



Оригинальная статья

УДК 621.771.01:621.77.016.3

DOI 10.17073/0368-0797-2021-12-903-908



## ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ СМАЗКИ И ФОРМИРОВАНИЕ РЕЖИМОВ ТРЕНИЯ ПРИ ЛИСТОВОЙ ПРОКАТКЕ

Г. Л. Колмогоров, Т. Е. Мельникова

Пермский национальный исследовательский политехнический университет (Россия, 614990, Пермь, Комсомольский пр., 29)

**Аннотация.** Одной из основных отраслей металлургической промышленности является обработка металлов давлением. Целью такой обработки является формирование изделий из металлических заготовок простых форм. Важная роль при этом принадлежит технологии листовой прокатки. Решение вопросов, связанных с выбором оптимальных режимов листовой прокатки, является актуальным для специалистов в рассматриваемой области. Процесс прокатки металлоизделий специфичен, так как контактные напряжения могут превышать сопротивление деформации прокатываемого металла в несколько раз. Задачи прогнозирования качества изделий с учетом предупреждения дефектов сплошности листового металла, а также исследования надежности технологических операций процесса прокатки связаны с решением производственных и научных проблем в рассматриваемой области. Отечественными и зарубежными исследователями отмечено значительное влияние внешнего трения в очаге деформирования на технологические параметры процесса прокатки и качество получаемой металлопродукции. Известно, что без внешнего трения между металлом и валком прокатка невозможна. Снижение трения обеспечивает возможность повышения экономических показателей процесса листовой прокатки, а сама технология прокатного производства обладает значительными возможностями для дальнейшего усовершенствования. Моделировать условия трения в зоне деформации позволяет технология листовой прокатки в условиях гидродинамического режима трения. Учет гидродинамического эффекта смазки позволяет оценивать влияние технологических факторов на условия контактного трения при обработке металлов давлением и управлять процессом прокатки. Исследованы закономерности течения жидкой ньютоновской смазки с учетом особенностей геометрии зоны деформации при листовой прокатке. Определена нагнетающая способность смазочного клина, которая позволяет объяснить закономерности влияния смазки на условия трения. В качестве примера представлены результаты расчета давления смазки в зависимости от скорости прокатки. Приведены скорости прокатки, обеспечивающие жидкостный режим трения. Полученные соотношения позволяют оценить влияние контактного трения на технологические параметры процесса листовой прокатки и могут быть использованы в технологических расчетах данного процесса.

**Ключевые слова:** листовая прокатка, внешнее трение, гидродинамический режим трения, смазка, шероховатость поверхности, контактные напряжения, давление смазки, деформация

**Для цитирования:** Колмогоров Г.Л., Мельникова Т.Е. Гидродинамический эффект технологической смазки и формирование режимов трения при листовой прокатке // Известия вузов. Черная металлургия. 2021. Т. 64. № 12. С. 903–908.

<https://doi.org/10.17073/0368-0797-2021-12-903-908>

Original article

## HYDRODYNAMIC EFFECT OF TECHNOLOGICAL LUBRICATION AND FRICTION MODES FORMATION AT SHEET ROLLING

G. L. Kolmogorov, T. E. Mel'nikova

Perm National Research Polytechnic University (29 Komsomolskii Ave., Perm 614990, Russian Federation)

**Abstract.** One of the main engineering industries is the processing of metals by pressure. Its purpose is the formation of products from metal blanks of simple forms. An important role in this case belongs to the technology of sheet rolling. The solution of issues related to the choice of optimal modes of sheet rolling is relevant for specialists in the field under consideration. The process of rolling metal products is special, since the contact stresses can exceed the deformation resistance of rolled metal by several times. The tasks of predicting the quality of products, taking into account the prevention of sheet metal continuity defects, as well as the study of technological operations reliability of rolling process are associated with the solution of industrial and scientific problems in this area. Domestic and foreign researchers have noted a significant influence of external friction in the deformation center on the technological parameters of rolling process and quality of the resulting metal products. It is known that rolling is impossible without external

