



Оригинальная статья

УДК 621.771.23.09

DOI 10.17073/0368-0797-2022-1-21-27



ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗГИБА ТОЛСТОЛИСТОВОГО ПРОКАТА С ГРАДИЕНТОМ ПРОЧНОСТНЫХ СВОЙСТВ ПО ТОЛЩИНЕ

А. Б. Максимов¹, Ю. Г. Пронина²

¹ Керченский государственный морской технологический университет (Россия, 298309, Крым, Керчь, ул. Орджоникидзе, 82)

² Санкт-Петербургский государственный университет (Россия, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7-9)

Аннотация. В работе исследуется изгиб пластины из толстолистовой судовой стали А32 с градиентом прочностных свойств по толщине. Градиент свойств достигался односторонним ускоренным охлаждением пластины из аустенитной области. Вследствие этого по толщине пластины формировался спектр микроструктур: от феррито-бейнитной на ускоренно охлаждаемой поверхности до феррито-перлитной на другой. При малом упругопластическом изгибе стальной пластины с однородной микроструктурой нейтральная плоскость деформации смещается в область сжатия, что объясняется большим сопротивлением материала сжатию, чем растяжению. Исследования смещения нейтральной плоскости при изгибе стальных пластин с градиентом прочности по толщине и *SD*-эффектом (различными пределами текучести на растяжение и сжатие) в литературе не найдено. Цель настоящей работы заключалась в разработке математической модели пластического изгиба стальной пластины с *SD*-эффектом и градиентом прочности по толщине при конечных прогибах для подтверждения целесообразности одностороннего термического армирования листового проката. Установлено, что смещение нейтральной плоскости при изгибе, обусловленное *SD*-эффектом, зависит от коэффициента разнопрочности и направлено в сторону сжатых волокон. Смещение нейтральной плоскости, вызванное градиентом прочности, зависит от абсолютной величины этого градиента и направлено в сторону градиента. Рассчитано, что величина предельного изгибающего момента при изгибе пластины из стали А32 с градиентом прочностных свойств по толщине не меньше аналогичной величины для нормализованного и термоупрочненного состояния при любом направлении градиента прочности относительно направления изгиба. Сделан вывод, что предложенная технология упрочняющей обработки толстолистового проката из углеродистых и низколегированных сталей с использованием ускоренного одностороннего охлаждения обеспечивает комплекс механических свойств не хуже, чем для термоупрочненного состояния. При этом экономия охлаждающей воды составляет до 40 %.

Ключевые слова: судостроительная сталь, толстолистовой прокат, одностороннее ускоренное охлаждение, экономия ресурсов, градиент прочности, пластический изгиб, смещение нейтральной плоскости, критический изгибающий момент, аналитическое решение

Финансирование: Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 21-19-00100).

Для цитирования: Максимов А.Б., Пронина Ю.Г. Исследование изгиба толстолистового проката с градиентом прочностных свойств по толщине // Известия вузов. Черная металлургия. 2022. Т. 65. № 1. С. 21–27. <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2022-1-21-27>

Original article

STUDY OF BENDING OF PLATE STEEL WITH A THROUGH-THE-THICKNESS GRADIENT OF STRENGTH PROPERTIES

A. B. Maksimov¹, Yu. G. Pronina²

¹ Kerch State Marine Technical University (82 Ordzhonikidze Str., Kerch, Crimea 298309, Russian Federation)

² Saint Petersburg State University (7-9 Universitetskaya Quay, St. Petersburg 199034, Russian Federation)

Abstract. The paper considers the studies of bending of a plate made of A32 ship steel with a through-the-thickness gradient of strength properties. The grading was produced by accelerated one-sided cooling of the plate from the austenitic area. As a result, a spectrum of microstructures was formed over the thickness of the plate: from ferrite-bainite on the cooled surface to ferrite-perlite on the other. During elastic-plastic bending of a steel plate with a homogeneous microstructure, the neutral surface shifts towards the compressed fibers, which is explained by the greater resistance of the material to compression than to tension. The purpose of this work was to develop a finite plastic deformation model of bending of a steel plate with tension/compression (T/C) asymmetry and a strength gradient to confirm the expediency of one-sided thermal reinforcement of rolled sheets. It is confirmed that the displacement of the neutral surface caused by T/C asymmetry depends on the asymmetry ratio and does not depend on the steel microstructure, and is directed towards the compressed fibers. The displacement caused by the strength gradient depends on the absolute value of this gradient and is directed towards it. Calculations revealed that the critical bending moment for a plate made of A32 steel with a strength gradient is not less than that for the normalized and thermally hardened (by quenching and tempering) states, at any direction of the strength gradient with respect to the bending direction. It is concluded that the proposed technology of thermal reinforcement of heavy-plate rolled products made of carbon and low-alloy steels using accelerated one-sided cooling provides mechanical properties not worse than for the thermally hardened state. This saves up to 40 % of cooling water.

