



Оригинальная статья

УДК 519.2:669.18

DOI 10.17073/0368-0797-2021-7-510-518



ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ К ИЗМЕРЕНИЮ ТЕМПЕРАТУРЫ СТАЛИ В СТАЛЕРАЗЛИВОЧНОМ И ПРОМЕЖУТОЧНОМ КОВШАХ ПРИ НЕПРЕРЫВНОЙ РАЗЛИВКЕ СТАЛИ

С. К. Вильданов^{1,2}, Г. С. Подгородецкий²

¹ ООО «ОгнеупорТрейдГрупп» (Россия, 125080, Москва, ул. Сурикова, 24)

² Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС» (Россия, 119049, Москва, Ленинский пр., 4)

Аннотация. Рассмотрено распределение температур в стали при ее непрерывной разливке. Замер температур осуществлялся последовательно в сталеразливочном (один замер) и промежуточном (два замера) ковшах с помощью платино-платинородиевой термопары с точностью ± 4 °С. В работе проанализированы результаты 170 разливок двух марок стали: 5СП и 35ГС. Выполнена проверка вида распределения совокупности температур на основе трех критериев согласия: χ -квадрат Пирсона, Колмогорова-Смирнова λ и Шапиро-Уилка W . Показано, что значения температур в сталеразливочном ковше для различных видов стали укладываются в модель нормального распределения. Полученные результаты согласуются с физической картиной разливки стали. Металл в сталеразливочном ковше находится практически в стабильном состоянии и подвержен только естественному охлаждению через футеровку, крышку и корпус ковша. В варианте анализа выборки значений температуры в промежуточном ковше при первом и втором замерах гипотезу о нормальном распределении следует отвергнуть. Здесь температура стали зависит от ряда параметров, в том числе от скорости поступления и скорости разливки, времени подачи и состава шлакообразующих и теплоизолирующих смесей и др. Попытки установить зависимость между температурами стали в сталеразливочном и промежуточном ковшах не увенчались успехом. Рассматривая измерение температуры в промежуточном ковше как два последовательных массива данных, первый из которых является аргументом, а второй – функцией, установлена линейная зависимость между этими массивами. Эта зависимость между первым и вторым измерениями температуры в промежуточном ковше может быть использована для оценки конечной температуры стали при выпадении показаний термопары, в том числе в случае выхода из строя. Результаты выполненной работы могут быть использованы при разработке математической модели разливки стали.

Ключевые слова: температура стали, сталеразливочный ковш, промежуточный ковш, совокупность, математическая выборка, критерии согласия, гипотеза о нормальном распределении

Для цитирования: Вильданов С.К., Подгородецкий Г.С. Применение методов математической статистики к измерению температуры стали в сталеразливочном и промежуточном ковшах при непрерывной разливке стали // Известия вузов. Черная металлургия. 2021. Т. 64. № 7. С. 510–518. <https://doi.org/10.17073/0368-0797-2021-7-510-518>

Original article

MATHEMATICAL STATISTICS FOR MEASUREMENT OF STEEL TEMPERATURE IN STEEL-POURING LADLE AND TUNDISH AT STEEL CONTINUOUS CASTING

S. K. Vil'danov^{1,2}, G. S. Podgorodetskii²

¹ LLC “OgneuporTradeGroup” (24 Surikova Str., Moscow 125080, Russian Federation)

² National University of Science and Technology “MISIS” (MISIS) (4 Leninskii Ave., Moscow 119049, Russian Federation)

Abstract. The article considers the temperature distribution in steel during its continuous casting. Temperatures were measured sequentially in the steel-pouring ladle (one measurement) and in the tundish (two measurements) using a platinum-platinum-rhodium thermocouple with an accuracy of ± 4 °C. We have analyzed the results of 170 casts of two steel grades: 5SP and 35GS. The type of temperatures set distribution was verified on the basis of three goodness-of-fit criteria: Pearson's χ -square criterion, λ Kolmogorov-Smirnov criterion and W Shapiro-Wilk criterion. The results obtained are consistent with the physical picture of steel casting. The metal in steel-pouring ladle is practically in a stable state and is subject only to natural cooling through the lining, top and ladle body. In the variant of analyzing a sample of temperature values in tundish at the first and second measurements, the hypothesis of normal distribution should be rejected. Here, the steel temperature depends on a number of parameters, including the feed rate and casting rate, feed time and composition of slag-forming and heat-insulating mixtures, etc. Attempts to establish the relationship between the steel temperatures of in steel-pouring ladle and tundish were unsuccessful. Considering the temperature measurement in tundish as two sequential data