friction between metal and roll. The reduction of friction provides an opportunity to increase the economic indicators of sheet rolling, and the rolling production technology itself has significant opportunities for further improvement. Technology of sheet rolling in the conditions of hydrodynamic friction mode allows modeling of friction conditions in the deformation zone. Taking into account the hydrodynamic effect of lubrication allows us to assess the influence of technological factors on the conditions of contact friction during metal pressure treatment and to control the rolling process. Regularities of the flow of liquid Newtonian lubricant are investigated, taking into account features of the deformation zone geometry during sheet rolling. Pumping capacity of the lubricating wedge during rolling is determined, which allows us to explain the regularities of lubrication influence on friction conditions. As an example, the results of calculation of the lubricant pressure depending on the rolling speed are presented. The rolling speeds that provide a liquid friction mode are given. The obtained relations allow us to estimate the influence of contact friction on technological parameters of sheet rolling and can be used in technological calculations of this process

**Keywords:** sheet rolling, external friction, hydrodynamic mode of friction, lubrication, surface roughness, contact stresses, lubrication pressure, deformation

**For citation:** Kolmogorov G.L., Mel'nikova T.E. Hydrodynamic effect of technological lubrication and friction modes formation at sheet rolling. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2021, vol. 64, no. 12, pp. 903–908. (In Russ.). <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2021-12-903-908>

## ВВЕДЕНИЕ

Оптимизация технологии листовой прокатки является актуальной, так как процесс прокатки металлоизделий специфичен и требует обоснования рациональных технологических параметров процесса и конструктивных параметров оборудования [1–3]. В теории обработки металлов давлением разработаны методы расчетов режимов деформации и силовых параметров, необходимых для осуществления процесса прокатки [4–8].

Следует отметить, что в технологии листовой прокатки большую роль играет внешнее трение между прокатываемой полосой и валками прокатного стана [9–11]. Возникающие при этом контактные напряжения могут превышать сопротивление деформации прокатываемого металла в несколько раз. Высокие контактные давления вызывают изгиб и сплющивание валков, что приводит к необходимости усложнения конструкции станов с целью увеличения жесткости. Даже относительно небольшое изменение коэффициента трения может значительно влиять на силовые условия деформации и качество металлопродукции. Это обстоятельство играет большую роль при прокатке тонких прочных полос, когда при больших диаметрах валков невозможно получение полос меньше минимальной толщины, свойственной рассматриваемым условиям прокатки. Исследованию закономерностей поведения смазок и контактного трения при листовой прокатке посвящены работы отечественных [8–10, 12], а также зарубежных ученых [6, 7, 11, 13–16].

В современной науке о трении предполагается наличие двух основных его видов: граничная смазка; гидродинамическая смазка, при которой полное разделение трущихся поверхностей осуществляется в результате давления, возникающего в слое смазки при относительном движении поверхностей. При обработке металлов давлением реализуются оба режима трения, включая и смешанный режим с элементами обоих видов трения [10, 11, 13–17].

Гидродинамическая смазка предполагает учет гидродинамического эффекта при течении технологической смазки в зазоре между прокатываемой полосой и вал-

ком прокатного стана. Учет гидродинамического эффекта технологической смазки позволяет моделировать условия трения в зоне деформации, оценивать влияние технологических факторов на условия контактного трения при обработке металлов давлением и управлять процессом прокатки [8, 10, 17–20].

## МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Целью настоящей работы является анализ поведения ньютоновской смазки в смазочном клине при листовой прокатке.

Внешнее трение оказывает значительное влияние на силовые и энергетические условия деформации при листовой прокатке. Для решения вопроса о возможности формирования условий трения за счет нагнетания смазки в очаг деформации рабочими валками прокатного стана рассмотрим течение смазки в зазоре между рабочим валком и прокатываемой полосой (рис. 1) (где  $\delta$  – толщина слоя смазки на подкате;  $a$ ,  $b$  – абсциссы крайних точек слоя смазки;  $\Delta H$  – половина полного обжатия полосы при прокатке). Прокатываемая полоса обжимается валками радиусом  $R$  со скоростью  $V_0$  на входе.

