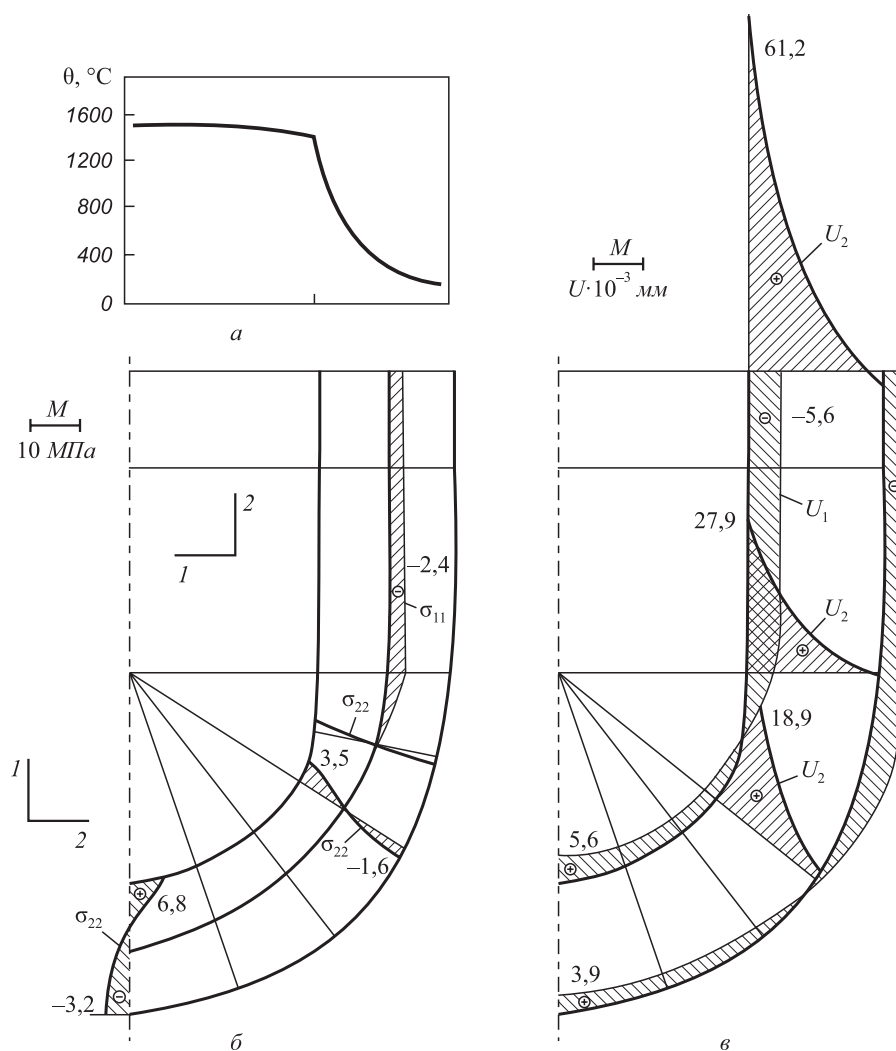


Рис. 3. Распределение температуры (а), поля напряжений σ_{11} , σ_{22} (б) и перемещений U_1 , U_2 (в) по толщине оболочки при времени охлаждения $\tau = 18,6$ с

Fig. 3. Distribution of temperature (а), stress fields σ_{11} , σ_{22} (б) and displacements U_1 , U_2 (в) over the shell thickness at cooling time $\tau = 18.6$ s

Напряжения σ_{22} (рис. 3, б) имеют место только в сферической части ОФ, в цилиндрической части их нет. В рассматриваемом случае имеют место напряжения σ_{11} (рис. 3, б), которые в работах [2, 4] отсутствуют, так как σ_{11} на два порядка меньше σ_{22} по абсолютной величине.