arrays, the first of which is an argument, and the second is a function, a linear relationship between these arrays was established. This relationship between the first and second temperature measurements in the tundish can be used to estimate the steel final temperature at thermocouple readout, including in the event of a failure. The results of the work can be used in development of a mathematical model of steel casting.

Keywords: steel temperature, steel-pouring ladle, tundish, mathematical sampling, goodness-of-fit criteria, normal distribution hypothesis

For citation: Vil'danov S.K., Podgorodetskii G.S. Mathematical statistics for measurement of steel temperature in steel-pouring ladle and tundish at steel continuous casting. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2021, vol. 64, no. 7, pp. 510–518. (In Russ.).

<https://doi.org/10.17073/0368-0797-2021-7-510-518>

ВВЕДЕНИЕ

Одним из наиболее эффективных средств интерпретации, а в дальнейшем и прогнозирования свойств измеримых объектов, является применение методов математической статистики к вероятностным моделям, описывающим поведение измеримого объекта в различных условиях.

Несколько иной характер приобретает статистический анализ показателей, полученных на промежуточных стадиях некоторого технологического процесса. Здесь, исходя из анализируемых данных, важно не только получить вид распределения совокупности, из которой взята выборка, но и по возможности установить факторы, влияющие на вид такого распределения.

Одной из областей, где возникают такие задачи, является непрерывная разливка стали [1 – 4]. Важнейшим объектом здесь выступает температура. Ее величина, определенная с гарантированной точностью, является первым и необходимым параметром, используемым в управлении процессом. Точное измерение температуры является также необходимым условием, определяющим достоверность математических моделей непрерывной разливки стали [5 – 12]. Уровень температуры стали в сталеразливочном и промежуточном ковшах зависит от многих условий. Прежде всего, на температуру стали влияют естественное охлаждение жидкого металла в сталеразливочном ковше, скорость разливки, скорость охлаждения в промежуточном ковше и др. Температура стали существенно зависит также от подачи в промежуточный ковш шлакообразующих и теплоизолирующих смесей [13 – 19].

В реальных условиях разливки стали объем выборки замера температур ограничен, ввиду сложности измерений и сравнительно небольшой длительности периода разливки. С этой точки зрения весьма актуальным представляется получение конкретного вида эмпирических распределений.

Целью работы является исследование вида распределения значений температуры в сталеразливочном и промежуточном ковшах при непрерывной разливке стали, а также установление факторов, влияющих на вид распределения.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ И ИХ ОБРАБОТКА

Исследования проводили на установке для непрерывной разливки слэбов с объемом сталеразливочного ковша 160 т при разливке двух марок стали: 5СП и 35ГС. Измерения температур в сталеразливочном и промежуточном ковшах осуществляли с помощью платино-платинородиевой термопары с точностью $\pm 4^\circ\text{C}$. Первая группа измерений температуры выполнена в сталеразливочном ковше после внепечной обработки стали перед началом разливки, вторая – в промежуточном ковше в процессе разливки. Результаты замера температур в сталеразливочном и промежуточном ковшах приведены на рис. 1, 2. На оси абсцисс приведены величины температур в выбранных интервалах, на оси ординат – число замеров температуры, попавшее в интервал.