При определении закономерностей течения смазки между валком и полосой использованы дифференциальные уравнения Рейнольдса для смазочного слоя [19, 21]:

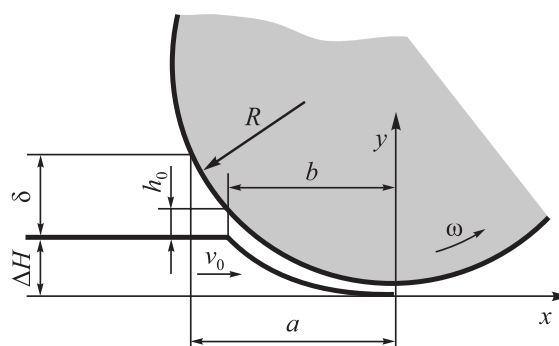


Рис. 1. Схема очага деформации при прокатке

Fig. 1. Scheme of deformation center at rolling

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= \mu \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2}; \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= 0; \\ \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $p$  – давление в слое смазки;  $\mu$  – динамическая вязкость смазки;  $V_x$  и  $V_y$  – составляющие скорости движения смазки в направлении осей  $x$  и  $y$ .

Из второго уравнения системы (1) следует, что давление смазки по толщине слоя смазки не изменяется, а меняется лишь в направлении прокатки. При решении гидродинамических задач подобного рода обычно принимают  $V_y = 0$  и рассматривают лишь составляющую скорости  $V_x$ .

Проинтегрировав дважды по оси  $y$  первое уравнение из системы (1), получим

$$V_x = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} y^2 + c_1 y + c_2. \quad (2)$$

Постоянные интегрирования  $c_1$  и  $c_2$  определяются из граничных условий прилипания смазки к поверхностям прокатываемой полосы и вала:

$$V_x|_{y=\Delta H} = V_0; \quad V_x|_{y=y_b} = \omega \sqrt{R^2 - x^2}, \quad (3)$$

где  $\omega$  – угловая скорость вала;  $y_b$  – координата точек поверхности вала.

Из геометрических соотношений (рис. 1) следует, что

$$y_b = h_0 + R - \sqrt{R^2 - x^2}, \quad (4)$$

где  $h_0$  – толщина слоя смазки на входе в очаг деформации.

Определив величины  $c_1$  и  $c_2$  из граничных условий (3), получим распределение скорости течения смазки по толщине смазочного слоя

$$\begin{aligned} V_x &= V_0 + \frac{\omega \sqrt{R^2 - x^2} - V_0}{y_b - \Delta H} (y - \Delta H) + \\ &+ \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} (y - y_b)(y - \Delta H). \end{aligned} \quad (5)$$

Градиент давления по длине смазочного слоя  $dp/dx$  определяется из условия постоянства расхода смазки

$$q = \int_{\Delta H}^{y_b} V_x dy. \quad (6)$$

После подстановки выражения (5) в соотношение (6), интегрирования и преобразований, принимая  $\omega R = V_0$ , получим

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6\mu V_0 \left[ (\bar{y}_b - \Delta \bar{H}) (1 + \sqrt{1 - \bar{x}^2}) - 2\bar{q} \right]}{R^2 (\bar{y}_b - \Delta \bar{H})^2}, \quad (7)$$

где  $\bar{y}_b = \frac{y_b}{R} = 1 + \bar{h}_0 - \sqrt{1 - \bar{x}^2}$ ;  $\bar{x} = \frac{x}{R}$ ;  $\bar{h}_0 = \frac{h_0}{R}$ ;  $\Delta \bar{H} = \frac{\Delta H}{R}$ ;  $\bar{q} = \frac{q}{V_0 R}$  – относительный расход смазки.

Поскольку для единицы ширины полосы  $q = V_0 h_0$ , то  $\bar{q} = \bar{h}_0$ .

Итак, по соотношениям (5) и (7) определяют закономерности течения технологической смазки в направлении прокатки.

Динамическая вязкость  $\mu$  смазок определяется давлением в смазочном слое по формуле Баруса [10, 12]:

$$\mu = \mu_0 e^{\alpha p}, \quad (8)$$

где  $\mu_0$  – вязкость смазки при атмосферном давлении;  $\alpha$  – пьезокэффициент вязкости.