Наибольших значений напряжения σ_{11} достигают в центре поперечного сечения ОФ (сжимающие напряжения) и уменьшаются до нуля к поверхностям оболочковой формы. Таким образом, можно сделать вывод, что выполнять ОФ со слоями, скользящими друг относительно друга без трения, нельзя. Оболочковая форма разрушится, так как растягивающие напряжения в слое, примыкающем к жидкому металлу, достигают 6,8 МПа, что является недопустимым. В этом слое температура составляет 1400 °С, он будет разрушен.

При нагрузке ОФ гидростатическим давлением $P_1 = -\gamma h$ примем $U_1|_{S_3} = 0$. Результаты решения приведены на рис. 4 (сплошная линия). Так же, как и в предыдущем случае, напряжения σ_{22} имеют место толь-

ко в сферической зоне ОФ, но более ярко выражены (в цилиндрической части ОФ напряжения σ_{22} отсутствуют). Напряжения σ_{11} на поверхности контакта ОФ с опорным наполнителем (S_3) имеют знакопеременный характер (в нижней сферической части ОФ значения σ_{11} положительные, а затем переходят в сжимающие). Положительные значения σ_{11} на контактной поверхности указывают на возможность отставания в этой части ОФ от опорного наполнителя (ОН). Поля перемещений на рис. 4, б (сплошные линии) показывают совпадение по перемещениям U_2 (рис. 3, б).

Перемещения U_1 на рис. 4, б (сплошные линии) не значительны. Чтобы получить более точные результаты, решим контактную задачу: на поверхности S_3 (рис. 1, а) примем условие