Keywords: ship steel, steel plate, one-sided accelerated cooling, resource saving, strength gradient, plastic bending, displacement of neutral surface, critical bending moment, analytical solution

Funding: The work was partially supported by the Russian Science Foundation (grant No. 21-19-00100).

For citation: Maksimov A.B., Pronina Yu.G. Study of bending of plate steel with a through-the-thickness gradient of strength properties. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2022, vol. 65, no. 1, pp. 21–27. (In Russ.). <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2022-1-21-27>

ВВЕДЕНИЕ

Экспериментально установлено, что при упругопластическом изгибе плоских образцов из углеродистой стали с однородной феррито-перлитной структурой происходит смещение нейтральной плоскости деформации в сторону сжатых волокон. При малых прогибах это может быть объяснено большим сопротивлением сжатию, чем растяжению [1]. При большой кривизне данный эффект может быть обусловлен ростом поперечных напряжений [2]. Разница между пределами текучести при сжатии и растяжении наблюдается для многих металлов и сплавов [3, 4]. Чистый изгиб пластин или балок из таких материалов с гомогенной структурой исследован, например, в работах [5–7].

Одной из разновидностей термического армирования листового стального проката является наличие градиента прочностных свойств по толщине листа вследствие закономерного расположения различных микроструктур между его поверхностями [8, 9]. При упругопластическом изгибе такого материала смещение нейтральной плоскости деформации обусловлено, во-первых, большей прочностью стали при сжатии, чем при растяжении, и, во-вторых, градиентом прочности по толщине проката. Теория изгиба пластин с неоднородной по толщине структурой хорошо разработана для слоистых материалов. В частности, чистый пластический изгиб изучался в [10, 11], вязкоупругие композиты рассматривались в [12]. В большом количестве работ исследовался изгиб пластин с градиентом упругих свойств по толщине [13–16]. В случае термически армированного листа градиентом упругих характеристик можно пренебречь в виду его малости. Работ, посвященных упругопластическому изгибу стальных листов с градиентом прочности (предела текучести) по толщине и *SD*-эффектом (т. е. различными пределами текучести на растяжение и сжатие), в литературе не обнаружено.

Целью настоящего исследования является построение математической модели для оценки смещения нейтральной плоскости деформации и величины предельного изгибающего момента при чистом изгибе стальной пластины с *SD*-эффектом и градиентом прочности по толщине для подтверждения целесообразности термического армирования листового проката, работающего на изгиб.

МАТЕРИАЛ И МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЙ

Для решения поставленной цели были использованы экспериментальные данные работы [9]. Материалом

исследования служила толстолистовая судовая сталь А32, поставляемая по ГОСТ Р 52927–2015 с содержанием углерода не более 0,18 %, марганца 0,90–1,60 %, кремния 0,15–0,50 % и добавками хрома, меди и никеля. Заготовки из стали А32 толщиной $14 \cdot 10^{-3}$ м подвергали аустенитизации при температуре нагрева 920 – (30 ÷ 50) °С с последующим односторонним ускоренным охлаждением водой в лабораторной установке. Плотность орошения водой составляла $17,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$. Скорость охлаждения металла на поверхности заготовок составляла (60–80) °С/с. Для сравнительного анализа часть заготовок подвергалась нормализации: нагрев в печи до температуры 920 – (30 ÷ 50) °С с последующим охлаждением на воздухе. Другую часть заготовок подвергали термоупрочнению: закалке от температуры 920 – (30 ÷ 50) °С путем погружения в воду с последующим отпуском при температуре 650 °С.

Из термически обработанных заготовок вырезали образцы для испытания на изгиб по ГОСТ 14019–80 «Металлы. Методы испытания на изгиб» до угла изгиба с максимальным усилием. Твердость стали измеряли по ГОСТ 2999–75. «Металлы и сплавы. Метод измерения твердости по Виккерсу» при нагрузке 20Н [9].

Среднее значение градиента твердости составило $4,14 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}^3$.

Обработку экспериментальных данных и расчеты проводили с помощью прикладного пакета MATLAB.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

В результате одностороннего ускоренного охлаждения по толщине листа формировался спектр микроструктур: от феррито-бейнитной на ускоренно охлаждаемой поверхности до феррито-перлитной на неохлаждаемой. При нормализации формируется феррито-перлитная структура. После термоупрочнения – феррито-цементитная структура.

Пределы текучести при растяжении образцов после нормализации и термоупрочнения оказались равными 345 и 490 МПа соответственно.

Распределение твердости по толщине листа, полученное в работе [9], при одностороннем охлаждении для образцов толщиной $14 \cdot 10^{-3}$ м можно описать кубическим корреляционным уравнением ($R^2 = 0,985$)

$$HV = 3,91 \cdot 10^7 \tilde{x}^3 + 306\,548 \tilde{x}^2 - 6138,7 \tilde{x} + 158,31, \quad (1)$$

где ось $0\tilde{x}$, с началом на срединной плоскости листа, направлена по его толщине в сторону градиента твер-

дости. Заметим, что градиент твердости по толщине изделий может быть вызван и другими способами обработки материалов [17].