После подстановки соотношения (8) в выражение (7), решения полученного дифференциального уравнения и определения постоянной интегрирования из условия  $p|_{\bar{x}=-\bar{a}} = 0$  найдем давление смазки в начале очага деформации:

$$\begin{aligned} p &= -\frac{1}{\alpha} \ln \left[ 1 - \frac{6\alpha \mu_0 V_0}{R} \times \right. \\ &\times \left. \int_{-\bar{a}}^{\bar{b}} \frac{[(\bar{y}_b - \Delta \bar{H}) (1 + \sqrt{1 - \bar{x}^2}) - 2\bar{q}] d\bar{x}}{(\bar{y}_b - \Delta \bar{H})^3} \right], \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\bar{a} = \frac{a}{R}$ ;  $\bar{b} = \frac{b}{R}$ .

Из геометрических соотношений при этом следует

$$\bar{b} = \sin \left[ \arccos (1 - \Delta \bar{H}) \right]. \quad (10)$$

Для реализации режима гидродинамической смазки необходимо достижение давления смазки, достаточного для пластической деформации металла, которое определяется условием пластичности [4, 7]:

$$p_s = 1,15 \sigma_s - \sigma_0, \quad (11)$$

где  $\sigma_s$  – сопротивление деформации прокатываемого металла;  $\sigma_0$  – возможное при прокатке напряжение прокатывания.

Рассматривая совместно уравнения (9) и (11), можно определить толщину слоя смазки на входе в очаг деформации. Аналитическое решение системы уравнений (9) и (11) довольно сложное, поэтому получено численное решение. Приведем некоторые результаты расчетов.

При холодной прокатке высокопрочных сталей на стане с радиусом вала 100 мм при  $\Delta H = 0,1$  мм со скоростью 10 м/с толщина слоя смазки на входе в очаг деформации составляет 4 мкм, при повышении скорости прокатки до 20 м/с толщина слоя смазки – 8 мкм. Расчеты выполнены для смазки индустриальное масло марки 20 при температуре 20 °С.

Режим трения при прокатке будет определяться соотношением толщины слоя смазки в очаге деформации и приведенного параметра шероховатости поверхностей трения [20]:

$$\lambda = \frac{h_0}{R_q} = \frac{h_0}{(R_{q1} + R_{q2})^{\frac{1}{2}}},$$

где  $R_{q1}$  и  $R_{q2}$  – среднее квадратичное отклонение профилей поверхности полосы и вала.

В трибологии [16, 17] принято, что при  $\lambda < 1,2$  имеет место граничное трение, при  $\lambda = 1,2 \div 3,0$  реализуется смешанный режим трения, при  $\lambda > 3,0$  реализуется гидродинамический (жидкостной) режим трения.

На рис. 2 представлены результаты расчета давления смазки в зависимости от скорости прокатки при  $h_0 = 3$  мкм. В качестве смазки использовали индустриальное масло марки 20 ( $\mu_0 = 2 \cdot 10^{-2}$  Н·с/м<sup>2</sup>) при температуре  $t = 50$  °С.

Из результатов (рис. 2) следует, что развиваемое давление смазки возрастает с увеличением скорости прокатки. Повышение скорости прокатки, увеличение радиуса валков, уменьшение обжатия вызывают рост развиваемого давления смазки, согласно выполненным расчетам интенсивный рост давления начинается с  $\bar{x} = (-0,2) \div (-0,3)$ , при толщине слоя смазки на подкате более  $0,02R - \Delta H$  давление практически не увеличивается.

Выполненные гидродинамические расчеты подтверждают известные из практики закономерности влияния

технологических параметров на коэффициент трения при прокатке [9, 22].