$$\text{если } \sigma_{11}|_{S_3^k} > 0 \Rightarrow \sigma_{11}|_{S_3^k} = 0;$$

$$\text{если } u_1|_{S_3^k} < 0 \Rightarrow u_1|_{S_3^k} = 0,$$

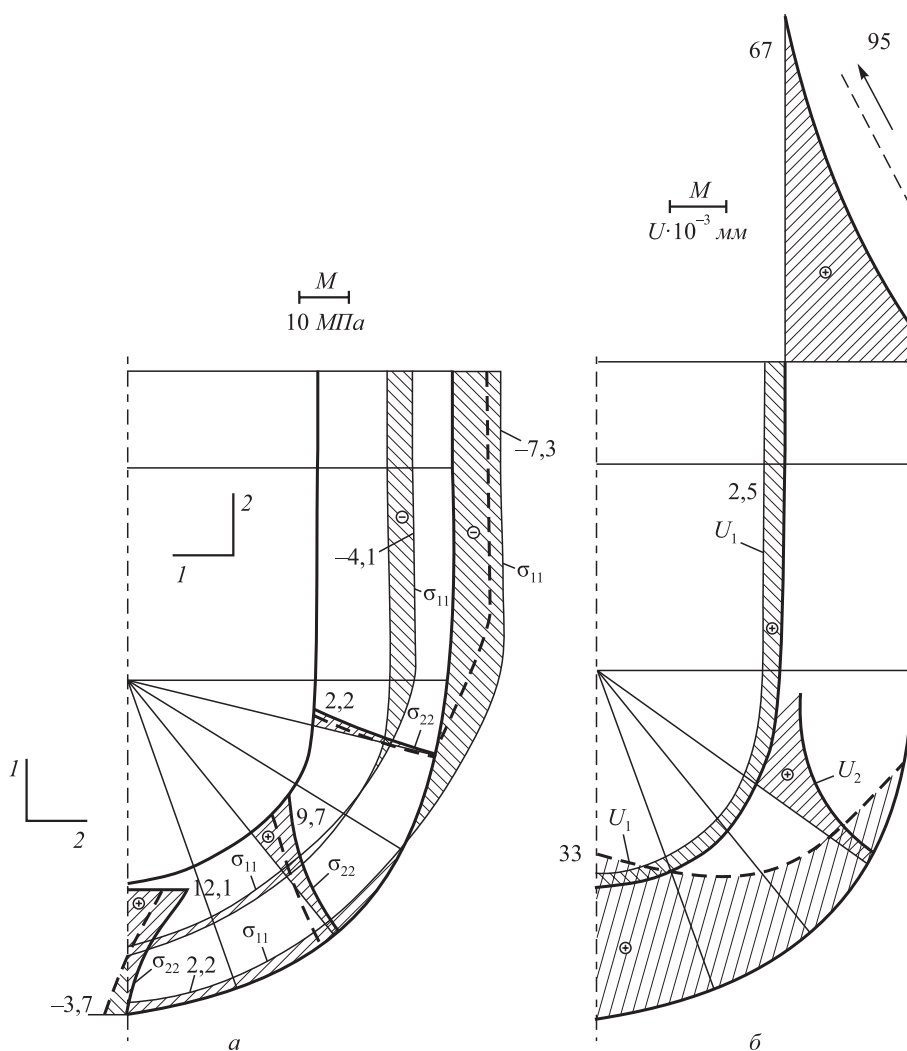


Рис. 4. Поля напряжений σ_{11} , σ_{22} (а) и перемещений U_1 , U_2 (б) по толщине оболочки при времени охлаждения $\tau = 18,6$ с и гидростатическом давлении

Fig. 4. Fields of stresses σ_{11} , σ_{22} (a) and displacements U_1 , U_2 (b) along the shell thickness at cooling time $\tau = 18.6$ s and hydrostatic pressure

где k – номер грани элемента на контактной поверхности.

При этом дополним граничные условия (5):

$$\sigma_{12}|_{S_3} = -\psi^* \tau_s \frac{U_{\text{ск}}}{U^*} \cos(n, x), \quad (9)$$

где ψ^* – коэффициент трения на поверхности контакта между ОФ и ОН.

В граничных условиях (9) положим $\psi^* = 0,01$. Условия (8) введены в алгоритм решения задачи. Условия (8) в итерационной схеме вычислений отслеживаются 4–5 раз, после чего изменений уже не происходит. Результаты решения задачи с учетом условий (8), (9) приведены на рис. 4 (штриховые линии). Наблюдаем общее уменьшение (по абсолютной величине) напряжений σ_{11} , σ_{22} (рис. 4, а). При этом, на большей области

сферической части ОФ имеет место отставание наружной части оболочковой формы от опорного наполнителя с наибольшей (0,033 мм) величиной оси симметрии (рис. 4, б). Перемещения U_2 на поверхности S_4 резко возросли (рис. 4, б).

Выводы

Проведенные расчеты и анализ полученных результатов показывают несостоятельность аргументации высказанной ранее идеи о возможности скольжения без трения между внутренними промежуточными слоями оболочковой формы из-за гарантированного ее разрушения, что подтверждается также практическим опытом. Внешнее нагружение верхней кромки стояка формы не рекомендуется из-за возможного при этом разрушении оболочковой формы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