Поскольку между твердостью, пределом текучести и пределом прочности существует устойчивая линейная корреляционная зависимость (для стали A32: $\sigma_y^+ = 3,22 \text{ HV}$, где σ_y^+ – предел текучести на растяжение, HV – твердость по Виккерсу [8], а для предела прочности на растяжение высокопрочных сталей $\sigma_b = 3,60 \text{ HV}$ [18]), то изменение предела текучести по толщине листа также можно описать кубическим уравнением

$$\sigma_y^+(x) = C_0 + C_1x + C_2x^2 + C_3x^3. \quad (2)$$

Здесь и далее ось $0x$, с началом на срединной плоскости пластины, будем считать направленной по толщине пластины в сторону растянутых волокон. Заметим, что знаки коэффициентов при нечетных степенях x в уравнении (2) будут противоположны знакам соответствующих коэффициентов уравнения (1), если градиент твердости противоположен направлению оси $0x$, т. е. $\text{grad } \sigma_y^+ = \frac{d\sigma_y^+}{dx} < 0$. Также будем считать, что предел текучести на растяжение ($\sigma_y^+ > 0$) связан с пределом

текучести на сжатие ($\sigma_y^- < 0$) соотношением $d = \frac{|\sigma_y^-|}{\sigma_y^+}$,

где, как правило, $d \geq 1$.

Обозначим смещение нейтральной плоскости деформации при изгибе листа, вызванное SD -эффектом (разнопрочностью), через c_{SD} . Это смещение при $d > 1$ направлено в сторону сжатых волокон. Смещение, вызванное градиентом прочности (твердости), обозначим через c_{gr} . Оно всегда направлено в сторону градиента прочности. Общее смещение нейтральной плоскости, которое обозначим через c , можно условно определить, как суперпозицию:

$$c = c_{SD} + c_{gr}. \quad (3)$$

На рис. 1 представлены схемы смещения нейтральной плоскости в зависимости от направлений изгибающей силы и градиента прочности по толщине. Слева показаны эпюры твердости по толщине. Стрелками указано направление смещений c_{SD} и c_{gr} при изгибе. Если градиент прочности направлен в сторону растянутых волокон (вариант А, рис. 1, а), то смещение нейтральной плоскости c_{gr} , вызванное градиентом прочности по толщине, станет направлено в сторону растянутых волокон, т. е. противоположно смещению от разнопрочности. Поэтому общее смещение нейтральной плоскости (c_A) в этом случае будет определяться разностью их абсолютных значений. Если градиент прочности направлен в сторону сжатых волокон (вариант В, рис. 1, б), то смещения нейтральной плоскости от раз-

нопрочности и градиента прочности по толщине станут направлены в одну сторону. Общее смещение (c_B) в этом варианте будет определяться как сумма их абсолютных значений.

На самом деле смещения c_{SD} и c_{gr} связаны друг с другом (т. е. общее смещение c является решением связанной задачи). Однако, как показано ниже, их значения приближенно равны смещениям нейтральной плоскости при решении отдельных задач (частных случаев общей связанной задачи, учитывающих каждый из эффектов по отдельности).

Рассмотрим связанную задачу о чистом изгибе пластины толщиной h из материала с переменным по толщине пределом текучести, заданным уравнением (2), и обладающую SD -эффектом. Считаем, что диаграмма напряжений – деформаций обладает выраженной площадкой текучести, что позволяет применить модель идеального упругопластического материала при конечных прогибах, а также использовать стандартные положения технической теории изгиба пластин в рамках гипотез плоской деформации. Стадия разгрузки и знакопеременное нагружение не рассматриваются. Считаем положительным направление изгибающего момен-

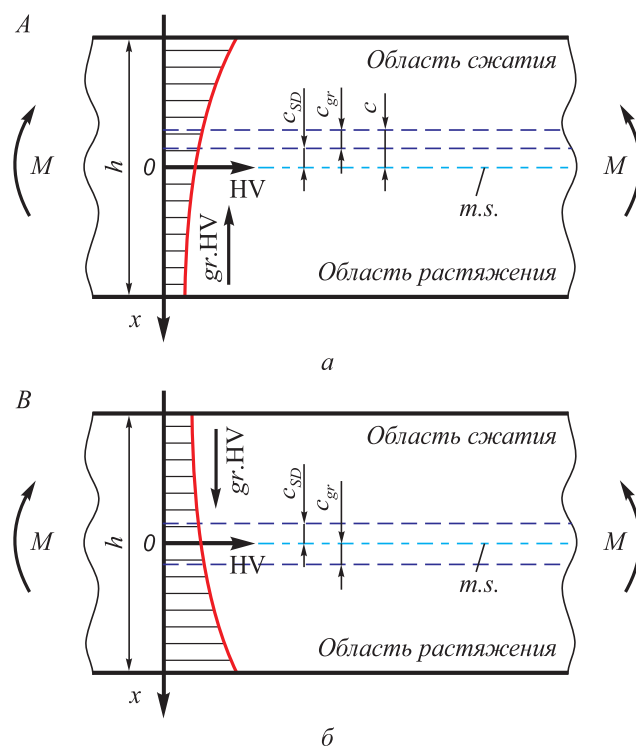


Рис. 1. Схемы смещения нейтральной плоскости деформации в зависимости от направления изгиба и градиента твердости по толщине:

а – вариант А; б – вариант В; $m.s.$ – геометрически средняя плоскость образца; $gr. \text{HV}$ – градиент HV

Fig. 1. Schemes of displacement of the neutral surface depending on direction of bending moment and through-the-thickness strength gradient:

а – case A; б – case B; $m.s.$ – mid surface of the sample; $gr. \text{HV}$ – gradient HV

та M , которое изгибает пластину выпуклостью вдоль оси Ox .