Представляет интерес определение скоростей прокатки, обеспечивающих режим гидродинамического (жидкостного) режима трения. Из выражения (9) получаем соотношение для расчета скорости прокатки, при которой обеспечивается гидродинамический (жидкостной) режим трения:

$$V_r = \frac{R}{6\alpha\mu_0 \int_{-\bar{a}}^{-\bar{b}} \frac{[(\bar{y}_b - \Delta\bar{H})(1 + \sqrt{1 - \bar{x}^2}) - 2\bar{q}]}{(\bar{y}_b - \Delta\bar{H})^3} d\bar{x}}. \quad (12)$$

На рис. 3 приведены расчетные зависимости скорости прокатки, обеспечивающей гидродинамический (жидкостной) режим трения, от радиуса валков прокатного стана. Полученные результаты показывают, что при смазке с  $\mu_0 = 2 \cdot 10^{-2}$  Н·с/м<sup>2</sup> существующие скорости не обеспечивают гидродинамического режима трения при холодной прокатке. Однако при благоприятном сочетании параметров процесса можно достичь значительного давления смазки в очаге деформации и приблизить условия трения к гидродинамическому (жидкостному) режиму. Росту давления и уменьшению скорости перехода к жидкостному трению при холодной прокатке способствует увеличение вязкости применяемой смазки.

Таким образом, получены соотношения (формулы расчета толщины смазочного слоя, необходимого для обеспечения гидродинамического режима трения при листовой прокатке; формула для оценки режима трения, который определяется отношением толщины смазочного слоя к приведенному параметру шероховатости трущихся поверхностей), позволяющие рассчитать рациональные технологические параметры для обеспечения эффективного процесса листовой прокатки. Это дает возможность моделировать необходимый режим

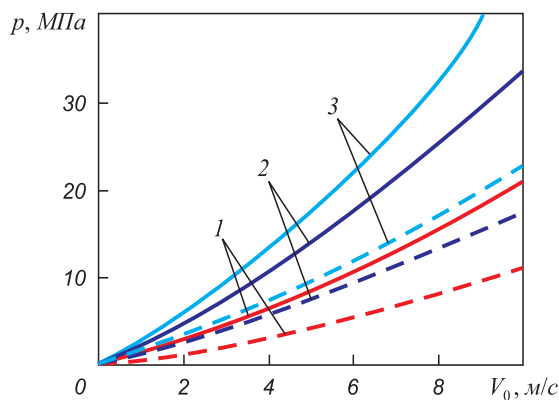


Рис. 2. Зависимость давления смазки от скорости прокатки при радиусе вала 100 (1), 200 (2) и 300 мм (3):  
—  $\Delta H = 0,1$  мм; ----  $\Delta H = 0,3$  мм

Fig. 2. Dependence of lubricant pressure on rolling speed at the roll radius of 100 (1), 200 (2) and 300 mm (3):  
—  $\Delta H = 0.1$  mm; ----  $\Delta H = 0.3$  mm

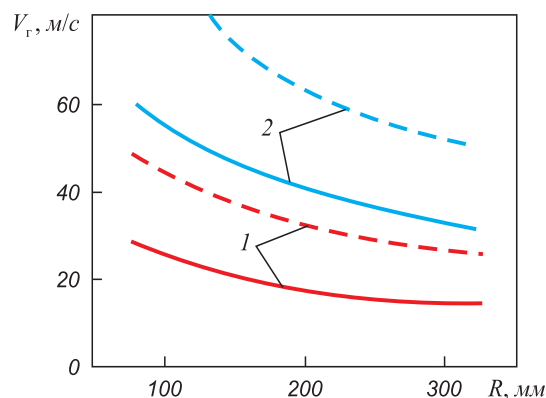


Рис. 3. Скорость прокатки, обеспечивающая жидкостной режим трения:  
—  $\Delta H = 0,1$  мм; ----  $\Delta H = 0,3$  мм; 1 –  $h_0 = 3$  мкм; 2 –  $h_0 = 6$  мкм

Fig. 3. Rolling speed providing liquid friction mode:  
—  $\Delta H = 0.1$  mm; ----  $\Delta H = 0.3$  mm; 1 –  $h_0 = 3$  μm; 2 –  $h_0 = 6$  μm



трения в очаге деформации при листовой прокатке и может учитываться при теоретическом и численном исследованиях технологических параметров листовой прокатки [23 – 26].