Для первичной обработки экспериментальных данных использован стандартный пакет STATISTICA. Поскольку размах данных не превышает 1,3 % и ко-

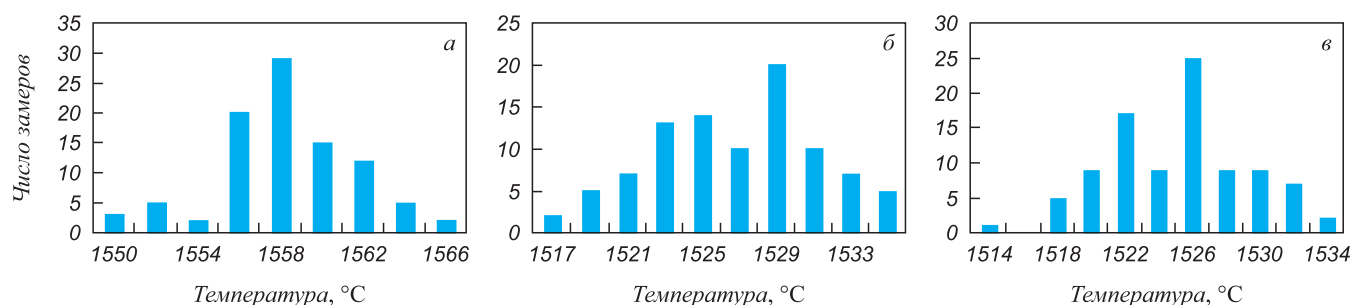


Рис. 1. Распределение измеряемых температур в сталеразливочном (а) и промежуточном ковшах первого (б) и второго (в) замеров при разливке стали 5СП

Fig. 1. Distribution of measured temperatures in steel-pouring (a) and tundish ladles in the first (б) and second (в) measurements during 5SP steel casting

личество наблюдений в однородных выборках меньше 100, то согласно [20] число интервалов принято равным 9 – 11.

Из внешнего вида гистограмм нельзя сделать однозначный вывод о виде распределения замеренных температур. Хотя на всех гистограммах и есть максимум, характерный для нормального распределения, он расположен ассиметрично и выражен не четко. «Концы» распределений достаточно тяжелые и ассиметричные.

Проверим правомерность гипотезы о нормальном распределении совокупности, привлекая для этой цели критерии согласия χ^2 Пирсона, Колмогорова-Смирнова λ и Шапиро-Уилка W .

Проверку начнем с наименее мощного критерия – критерия Хи-квадрат Пирсона [21].

Функция плотности нормального закона зависит от двух параметров математического ожидания μ и дисперсии σ :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}. \quad (1)$$

В качестве оценки μ возьмем выборочное среднее μ^* :

$$\mu^* = \frac{1}{n} (X_1, \dots, X_n), \quad (2)$$

где n – объем выборки.

В качестве оценки σ возьмем несмещенную выборочную дисперсию S^{*2} :

$$S_n^{*2} = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (X_k - X_n^*)^2. \quad (3)$$

Тогда для вероятности попадания случайной величины X в отрезок $[x_{i-1}, x_i]$, имеем

$$P(x_{i-1} \leq X \leq x_i) = \int_{x_{i-1}}^{x_i} f(x) dx. \quad (4)$$

Вероятности попадания выразятся как

$$P(x_{i-1} \leq X \leq x_i) = \Phi\left(\frac{x_i - x^*}{S_n^*}\right) - \Phi\left(\frac{x_{i-1} - x^*}{S_n^*}\right),$$

где $\Phi(x)$ – функция Лапласа.

При использовании критерия Пирсона в качестве статистики $\chi^2 = \chi^2(x_1, \dots, x_n)$ выбирается функция выборочных данных χ^2 , которая вычисляется по формуле

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}, \quad (5)$$

где k – число интервалов; n_i – число выборочных значений, попавших в интервал; n – объем выборки; p_i – вероятность попадания случайной величины в интервал.

С ростом n случайную величину χ^2 можно считать распределенной по закону распределения Хи-квадрат.

Это распределение зависит от одного параметра r – числа степеней свободы. В данном случае параметр r равен:

$$r = k - 1 - S, \quad (6)$$

где k – число интервалов разбиения; S – число параметров закона распределения, вычисленных по выборке, равное 2.

Если гипотеза о нормальном распределении совокупности по составу верна, то экспериментальное значение $\chi_{\text{экс}}$, вычисленное на основании анализа выборки, не может превышать значения $\chi_{\text{кр}}^2$. Задаваясь вероятностью β , например 0,95, можно считать, что события с вероятностью $\alpha = 1 - \beta$ маловероятны.