REFERENCES

1. Математическое моделирование процессов получения отливок в керамические оболочковые формы / В.И. Одинок, Э.А. Дмитриев, А.И. Евстигнеев, А.В. Свиридов. М.: Инновационное машиностроение, 2020. 224 с.
2. Одинок В.И., Дмитриев Э.А., Евстигнеев А.И., Свиридов А.В., Иванова Е.П. Моделирование и оптимизация выбора свойств материалов и морфологического строения структуры оболочковых форм по выплавляемым моделям // Известия вузов. Черная металлургия. 2020. Т. 63. № 9. С. 742–754. <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2020-9-742-754>
3. Репях С.И. Технологические основы литья по выплавляемым моделям. Днепропетровск: Лира, 2006. 1056 с.
4. Евстигнеев А.И., Одинок В.И., Дмитриев Э.А., Свиридов А.В., Иванова Е.П. Влияние внешнего теплового воздействия на напряженное состояние оболочковых форм по выплавляемым моделям // Математическое моделирование. 2021. № 1. С. 63–76.
5. Kulikov G.M. Influence of anisotropy on the stress state of multilayer reinforced shells // Soviet Applied Mechanics. 1987. Vol. 22. No. 12. P. 1166–1170. <https://doi.org/10.1007/BF01375815>
6. Zveryaev E.M., Berlinov M.V., Berlinova M.N. The integral method of definition of basic tension condition anisotropic shell // International Journal of Applied Engineering Research. 2016. Vol. 11. No. 8. P. 5811–5816.
7. Maximyuk V.A., Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S. Stress state of flexible composite shells with reinforced holes // International Applied Mechanics. 2014. Vol. 50. No. 5. P. 558–565. <https://doi.org/10.1007/s10778-014-0654-6>
8. Vetrov O.S., Shevchenko V.P. Study of the stress-strain state of orthotropic shells under the action of dynamical impulse loads // Journal of Mathematical Sciences. 2012. Vol. 183. No. 2. P. 231–240. <https://doi.org/10.1007/s10958-012-0809-0>
9. Vasilenko A.T., Urusova G.P. The stress state of anisotropic conic shells with thickness varying in two directions // International Applied Mechanics. 2000. Vol. 35. No. 5. P. 631–638. <https://doi.org/10.1007/BF02682077>
10. Tovstik P.E., Tovstik T.P. Two-dimensional linear model of elastic shell accounting for general anisotropy of material // Acta Mechanica. 2014. Vol. 225. No. 3. P. 647–661. <https://doi.org/10.1007/s00707-013-0986-z>
11. Grigorenko Y.M., Vasilenko A.T., Pankratova N.D. Stress state and deformability of composite shells in the three-dimensional statement // Mechanics of Composite Materials. 1985. Vol. 20. No. 4. P. 468–474. <https://doi.org/10.1007/BF00609648>
1. Odiakov V.I., Dmitriev E.A., Evstigneev A.I., Sviridov A.V. *Mathematical Modeling of Castings Obtaining in Ceramic Shell Molds*. Moscow: Innovatsionnoe mashinostroyeniye, 2020, 224 p. (In Russ.).
2. Odiakov V.I., Dmitriev E.A., Evstigneev A.I., Sviridov A.V., Ivankova E.P. Choice of materials properties and structure of shell molds by investment models. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2020, vol. 63, no. 9, pp. 742–754. (In Russ.). <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2020-9-742-754>
3. Repyakh S.I. *Technological Basics of Casting by Investment Models*. Dnepropetrovsk: Lira, 2006, 1056 p. (In Russ.).
4. Evstigneev A.I., Odiakov V.I., Dmitriev E.A., Sviridov A.V., Ivankova E.P. Influence of external thermal action on stress state of shell molds by smelting molds. *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2021, vol. 13, no. 5, pp. 780–789. <https://doi.org/10.1134/S2070048221050112>
5. Kulikov G.M. Influence of anisotropy on the stress state of multilayer reinforced shells. *Soviet Applied Mechanics*. 1987, vol. 22, no. 12, pp. 1166–1170. <https://doi.org/10.1007/BF01375815>
6. Zveryaev E.M., Berlinov M.V., Berlinova M.N. The integral method of definition of basic tension condition anisotropic shell. *International Journal of Applied Engineering Research*. 2016, vol. 11, no. 8, pp. 5811–5816.
7. Maximyuk V.A., Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S. Stress state of flexible composite shells with reinforced holes. *International Applied Mechanics*. 2014, vol. 50, no. 5, pp. 558–565. <https://doi.org/10.1007/s10778-014-0654-6>
8. Vetrov O.S., Shevchenko V.P. Study of the stress-strain state of orthotropic shells under the action of dynamical impulse loads. *Journal of Mathematical Sciences*. 2012, vol. 183, no. 2, pp. 231–240. <https://doi.org/10.1007/s10958-012-0809-0>
9. Vasilenko A.T., Urusova G.P. The stress state of anisotropic conic shells with thickness varying in two directions. *International Applied Mechanics*. 2000, vol. 35, no. 5, pp. 631–638. <https://doi.org/10.1007/BF02682077>
10. Tovstik P.E., Tovstik T.P. Two-dimensional linear model of elastic shell accounting for general anisotropy of material. *Acta Mechanica*. 2014, vol. 225, no. 3, pp. 647–661. <https://doi.org/10.1007/s00707-013-0986-z>
11. Grigorenko Y.M., Vasilenko A.T., Pankratova N.D. Stress state and deformability of composite shells in the three-dimensional statement. *Mechanics of Composite Materials*. 1985, vol. 20, no. 4, pp. 468–474. <https://doi.org/10.1007/BF00609648>