Изгиб пластины при малых прогибах и постепенно повышающемся моменте M можно условно разделить на три стадии:

– стадия *I* упругого изгиба длится до тех пор, пока на одной из поверхностей не будет достигнут предел текучести;

– стадия *II* упругопластического изгиба, когда зона пластичности образовалась и растет только на одной из сторон пластины;

– стадия *III*, начинающаяся в момент достижения предела текучести на второй стороне пластины и заканчивающаяся в момент перехода пластины в состояние текучести по всей толщине.

Естественно, при $\sigma_y^+\left(\frac{h}{2}\right) = -d\sigma_y^-\left(-\frac{h}{2}\right)$ стадия *II* исчезает. В данной работе принят критерий текучести в форме Треска, т. е. материал переходит в состояние текучести, когда продольные напряжения в рассматриваемой точке достигают предела σ_y^+ при растяжении или σ_y^- при сжатии. Требуется определить смещение с нейтральной плоскости пластины и величину критического момента M^* – минимального изгибающего момента, при котором пластина переходит в пластическое состояние по всей толщине.

Смещение c может быть найдено из условия равновесия

$$-d \int_{-\frac{h}{2}-c}^0 \sigma_y^+(\hat{x}+c) d\hat{x} + \int_0^{\frac{h}{2}-c} \sigma_y^+(\hat{x}+c) d\hat{x} = 0, \quad (4)$$

где координата $\hat{x}$ отсчитывается от нейтральной плоскости пластины, т. е. $x = \hat{x} + c$. Выполняя интегрирование, получаем, что смещение является наименьшим по абсолютному значению вещественным корнем алгебраического уравнения четвертого порядка:

$$A_0 + A_1 c + A_2 c^2 + A_3 c^3 + A_4 c^4 = 0, \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} A_0 &= (d-1) \left[C_0 \frac{h}{2} + \frac{C_2}{3} \left(\frac{h}{2} \right)^3 \right] - \\ &- (1+d) \left[\frac{C_1}{2} \left(\frac{h}{2} \right)^2 + \frac{C_3}{4} \left(\frac{h}{2} \right)^4 \right], \\ A_1 &= (1+d) C_0, \quad A_2 = (1+d) \frac{C_1}{2}, \\ A_3 &= (1+d) \frac{C_2}{3}, \quad A_4 = (1+d) \frac{C_3}{4}. \end{aligned}$$

Критический момент определяется по формуле

$$\begin{aligned} M^* &= -d \int_{-\frac{h}{2}-c}^0 \sigma_y^+(\hat{x}+c) \hat{x} d\hat{x} + \int_0^{\frac{h}{2}-c} \sigma_y^+(\hat{x}+c) \hat{x} d\hat{x} = \\ &= -(d-1) \left[\frac{C_1}{3} + \frac{C_3}{5} \left(\frac{h}{2} \right)^2 \right] \left(\frac{h}{2} \right)^3 + \\ &+ (d+1) \left[\frac{C_0}{2} + \frac{C_2}{4} \left(\frac{h}{2} \right)^2 \right] \left(\frac{h}{2} \right)^2 - \\ &- (d+1) \left[\frac{C_0}{2} c^2 + \frac{C_1}{3} c^3 + \frac{C_2}{4} c^4 + \frac{C_3}{5} c^5 \right]. \quad (6) \end{aligned}$$

Рассмотрим несколько частных случаев, когда смещение c , определяемое решением уравнения (5), может быть записано в явном виде.

При постоянном пределе текучести $\sigma_y^+(x) = C_0 = \text{const}$ (т. е. $\text{grad } \sigma_y^+ = 0$)

$$c = -\frac{h}{2} \frac{d-1}{d+1}, \quad (7)$$

$$M^* = (d+1) \frac{C_0}{2} \left[\left(\frac{h}{2} \right)^2 - c^2 \right] = C_0 \left(\frac{h}{2} \right)^2 \frac{2d}{d+1}. \quad (8)$$

При линейной аппроксимации переменного предела текучести $\sigma_y^+(x) = C_0 + C_1 x$ (т. е. $\text{grad } \sigma_y^+ = C_1$)

$$c = -\frac{C_0}{C_1} + \text{sign} C_1 \sqrt{\left(\frac{C_0}{C_1} \right)^2 + \left(\frac{h}{2} \right)^2 - 2 \frac{C_0}{C_1} \frac{h}{2} \frac{d-1}{d+1}}. \quad (9)$$