Результаты расчета статистики χ^2 для температур стали 5СП и 35ГС показаны в табл. 1. Для сокращения объема приведены величины расчетных параметров при минимальной температуре стали и в интервалах минимальных и максимальных температур, а также суммарная величина параметров во всем интервале температур.

Анализ полученных результатов показывает, что проверка гипотезы о нормальном распределении со-

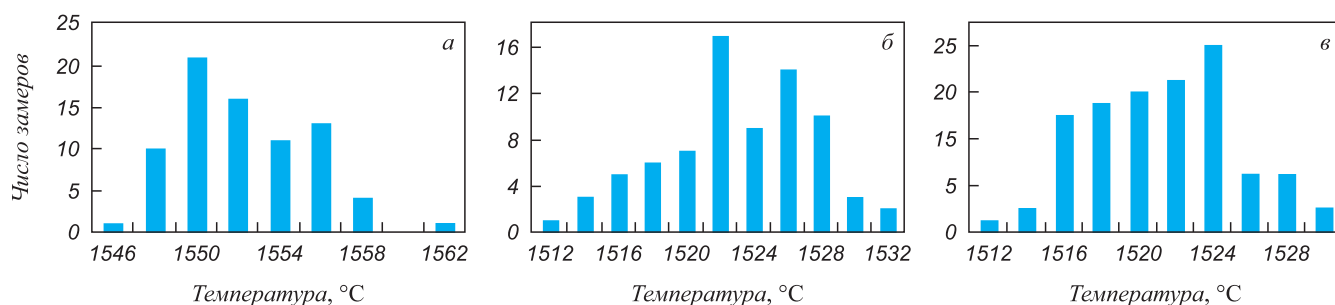


Рис. 2. Распределение замеряемых температур в сталеразливочном (а) и промежуточном ковшах первого (б) и второго (в) замеров при разливке стали 35ГС

Fig. 2. Distribution of measured temperatures in steel-pouring (a) and tundish ladles in the first (б) and second (в) measurements during 35GS steel casting

вокупности, выполненной по критерию Пирсона Хи-квадрат, выявила необходимость отклонения данной гипотезы для всех измерений в промежуточном ковше, поскольку $\chi^2_{\text{эсп}} > \chi^2_{\text{кр}}$ ($\chi^2_{\text{кр}} = 16,9$). Для измерений в сталеразливочном ковше $\chi^2_{\text{эсп}} < \chi^2_{\text{кр}}$, гипотеза может быть принята как не противоречащая экспериментальным данным.

Как отмечено выше, применение критерия Пирсона Хи-квадрат для проверки непараметрических гипотез и сформулированные при этом выводы требуют из-

вестной доли осторожности, поскольку данный метод оказывается достаточно чувствительным к выбору числа интервалов и их длине [22]. Данные, считающиеся распределенными нормально, согласно одному методу расчета, не являются «нормальными» при применении другого метода расчета [23 – 27]. Требуется дополнительная проверка гипотезы о нормальном распределении рассматриваемой совокупности.

Дополнительную проверку гипотезы о нормальном распределении температуры осуществим с по-

Т а б л и ц а 1

Значения функции Лапласа, вероятности попадания случайной величины в интервал и статистики χ^2

Table 1. Values of the Laplace function, probability of random variable falling into the interval, and statistics χ^2