12. Vasilenko A.T., Sudavtsova G.K. The stress state of stiffened shallow orthotropic shells // *International Applied Mechanics*. 2001. Vol. 37. No. 2. P. 251–262. <https://doi.org/10.1023/A:1011393724113>
13. Nemish Yu.N., Zirka A.I., Chernopiskii D.I. Theoretical and experimental investigations of the stress-strain state of nonthin cylindrical shells with rectangular holes // *Prikladnaya Mekhanika*. 2000. Vol. 36. No. 12. P. 93–98.
14. Rogacheva N.N. The effect of surface stresses on the stress-strain state of shells // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 2016. Vol. 80. No. 2. P. 173–181. <https://doi.org/10.1016/j.jappmathmech.2016.06.011>
15. Banichuk N.V., Ivanova S.Yu., Makeev E.V. On the stress state of shells penetrating into a deformable solid // *Mechanics of Solids*. 2015. Vol. 50. No. 6. P. 698–703. <https://doi.org/10.3103/S0025654415060102>
16. Krasovsky V.L., Lykhachova O.V., Bessmertnyi Ya.O. Deformation and stability of thin-walled shallow shells in the case of periodically non-uniform stress-strain state. In: *Proceedings of the 11th Int. Conf. "Shell Structures: Theory and Applications"*. 2018. Vol. 4. P. 251–254. <https://doi.org/10.1201/9781315166605-55>
17. Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S., Kharenko S.B. Elastoplastic deformation of conical shells with two circular holes // *International Applied Mechanics*. 2012. Vol. 48. No. 3. P. 343–348. <https://doi.org/10.1007/s10778-012-0525-y>
18. Ivanov V.N., Imomnazarov T.S., Farhan I.T.F., Tiekolo D. Analysis of stress-strain state of multi-wave shell on parabolic trapezoidal plan // *Advanced Structured Materials*. 2020. Vol. 113. P. 257–262. https://doi.ru/10.1007/978-3-030-20801-1_19
19. Gerasimenko P.V., Khodakovskiy V.A. Numerical algorithm for investigating the stress-strain state of cylindrical shells of railway tanks // *Vestnik of the St. Petersburg university: Mathematics*. 2019. Vol. 52. No. 2. P. 207–213. <https://doi.org/10.1134/S1063454119020067>
20. Meish V.F., Maiborodina N.V. Stress state of discretely stiffened ellipsoidal shells under a nonstationary normal load // *Int. Applied Mechanics*. 2018. Vol. 54. No. 6. P. 675–686. <https://doi.org/10.1007/s10778-018-0922-y>
21. Marchuk A.V., Gnidashev S.V. Analysis of the effect of local loads on thick-walled cylindrical shells with different boundary conditions // *International Applied Mechanics*. 2016. Vol. 52. No. 4. P. 368–377. <https://doi.org/10.1007/s10778-016-0761-7>
22. Maksimyuk V.A., Mulyar V.P., Chernyshenko I.S. Stress state of thin spherical shells with an off-center elliptic hole // *International Applied Mechanics*. 2003. Vol. 39. No. 5. P. 595–598. <https://doi.org/10.1023/A:1025147927708>
23. Grigorenko Ya.M., Grigorenko A.Ya., Zakhariichenko L.I. Analysis of influence of the geometrical parameters of elliptic cylindrical shells with variable thickness on their stress-strain state // *International Applied Mechanics*. 2018. Vol. 54. No. 2. P. 155–162. <https://doi.org/10.1007/s10778-018-0867-1>
24. Математическое моделирование сложных технологических процессов / В.И. Одинокоев, Б.Г. Каплунев, А.В. Песков, А.В. Баков. М.: Наука, 2008. 176 с.
25. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2012661389. ОДИСЕЙ / В.И. Одинокоев, А.Н. Прокудин, А.М. Сергеева, Г.М. Севастьянов. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 13.12.2012.
12. Vasilenko A.T., Sudavtsova G.K. The stress state of stiffened shallow orthotropic shells. *International Applied Mechanics*. 2001, vol. 37, no. 2, pp. 251–262. <https://doi.org/10.1023/A:1011393724113>