При симметричном относительно срединной плоскости изменении предела текучести $\sigma_y^+(x) = C_0 + C_2 x^2$

$$c = -\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{Q}} - \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{Q}}, \quad (10)$$

$$\text{где } q = 3 \frac{d-1}{d+1} \left[\frac{C_0}{C_2} \frac{h}{2} + \frac{1}{3} \left(\frac{h}{2} \right)^3 \right], \quad Q = \left(\frac{q}{2} \right)^2 + \left(\frac{C_0}{C_2} \right)^3.$$

Критический момент в последних двух случаях вычисляется по формуле (6).

С учетом нелинейных и динамических эффектов задача существенно усложняется [19, 20].

На рис. 2 представлены зависимости смещения нейтральной плоскости c (относительно оси Ox) от коэффициента разнотекучности d , вычисленные по формулам (5) для термически армированного материала и (7) для нормализованных и термоупрочненных образцов.

Из формулы (7) и рис. 2 видно, что абсолютная величина смещения $|c_{SD}|$ при изгибе не зависит от термообработки образцов и возрастает с увеличением коэффициента разнотекучности d почти линейно в рассматриваемом диапазоне изменения d (кривая 1). При

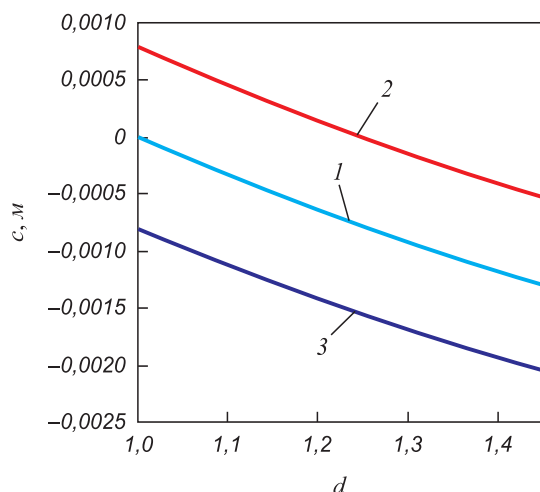


Рис. 2. Зависимость общего смещения нейтральной плоскости c от коэффициента разнородности d для образцов: 1 – нормализованных и термоупрочненных; термически армированных образцов (2 – вариант А, 3 – вариант В)

Fig. 2. Dependences of displacement of the neutral surface c on the asymmetry ratio d for the samples: 1 – normalized and thermally hardened; thermally reinforced (2 – case A, 3 – case B)

этом для нормализованных и термоупрочненных образцов (гомогенные микроструктуры) смещения $c = c_{SD}$ совпадают. Составляющая смещения от градиента прочности c_{gr} (расстояние по оси ординат между кривой 1 и верхней либо нижней кривыми на рис. 2) для обоих вариантов А и В ориентации градиента прочности относительно градиента продольных деформаций слабо зависит от рассматриваемых значений коэффициента разнородности d и приблизительно равна $\pm 0,8 \cdot 10^{-3}$ м, где знак определяется знаком градиента прочности. Смещение нейтральной плоскости, связанное с градиентом прочности по толщине, зависит от абсолютной величины этого градиента: чем она больше, тем больше смещение нейтральной плоскости в сторону градиента прочности.

На рис. 3 представлено изменение предельного момента M^* , вычисленного по формулам (6) и (8), с ростом d . Видно, что для всех видов термических обработок зависимость момента M^* от коэффициента разнородности d близка к линейной.

Максимальная разница в рассматриваемом случае (при $d = 1,45$) между расчетными предельными моментами для вариантов А и В достигает 3,2 %. Интересно заметить, что M^* в варианте А немного больше (при $d > 1$), чем в варианте В, несмотря на то, что смещение $|c|$ в первом случае меньше (что также видно из формул (6) и (8)). По экспериментальным данным [9] максимальная изгибающая сила (при трехточечном изгибе) в варианте А больше, чем в варианте В, на 4,1 %.

Механические характеристики, полученные в работе [9], показывают, что при одностороннем уско-

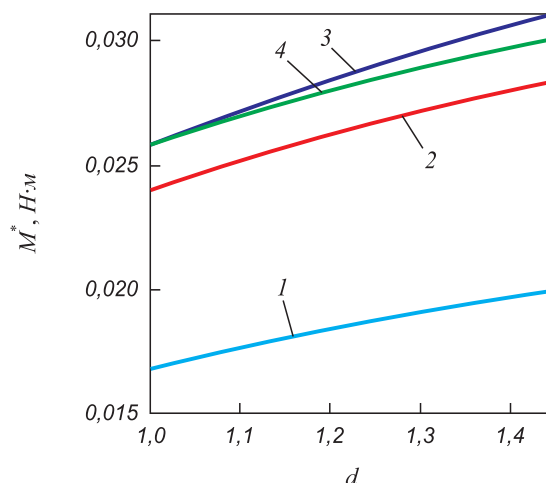


Рис. 3. Изменение предельного момента M^* с ростом коэффициента разнородности d для образцов:

1 – нормализованных; 2 – термоупрочненных; термически армированных (3 – вариант А, 4 – вариант В)

Fig. 3. Change in critical moment M^* with an increase in asymmetry ratio d for the samples:

1 – normalized; 2 – thermally hardened; thermally reinforced (3 – case A, 4 – case B)

ренном охлаждении стали А32 предел текучести, временное сопротивление разрыву, максимальная нагрузка при изгибе и ударная вязкость больше, чем при нормализации и термоупрочнении. Относительное удлинение не меньше, чем при термоупрочнении, и удовлетворяет требованиям стандарта. При закалке или ускоренном охлаждении толстолистового проката из углеродистых и низколегированных сталей в роликозакалочных машинах расход охлаждающей воды снизу в 1,5 – 1,7 раза больше, чем сверху [21]. Поэтому при одностороннем охлаждении возможна экономия воды на 40 % по сравнению с закалкой. Вследствие одностороннего охлаждения происходит изгиб листа выпуклостью в сторону неохлаждаемой поверхности. На ускоренно охлаждаемой стороне распад остаточного аустенита начинается раньше, чем на неохлаждаемой. Образующая при этом феррито-перлитная структура обладает большим удельным объемом, чем аустенит [22]. Это способствует изгибу выпуклостью в направлении ускоренно охлаждаемой стороны. Опыты показали, что при охлаждении всего листа до комнатной температуры величина последнего изгиба превалирует. Общий изгиб составляет порядка 0,02 – 0,03 м на один погонный метр и вполне выправляется на роликовых правильных машинах холодной правки. На основании приведенных результатов рекомендуется применение в промышленности технологии одностороннего ускоренного охлаждения толстолистового проката. Заметим, что локальное двустороннее термическое армирование толстолистового проката можно применять для предотвращения развития трещин в нежелательных направлениях [23].

Выводы

На основании экспериментальных данных разработан математическая модель чистого изгиба стальной пластины с градиентом предела текучести по толщине. С использованием точных решений полученных уравнений вычислено смещение нейтральной плоскости деформации. Одна составляющая смещения нейтральной плоскости деформации обусловлена большим сопротивлением деформации сжатия, чем растяжения, и всегда направлена в сторону сжатых волокон. Другая составляющая смещения совпадает с направлением

градиента и примерно пропорциональна ему по абсолютной величине. Рассчитано, что величина предельного изгибающего момента при изгибе образцов из стали А32 с градиентом прочностных свойств по толщине не меньше аналогичной величины для нормализованного и термоупрочненного состояний при любом направлении градиента прочности относительно направления изгиба. Комплекс механических свойств листового проката с градиентом прочности по толщине не уступает свойствам термоупрочненного состояния, что позволяет использовать его в промышленности. При этом экономия охлаждающей воды составляет до 40 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