(x_{i-1}, x_i)	$\frac{x_i - x^*}{S_n^*}$	$\Phi\left(\frac{x_i - x^*}{S_n^*}\right)$	p_i	np_i	n_i	$n_i - np_i$	$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$
Сталь 5СП							
Измерение в сталеразливочном ковше							
1550,00	–2,33	–0,490	–	–	–	–	–
(1550,00;1551,45)	–1,90	–0,471	0,018	1,8	5	3,2	4,69
(1564,55;1566,00)	2,43	0,493	0,015	1,5	2	0,5	0,17
Σ	–	–	0,979	91,3	93	–	16,15
Первое измерение в промежуточном ковше							
1517,00	–2,12	–0,483	–	–	–	–	–
(1517,00;1518,64)	–1,75	–0,4599	0,023	2,14	2	–0,1	0,005
(1533,36;1535,00)	1,94	0,4738	0,032	3,0	5	2,0	1,3
Σ	–	–	0,957	89,1	93	–	23,64
Второе измерение в промежуточном ковше							
1514,00	–2,58	–0,4951	–	–	–	–	–
(1514,00;1515,73)	–2,17	–0,4849	0,01	0,93	1	0,07	0,005
(1531,27;1533,00)	2,03	0,4788	0,033	3,07	6	2,93	2,796
Σ	–	–	0,976	87,78	93	–	21,285
Сталь 35ГС							
Измерение в сталеразливочном ковше							
1512	–2,350	–0,4906	–	–	–	–	–
(1512,00;1513,82)	–1,940	–0,4738	0,017	1,31	2	0,69	0,360
(1530,18;1532,00)	2,160	0,4846	0,025	1,93	2	0,07	0,002
Σ	–	–	0,976	75,17	77	–	12,212
Первое измерение в промежуточном ковше							
1546	–1,930	–0,4732	–	–	–	–	–
(1546,00;1547,45)	–1,460	–0,4279	0,045	3,47	3	–0,47	0,064
(1559,09;1562,00)	3,294	0,4995	0,009	0,69	1	0,31	0,140
Σ	–	–	0,973	74,92	77	–	35,830
Второе измерение в промежуточном ковше							
1512	–2,190	–0,4858	–	–	–	–	–
(1512,00;1513,55)	–1,800	–0,4641	0,022	1,69	1	–0,69	0,280
(1527,45;1529,00)	2,060	0,4803	0,027	2,08	4	1,92	1,770
Σ	–	–	0,971	74,76	77	–	18,100

мощью критерия согласия Колмогорова-Смирнова (λ -критерия). Как и прежде, $F(x)$ – неизвестная функция распределения совокупности, а $F_n^*(x)$ – эмпирическая функция распределения, построенная по выборке (x_1, \dots, x_n) . Случайная величина

$$\rho_n = \sqrt{n} \max_x |F_n^*(x) - F(x)| \quad (7)$$

асимптотически распределена по закону Колмогорова

$$F_{\rho_n}(x) = P(\rho_n < x) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} K(x), \quad (8)$$

где $K(x)$ – функция распределения Колмогорова, значения которой табулированы.

По гипотезе полагаем, что $F(x) = F_0(x)$, где функция $F_0(x)$ распределена по нормальному закону, и выбираем статистику $\lambda_n = \sqrt{n} \max_x |F_n^*(x) - F_0(x)|$. Если выдвинута гипотеза о нормальном распределении, то

$$F_0(x) = 0,5 + \Phi\left(\frac{x_i - x^*}{S^*}\right), \quad (9)$$

где $\Phi(x)$ – функция Лапласа; x^* – выборочное среднее; S^* – несмещенная выборочная дисперсия.

По теореме Гливленко-Кантелли, эмпирическая функция распределения $F_n^*(x)$, построенная по выборке, представляет собой состоятельную оценку теоретической функции распределения $F(x)$ [28 – 32].

Согласно [32, 33], когда приходится использовать лишь одну однородную выборку, уровень значимости необходимо брать достаточно большим, например, $\alpha = 0,05 - 0,20$, чтобы расширить критическую область.

Зададим уровень значимости α , а значения $\lambda_{кр}$ найдем из соотношения $P(\lambda \geq \lambda_{кр}) = 1 - P(\lambda < \lambda_{кр}) = 1 - K(\lambda_{кр})$. При $\alpha = 0,1$ $\lambda_{кр} = 1,224$. Сравнивая расчетное число $\lambda_{эксп}$, определенное по выборке, с числом $\lambda_{кр}$, найдем, что если $\lambda_{эксп} > \lambda_{кр}$, проверяемая гипотеза отвергается, если $\lambda_{эксп} < \lambda_{кр}$, то считаем, что предполагаемая функция распределения совокупности согласуется с экспериментальными данными.

Опуская для краткости промежуточные выкладки, укажем, что результаты расчета, выполненного по вы-

борке значений температуры жидкой стали 5СП ($n = 93$) и стали 35ГС ($n = 77$) позволили получить максимальное значение разности $|F_0(x) - v_{x_i}^{нак}|$, где $v_{x_i}^{нак} = F_n(x)$, и значения статистики критерия Колмогорова-Смирнова $\lambda_{эксп}$ (табл. 2).