## Выводы

Определены закономерности формирования слоя смазки при листовой прокатке с учетом гидродинами-

ческого эффекта технологической смазки. Предложены зависимости для оценки технологического режима трения при листовой прокатке. Полученные соотношения могут быть использованы в технологических расчетах листовой прокатки. Они предоставляют возможность оценить влияние технологических факторов на условия контактного трения при листовой прокатке металлов и позволяют управлять технологическим процессом.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

## REFERENCES

1. Azushima A. *Tribology in Sheet Rolling Technology*. Switzerland: Springer Int. Publ., 2016. <http://doi.org/10.1007/978-3-319-17226-2>
2. Гарбер Э.А., Кожевникова И.А. Теория прокатки. Старый Оскол: Тонкие наукоемкие технологии, 2015. 312 с.
3. Xiao Y., Yao P., Fan K., Zhou H., Deng M., Jin Z. Powder metal-lurgy processed metal-matrix friction materials for space application // *Friction*. 2018. Vol. 6. No. 2. P. 219–229. <http://doi.org/10.1007/s40544-017-0171-9>
4. Kachanov L.M. *Fundamentals of the Theory of Plasticity*. N.Y.: Courier Dover Publ., 2013.
5. Константинов И.Л., Сидельников С.Б. Основы технологических процессов обработки металлов давлением. М.: ИНФРА–М, 2019. 486 с.
6. Avitzur B. *Metal Forming: Processes and Analyses*. N.Y.: McGraw-Hill Book Co., 1968. <https://ccn.loc.gov/2017046173>
7. Wang Z.R., Hu W.L., Yuan S.J., Wang X.S. *Engineering Plasticity Theory and Applications in Metal Forming*. Boston: John Wiley & Sons, 2018. 520 p.
8. Мазур В.Л. Состояние и перспективы развития теории тонко-листовой прокатки // *Обработка материалов давлением*. 2012. № 4 (33). С. 136–141.
9. Грудев А.П., Зильберг Ю.В., Тилик В.Т. Трение и смазки при обработке металлов давлением. М.: Металлургия, 1982. 312 с.
10. Колмогоров Г.Л. Гидродинамическая подача смазки при обработке металлов давлением. М.: Металлургия, 1986. 168 с.
11. Liu Y. *Friction at Strip-Roll Interface in Cold Rolling*. Wollongong: University of Wollongong, 2002.
12. Кокрофт М.Г. Смазка и смазочные материалы: Смазка в процессах обработки металлов давлением. М.: Металлургия, 1970. 111 с.
13. Бартелс Т. и др. Смазки: производство, применение, свойства. СПб.: Профессия, 2010.
14. Dubois A., Abu N.M. Karim. Metal forming and lubrication. In: *Reference Module in Materials Science and Materials Engineering*. Oxford: Elsevier Inc., 2016. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-803581-8.03565-7>
15. Atkins A.G. Hydrodynamic lubrication in cold rolling // *International Journal of Mechanical Sciences*. 1974. Vol. 16. No. 1. P. 1–19. [https://doi.org/10.1016/0020-7403\(74\)90029-0](https://doi.org/10.1016/0020-7403(74)90029-0)
16. Jones W.R., Jansen M.J. Tribology for space applications // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. 2008. Vol. 222. No. 8. P. 997–1004. <https://doi.org/10.1243/13506501jet305>
17. Тихомиров В.П. и др. Трибология. М.: Купер Бук, 2016. 358 с.
18. Ковалев А.Е., Колмогоров Г.Л. Гидродинамическая подача смазки в процессах обработки давлением. В кн.: *Аннотации докладов Восьмого всероссийского съезда по теоретической и прикладной механике* (г. Пермь, 23 – 29 августа 2001 г.). Екатеринбург: Изд-во ПГТУ, УрО РАН, 2001. С. 331.