13. Nemish Yu.N., Zirka A.I., Chernopiskii D.I. Theoretical and experimental investigations of the stress-strain state of nonthin cylindrical shells with rectangular holes. *Prikladnaya Mekhanika*. 2000, vol. 36, no. 12, pp. 93–98.
14. Rogacheva N.N. The effect of surface stresses on the stress-strain state of shells. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 2016, vol. 80, no. 2, pp. 173–181. <https://doi.org/10.1016/j.jappmathmech.2016.06.011>
15. Banichuk N.V., Ivanova S.Yu., Makeev E.V. On the stress state of shells penetrating into a deformable solid. *Mechanics of Solids*. 2015, vol. 50, no. 6, pp. 698–703. <https://doi.org/10.3103/S0025654415060102>
16. Krasovsky V.L., Lykhachova O.V., Bessmertnyi Ya.O. Deformation and stability of thin-walled shallow shells in the case of periodically non-uniform stress-strain state. In: *Proceedings of the 11th Int. Conference "Shell Structures: Theory and Applications"*. 2018, vol. 4, pp. 251–254. <https://doi.org/10.1201/9781315166605-55>
17. Storozhuk E.A., Chernyshenko I.S., Kharenko S.B. Elastoplastic deformation of conical shells with two circular holes. *International Applied Mechanics*. 2012, vol. 48, no. 3, pp. 343–348. <https://doi.org/10.1007/s10778-012-0525-y>
18. Ivanov V.N., Imomnazarov T.S., Farhan I.T.F., Tiekolo D. Analysis of stress-strain state of multi-wave shell on parabolic trapezoidal plan. *Advanced Structured Materials*. 2020, vol. 113, pp. 257–262. https://doi.ru/10.1007/978-3-030-20801-1_19
19. Gerasimenko P.V., Khodakovskiy V.A. Numerical algorithm for investigating the stress-strain state of cylindrical shells of railway tanks. *Vestnik of the St. Petersburg university: Mathematics*. 2019, vol. 52, no. 2, pp. 207–213. <https://doi.org/10.1134/S1063454119020067>
20. Meish V.F., Maiborodina N.V. Stress state of discretely stiffened ellipsoidal shells under a nonstationary normal load. *International Applied Mechanics*. 2018, vol. 54, no. 6, pp. 675–686. <https://doi.org/10.1007/s10778-018-0922-y>
21. Marchuk A.V., Gnidashev S.V. Analysis of the effect of local loads on thick-walled cylindrical shells with different boundary conditions. *International Applied Mechanics*. 2016, vol. 52, no. 4, pp. 368–377. <https://doi.org/10.1007/s10778-016-0761-7>
22. Maksimyuk V.A., Mulyar V.P., Chernyshenko I.S. Stress state of thin spherical shells with an off-center elliptic hole. *International Applied Mechanics*. 2003, vol. 39, no. 5, pp. 595–598. <https://doi.org/10.1023/A:1025147927708>
23. Grigorenko Ya.M., Grigorenko A.Ya., Zakhariichenko L.I. Analysis of influence of the geometrical parameters of elliptic cylindrical shells with variable thickness on their stress-strain state. *International Applied Mechanics*. 2018, vol. 54, no. 2, pp. 155–162. <https://doi.org/10.1007/s10778-018-0867-1>
24. Odinokov V.I., Kaplunov B.G., Peskov A.V., Bakov A.V. *Mathematic Modeling of Complex Technological Processes*. Moscow: Nauka, 2008, 176 p. (In Russ.).
25. Odinokov V.I., Prokudin A.N., Sergeeva A.M., Sevast'yanov G.M. *Certificate of state registration of the computer program no. 2012661389. ODYSSEUS*. Registered in the Register of Computer Programs on 13.12.2012.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Валерий Иванович Одинокоев, д.т.н., профессор, главный научный сотрудник Управления научно-исследовательской деятельностью, Комсомольский-на-Амуре государственный университет
ORCID: 0000-0003-0200-1675
E-mail: 79122718858@yandex.ru