REFERENCES

1. Подгайский М.С., Максимов А.Б., Наливайченко Т.М. Пластическое деформирование при циклическом знакопеременном изгибе // Физико-химическая механика материалов. 1983. № 1. С. 115–116.
2. Hill R. *The Mathematical Theory of Plasticity*. Oxford: Clarendon Press, 1950. 368 p.
3. Kulawinski D., Nagel K., Henkel S., Hubner P., Kuna M., Biermann H. Characterization of stress-strain behavior of a cast TRIP steel under different biaxial planar load ratios // *Engineering Fracture Mechanics*. 2011. Vol. 78. No. 8. P. 1684–1695. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2011.02.021>
4. N'souglo K.E., Rodríguez-Martínez J.A., Vaz-Romero A., Cazacu O. The combined effect of plastic orthotropy and tension-compression asymmetry on the development of necking instabilities in flat tensile specimens subjected to dynamic loading // *International Journal of Solids and Structures*. 2019. Vol. 159. P. 272–288. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2018.10.006>
5. Павилайнен Г.В. Математическая модель задачи изгиба пластически анизотропной балки // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2015. Т. 2(60). Вып. 4. С. 633–638.
6. Alexandrov S., Hwang Y.-M. The bending moment and springback in pure bending of anisotropic sheets // *International Journal of Solids and Structures*. 2009. Vol. 46. No. 25–26. P. 4361–4368. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2009.08.023>
7. Ahn K. Plastic bending of sheet metal with tension/compression asymmetry // *International Journal of Solids and Structures*. 2020. Vol. 204–205. P. 65–80. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2020.05.022>
8. Максимов А.Б., Шевченко И.П., Ерохина И.С. Толстолистовой прокат с изменяющимися механическими свойствами по толщине // Известия вузов. Черная металлургия. 2019. Т. 62. № 8. С. 587–593. <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2019-8-587-593>
9. Maksimov A.B., Erokhina I.S. Properties of rolled plate with strength gradient across thickness // *Inorganic Materials: Applied Research*. 2021. Vol. 12. No. 1. P. 172–176. <http://doi.org/10.1134/s2075113321010251>
10. Verguts H., Sorwerby R. The pure plastic bending of laminated sheet metals // *International Journal of Mechanical Sciences*. 1975. Vol. 17. No. 1. P. 31–51. [https://doi.org/10.1016/0020-7403\(75\)90061-2](https://doi.org/10.1016/0020-7403(75)90061-2)
11. Majlessi S.A., Dadras P. Pure plastic bending of sheet laminates under plane strain condition // *International Journal of Mechanical Sciences*. 1983. Vol. 25. No. 1. P. 1–14. [https://doi.org/10.1016/0020-7403\(83\)90082-6](https://doi.org/10.1016/0020-7403(83)90082-6)
12. Ярцев Б.А. Введение в механику моноклинных композитов. Санкт-Петербург: ФГУП «Крыловский государственный научный центр», 2020. 224 с.
13. Srividhya S., Raghu P., Rajagopal A., Reddy J.N. Nonlocal nonlinear analysis of functionally graded plates using third-order shear defor-
1. Podgaikii M.S., Maksimov A.B., Nalivaichenko T.M. Plastic deformation during cyclic alternating bending. *Fiziko-khimicheskaya mekhanika materialov*. 1983, no. 1, pp. 115–116. (In Russ.).
2. Hill R. *The Mathematical Theory of Plasticity*. Oxford: Clarendon Press, 1950, 368 p.
3. Kulawinski D., Nagel K., Henkel S., Hubner P., Kuna M., Biermann H. Characterization of stress-strain behavior of a cast TRIP steel under different biaxial planar load ratios. *Engineering Fracture Mechanics*. 2011, vol. 78, no. 8, pp. 1684–1695. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2011.02.021>
4. N'souglo K.E., Rodríguez-Martínez J.A., Vaz-Romero A., Cazacu O. The combined effect of plastic orthotropy and tension-compression asymmetry on the development of necking instabilities in flat tensile specimens subjected to dynamic loading. *International Journal of Solids and Structures*. 2019, vol. 159, pp. 272–288. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2018.10.006>
5. Pavilainen G.V. Mathematical model of the bending task of a plastically anisotropic beam. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Matematika. Mekhanika. Astronomiya*. 2015, vol. 2(60), no. 4, pp. 633–638. (In Russ.).
6. Alexandrov S., Hwang Y.-M. The bending moment and springback in pure bending of anisotropic sheets. *International Journal of Solids and Structures*. 2009, vol. 46, no. 25–26, pp. 4361–4368. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2009.08.023>
7. Ahn K. Plastic bending of sheet metal with tension/compression asymmetry. *International Journal of Solids and Structures*. 2020, vol. 204–205, pp. 65–80. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2020.05.022>
8. Maksimov A.B., Shevchenko I.P., Erokhina I.S. Sheet metal with variable mechanical properties over its thickness. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2019, no. 8, vol. 62, pp. 587–593. (In Russ.). <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2019-8-587-593>
9. Maksimov A.B., Erokhina I.S. Properties of rolled plate with strength gradient across thickness. *Inorganic Materials: Applied Research*. 2021, vol. 12, no. 1, pp. 172–176. <http://doi.org/10.1134/s2075113321010251>
10. Verguts H., Sorwerby R. The pure plastic bending of laminated sheet metals. *International Journal of Mechanical Sciences*. 1975, vol. 17, no. 1, pp. 31–51. [https://doi.org/10.1016/0020-7403\(75\)90061-2](https://doi.org/10.1016/0020-7403(75)90061-2)
11. Majlessi S.A., Dadras P. Pure plastic bending of sheet laminates under plane strain condition. *International Journal of Mechanical Sciences*. 1983, vol. 25, no. 1, pp. 1–14. [https://doi.org/10.1016/0020-7403\(83\)90082-6](https://doi.org/10.1016/0020-7403(83)90082-6)
12. Yartsev B.A. *Introduction to the Mechanics of Monoclinic Composites*. St. Petersburg: Krylovskii gosudarstvennyi nauchnyi tsentr, 2020, 224 p. (In Russ.).
13. Srividhya S., Raghu P., Rajagopal A., Reddy J.N. Nonlocal nonlinear analysis of functionally graded plates using third-order shear defor-