19. *Encyclopedia of Tribology*. Wang Q.J., Chung Y.-H. eds. N.Y.: Springer Sciences + Business Media, 2013. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-92897-5>
1. Azushima A. *Tribology in Sheet Rolling Technology*. Switzerland: Springer Int. Publ., 2016. <http://doi.org/10.1007/978-3-319-17226-2>
2. Garber E.A., Kozhevnikova I.A. *Rolling Theory*. Stary Oskol: Tonkie naukoemkie tekhnologii, 2015, 312 p. (In Russ.).
3. Xiao Y., Yao P., Fan K., Zhou H., Deng M., Jin Z. Powder metal-lurgy processed metal-matrix friction materials for space application. *Friction*. 2018, vol. 6, no. 2, pp. 219–229. <http://doi.org/10.1007/s40544-017-0171-9>
4. Kachanov L.M. *Fundamentals of the Theory of Plasticity*. N.Y.: Courier Dover Publ., 2013.
5. Konstantinov I.L., Sidel'nikov S.B. *Fundamentals of Technological Processes of Metal Forming*. Moscow: INFRA–M, 2019, 486 p. (In Russ.).
6. Avitzur B. *Metal Forming: Processes and Analyses*. N.Y.: McGraw-Hill Book Co., 1968. <https://ccn.loc.gov/2017046173>
7. Wang Z.R., Hu W.L., Yuan S.J., Wang X.S. *Engineering Plasticity Theory and Applications in Metal Forming*. Boston: John Wiley & Sons, 2018, 520 p.
8. Mazur V.L. State and development prospects of the theory of strip rolling. *Obrabotka materialov davleniem*. 2012, no. 4 (33), pp. 136–141. (In Russ.).
9. Grudev A.P., Zil'berg Yu.V., Tilik V.T. *Friction and Lubricants in Metal Forming*. Moscow: Metallurgiya, 1982, 312 p. (In Russ.).
10. Kolmogorov G.L. *Hydrodynamic Supply of Lubricant during Metal Forming*. Moscow: Metallurgiya, 1986, 168 p. (In Russ.).
11. Liu Y. *Friction at Strip-Roll Interface in Cold Rolling*. Wollongong: University of Wollongong, 2002.
12. Kokroft M.G. *Lubricants and Lubricant Materials: Lubricant in Metal Forming*. Moscow: Metallurgiya, 1970, 111 p. (In Russ.).
13. Bartels T., etc. *Lubricants: Production, Application, Properties*. St. Petersburg: Professiya, 2010. (In Russ.).
14. Dubois A., Abu N.M. Karim. Metal forming and lubrication. In: *Reference Module in Materials Science and Materials Engineering*. Oxford: Elsevier Inc., 2016. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-803581-8.03565-7>
15. Atkins A.G. Hydrodynamic lubrication in cold rolling. *International Journal of Mechanical Sciences*. 1974, vol. 16, no. 1, pp. 1–19. [https://doi.org/10.1016/0020-7403\(74\)90029-0](https://doi.org/10.1016/0020-7403(74)90029-0)
16. Jones W.R., Jansen M.J. Tribology for space applications. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. 2008, vol. 222, no. 8, pp. 997–1004. <https://doi.org/10.1243/13506501jet305>
17. Tikhomirov V.P., etc. *Tribology*. Moscow: Kuper Buk, 2016, 358 p. (In Russ.).
18. Kovalev A.E., Kolmogorov G.L. Hydrodynamic supply of lubricant in pressure processing. In: *Abstracts of the 8th All-Russ. Congress on Theoretical and Applied Mechanics (Perm, August 23 – 29, 2001)*. Yekaterinburg: Izd-vo PSTU, UB RAS, 2001, p. 331. (In Russ.).
19. *Encyclopedia of Tribology*. Wang Q.J., Chung Y.-H. eds. N.Y.: Springer Sciences + Business Media, 2013. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-92897-5>