Valerii I. Odinokov, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Chief Researcher of the Department of Research Activities, Komsomolsk-on-Amur State University
ORCID: 0000-0003-0200-1675
E-mail: 79122718858@yandex.ru

Алексей Иванович Евстигнеев, д.т.н., профессор, главный научный сотрудник Управления научно-исследовательской деятельностью, Комсомольский-на-Амуре государственный университет
ORCID: 0000-0002-9594-4068
E-mail: diss@knastu.ru

Эдуард Анатольевич Дмитриев, д.т.н., доцент, ректор, Комсомольский-на-Амуре государственный университет
ORCID: 0000-0001-8023-316X
E-mail: rector@knastu.ru

Дарья Витальевна Чернышова, аспирант, Комсомольский-на-Амуре государственный университет
ORCID: 0000-0001-5142-2455
E-mail: daracernysova744@gmail.com

Анна Алексеевна Евстигнеева, студент, Комсомольский-на-Амуре государственный университет
ORCID: 0000-0003-0667-2468
E-mail: annka.ewstic@mail.ru

Aleksei I. Evstigneev, Dr. Sci. (Eng.), Prof., Chief Researcher of the Department of Research Activities, Komsomolsk-on-Amur State University
ORCID: 0000-0002-9594-4068
E-mail: diss@knastu.ru

Eduard A. Dmitriev, Dr. Sci. (Eng.), Assist. Prof., Rector, Komsomolsk-on-Amur State University
ORCID: 0000-0001-8023-316X
E-mail: rector@knastu.ru

Dar'ya V. Chernyshova, Postgraduate, Komsomolsk-on-Amur State University
ORCID: 0000-0001-5142-2455
E-mail: daracernysova744@gmail.com

Anna A. Evstigneeva, Student, Komsomolsk-on-Amur State University
ORCID: 0000-0003-0667-2468
E-mail: annka.ewstic@mail.ru

ВКЛАД АВТОРОВ

CONTRIBUTION OF THE AUTHORS

В. И. Одинокое – научное руководство, анализ результатов исследований, редактирование и корректировка финальной версии статьи.

А. И. Евстигнеев – формирование концепции статьи, определение цели и задачи исследования, анализ результатов исследований, подготовка текста.

Э. А. Дмитриев – проведение расчетов, их анализ, подготовка и корректировка текста.

Д. В. Чернышова – проведение расчетов, подготовка библиографического списка, обработка графического материала.

А. А. Евстигнеева – проведение расчетов, подготовка и оформление текстового и графического материалов.

V. I. Odinokov – scientific guidance, analysis of research results, editing and correction of the article final version.

A. I. Evstigneev – formation of concept, goal and objectives of the study, analysis of research results, preparation of the text.

E. A. Dmitriev – calculations, their analysis, preparation and correction of the text.

D. V. Chernyshova – calculations, preparation of references, graphic material processing.

A. A. Evstigneeva – calculations, preparation and design of text and graphic material.

Поступила в редакцию 10.06.2021
 После доработки 20.09.2021
 Принята к публикации 01.10.2021

Received 10.06.2021
 Revised 20.09.2021
 Accepted 01.10.2021