- mation theory // *International Journal of Engineering Science*. 2018. Vol. 125. P. 1–22. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2017.12.006>
14. Ghayesh M.H., Farajpour A. A review on the mechanics of functionally graded nanoscale and microscale structures // *International Journal of Engineering Science*. 2019. Vol. 137. P. 8–36. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2018.12.001>
 15. Gholipour A., Ghayesh M.H. Nonlinear coupled mechanics of functionally graded nanobeams // *International Journal of Engineering Science*. 2020. Vol. 150. Article 103221. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2020.103221>
 16. Chen W., Yan Z., Wang L. On mechanics of functionally graded hard-magnetic soft beams // *International Journal of Engineering Science*. 2020. Vol. 157. Article 103391. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2020.103391>
 17. Зайдес С.А., Ву Ван Г., Доан Тхань В. Разработка установки для повышения поверхностной твердости цилиндрических деталей // *iPolytech Journal*. 2020. Т. 24. № 2. С. 262–274. <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2020-2-262-274>
 18. Чукин М.В., Палецков П.П., Гушина М.С., Бережная Г.А. Определение механических свойств высокопрочностных и сверхпрочностных сталей по твердости // *Производства проката*. 2016. № 12. С. 37–42.
 19. Falope F.O., Lanzonia L., Tarantino A.M. The bending of fully nonlinear beams. Theoretical, numerical and experimental analyses // *International Journal of Engineering Science*. 2019. Vol. 145. Article 103167. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2019.103167>
 20. Pinnola F.P., Faghidian S.A., Barretta R., Marotti de Sciarra F. Variationally consistent dynamics of nonlocal gradient elastic beams // *International Journal of Engineering Science*. 2020. Vol. 149. Article 103220. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2020.103220>
 21. Эйсмонт К.Ю. Разработка и внедрение в производство устройств термоупрочнения проката регулируемым охлаждением на основе анализа процессов теплообмена: Автореферат диссертации ... кандидата технических наук. Екатеринбург, 2011.
 22. Гуляев А.П. *Металловедение*. Москва: Металлургия, 1977. 600 с.
 23. Pronina Y., Maksimov A., Kachanov M. Crack approaching a domain having the same elastic properties but different fracture toughness: Crack deflection vs penetration // *International Journal of Engineering Science*. 2020. Vol. 156. Article 103374. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2020.103374>
 24. Ghayesh M.H., Farajpour A. A review on the mechanics of functionally graded nanoscale and microscale structures. *International Journal of Engineering Science*. 2019, vol. 137, pp. 8–36. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2018.12.001>
 25. Gholipour A., Ghayesh M.H. Nonlinear coupled mechanics of functionally graded nanobeams. *International Journal of Engineering Science*. 2020, vol. 150, article 103221. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2020.103221>
 26. Chen W., Yan Z., Wang L. On mechanics of functionally graded hard-magnetic soft beams. *International Journal of Engineering Science*. 2020, vol. 157, article 103391. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2020.103391>
 27. Zaides S.A., Vu Van H., Doan Thanh V. Developing installation to increase cylindrical part surface hardness. *iPolytech Journal*. 2020, vol. 24, no. 2, pp. 262–274. <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2020-2-262-274>
 28. Chukin M.V., Paletskov P.P., Gushchina M.S., Berezhnaya G.A. Determination of mechanical properties of high-strength and super-strength steels by hardness. *Proizvodstva prokata*. 2016, no. 12, pp. 37–42. (In Russ.).
 29. Falope F.O., Lanzonia L., Tarantino A.M. The bending of fully nonlinear beams. Theoretical, numerical and experimental analyses. *International Journal of Engineering Science*. 2019, vol. 145, article 103167. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2019.103167>
 30. Pinnola F.P., Faghidian S.A., Barretta R., Marotti de Sciarra F. Variationally consistent dynamics of nonlocal gradient elastic beams. *International Journal of Engineering Science*. 2020, vol. 149, article 103220. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2020.103220>
 31. Eismont K.Yu. *Development and introduction into production of devices for thermal hardening of rolled products by controlled cooling based on the analysis of heat exchange processes: Extended Abstract of Cand. Sci. Diss.* Yekaterinburg, 2011. (In Russ.).
 32. Gulyaev A.P. *Metal Science*. Moscow: Metallurgiya, 1977, 600 p. (In Russ.).
 33. Pronina Y., Maksimov A., Kachanov M. Crack approaching a domain having the same elastic properties but different fracture toughness: Crack deflection vs penetration. *International Journal of Engineering Science*. 2020, vol. 156, article 103374. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2020.103374>

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Александр Борисович Максимов, к.т.н., доцент кафедры «Машины и аппараты пищевых производств», Керченский государственный морской технологический университет

ORCID: 0000-0002-7763-5130

E-mail: aleksandrmks@yandex.ru

Юлия Григорьевна Пронина, д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой вычислительных методов механики деформируемого тела, Санкт-Петербургский государственный университет

ORCID: 0000-0003-4978-6238

E-mail: y.pronina@spbu.ru

Aleksandr B. Maksimov, Cand. Sci. (Eng.), Assist. Prof. of the Chair “Machines and Devices of Food Production”, Kerch State Marine Technical University

ORCID: 0000-0002-7763-5130

E-mail: aleksandrmks@yandex.ru

Yuliya G. Pronina, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Head of the Chair of Computational Methods of Deformable Body Mechanics, Saint Petersburg State University

ORCID: 0000-0003-4978-6238

E-mail: y.pronina@spbu.ru

Поступила в редакцию 12.09.2021

После доработки 23.09.2021

Принята к публикации 25.12.2021

Received 12.09.2021

Revised 23.09.2021

Accepted 25.12.2021