20. Колмогоров Г.Л., Мельникова Т.Е. Гидродинамический эффект технологической смазки при тонколистовой прокатке // Цветные металлы. 2017. № 3. С. 89–93.  
<https://doi.org/10.17580/tsm.2017.03.14>
21. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1979.
22. Persson N.J. Sliding Friction. Physical Principles and Applications. Berlin: Springer – Verlag, 2000. 516 p.  
<https://doi.org/10.1007/978-3-662-04283-0>
23. Aljabri A., Jiang Z.Y., Wei D.B., Wang X.D., Tibar H. Modeling of thin strip profile during cold rolling on roll crossing and shifting mill. In: 8<sup>th</sup> Pacific Rim Int. Congress on Advanced Materials and Processing (PRICM. – 8, 2013). Boston, USA: John Wiley & Sons, 2014. P. 3001–3008. <https://doi.org/10.1002/9781118792148.ch371>
24. Исаевич Л.А., Иваницкий Д.М., Сидоренко М.И. Определение режимов обжатия полос переменной толщины для достижения требуемой размерной точности формообразуемого профиля // Литье и металлургия. 2016. № 1 (82). С. 91–95.
25. Dyi-Cheng Chen. An investigation into the shape rolling of sectioned sheets with internal voids using the finite element method // Procedia Engineering. 2014. Vol. 79. P. 173–178.  
<https://doi.org/10.1016/j.proeng.2014.06.327>
26. Shigaki Y., Nakhoul R., Montmitonnet P. Numerical treatments of slipping/no-slip zones in cold rolling of thin sheet with heavy roll deformation // Lubricants. 2015. Vol. 3. No. 2. P. 113–131.  
<https://doi.org/10.3390/lubricants3020113>
20. Kolmogorov G.L., Mel'nikova T.E. Hydrodynamic effect of technological lubrication during thin-sheet rolling. *Tsvetnye metally*. 2017, no. 3, pp. 89–93. (In Russ.).  
<https://doi.org/10.17580/tsm.2017.03.14>
21. Loitsyanskii L.G. *Fluid and Gas Mechanics*. Moscow: Nauka, 1979. (In Russ.).
22. Persson N.J. *Sliding Friction. Physical Principles and Applications*. Berlin: Springer – Verlag, 2000, 516 p.  
<https://doi.org/10.1007/978-3-662-04283-0>
23. Aljabri A., Jiang Z.Y., Wei D.B., Wang X.D., Tibar H. Modeling of thin strip profile during cold rolling on roll crossing and shifting mill. In: 8<sup>th</sup> Pacific Rim Int. Congress on Advanced Materials and Processing (PRICM. – 8, 2013). Boston, USA: John Wiley & Sons, 2014, pp. 3001–3008. <https://doi.org/10.1002/9781118792148.ch371>
24. Isaevich L.A., Ivanitskii D.M., Sidorenko M.I. Determination of compression modes of strips of variable thickness to achieve the required dimensional accuracy of the shaped profile. *Lit'e i metallurgiya*. 2016, no. 1 (82), pp. 91–95. (In Russ.).
25. Dyi-Cheng Chen. An investigation into the shape rolling of sectioned sheets with internal voids using the finite element method. *Procedia Engineering*. 2014, vol. 79, pp. 173–178.  
<https://doi.org/10.1016/j.proeng.2014.06.327>
26. Shigaki Y., Nakhoul R., Montmitonnet P. Numerical treatments of slipping/no-slip zones in cold rolling of thin sheet with heavy roll deformation. *Lubricants*. 2015, vol. 3, no. 2, pp. 113–131.  
<https://doi.org/10.3390/lubricants3020113>

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

**Герман Леонидович Колмогоров**, д.т.н., профессор кафедры «Динамика и прочность машин», Пермский национальный исследовательский политехнический университет

**ORCID:** 0000-0002-4347-8181

**E-mail:** dpm@pstu.ru

**Татьяна Евгеньевна Мельникова**, к.т.н., доцент кафедры «Динамика и прочность машин», Пермский национальный исследовательский политехнический университет

**ORCID:** 0000-0002-5060-4801

**E-mail:** taevmel@gmail.com

**German L. Kolmogorov**, Dr. Sci. (Eng.), Prof. of the Chair “Dynamics and Strength of Machines”, Perm National Research Polytechnic University

**ORCID:** 0000-0002-4347-8181

**E-mail:** dpm@pstu.ru

**Tat'yana E. Mel'nikova**, Cand. Sci. (Eng.), Assist. Prof. of the Chair “Dynamics and Strength of Machines”, Perm National Research Polytechnic University

**ORCID:** 0000-0002-5060-4801

**E-mail:** taevmel@gmail.com

Поступила в редакцию 08.10.2020  
После доработки 19.11.2020  
Принята к публикации 25.02.2021

Received 08.10.2020  
Revised 19.11.2020  
Accepted 25.02.2021