Сравнивая рассчитанные значения с $\lambda_{кр} = 1,224$ установим, что в случае первого измерения температуры в промежуточном ковше при разливке стали 5СП гипотезу о нормальном распределении совокупности следует отклонить. В других случаях гипотезу о нормальном законе распределения совокупности можно считать не противоречащей экспериментальным данным.

Согласно [34, 35] сравнение критерия χ^2 с критерием Шапиро-Уилка W при проверке допущения о нормальном распределении генеральной совокупности показывает, что критерий W является более мощным, т. е. обеспечивает большую вероятность отбросить неправильную модель. Так в работе [35] показано, что проверка с помощью критерия W является эффективным методом оценки справедливости допущения о нормальности генеральной совокупности, даже если число наблюдений относительно невелико.

Чтобы использовать критерий для случайной выборки объемом n , когда $n \leq 50$, с наблюдаемыми значениями x_1, \dots, x_n поступаем следующим образом. Располагаем наблюдения таким образом, чтобы получить упорядоченную выборку значений x_1, \dots, x_n , где $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$.

Далее вычисляем выборочную дисперсию:

$$S^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - x^*)^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n}, \quad (10)$$

где x^* – эмпирическое среднее.

Если n – четное число, принимаем $k = \frac{n}{2}$, если n – нечетное число, принимаем $k = \frac{n-1}{2}$. Затем вычисляем коэффициент:

$$\begin{aligned} b &= a_n(x_n - x_1) + a_{n-1}(x_{n-1} - x_2) + \\ &+ \dots + a_{n-k+1}(x_{n-k+1} - x_k) = \\ &= \sum_{i=1}^k a_{n-i+1}(x_{n-i+1} - x_i), \end{aligned} \quad (11)$$

Т а б л и ц а 2

Значения максимума критерия Колмогорова-Смирнова

Table 2. Values of the Kolmogorov-Smirnov criterion maximum

Ковш	Измерение	Сталь 5СП	Сталь 35ГС
Сталеразливочный	1	$\lambda_{эксп} = 0,047\sqrt{93} = 0,453$	$\lambda_{эксп} = 0,11\sqrt{77} = 0,974$
Промежуточный	1	$\lambda_{эксп} = 0,169\sqrt{93} = 1,630$	$\lambda_{эксп} = 0,076\sqrt{77} = 0,667$
Промежуточный	2	$\lambda_{эксп} = 0,073\sqrt{93} = 0,704$	$\lambda_{эксп} = 0,063\sqrt{77} = 0,553$

где значения a_{n-i+1} для $i = 1, \dots, k$ берутся из соответствующих таблиц для $n = 3, \dots, 50$.

Далее вычисляем критерий Шапиро-Уилка:

$$W = \frac{b^2}{S^2}. \quad (12)$$

Сравниваем вычисленное значение W с процентильми распределения этого критерия, показанными в соответствующей таблице. Эта таблица дает минимальные значения W , которые мы получили бы для вероятностей 1, 2, 5, 10 и 50 % при различных значениях n , если бы данные действительно имели нормальное распределение.

Таким образом, малые значения W указывают на отсутствие нормальности. Например, если значение W , вычисленное по формуле (12), меньше 5 % табличного значения, то вероятность того, что выборка взята из совокупности, распределенной по нормальному закону, не превышает 0,05. В этом случае можно сделать вывод о том, допущение о нормальном распределении не приемлемо. Проверочным шагом можно назвать оценку приближенной вероятности получения вычисленного значения W при допущении о нормальном распределении случайной величины по формуле

$$z = \gamma + \eta \ln \left(\frac{W - \varepsilon}{1 - W} \right). \quad (13)$$

Значения γ , η и ε табулированы для соответствующего размера выборки. Анализируемые выборки ограничены числом элементов в них, равном 50, так как табличные значения процентилей распределения данного критерия рассчитаны для $n = 50$ [35]. Также, как и прежде, расчеты выполним для выборок объемом $n = 50$ для температуры двух марок стали. Промежуточные расчеты для краткости опускаем.

Для температуры стали 5СП в сталеразливочном ковше имеем следующие значения: коэффициент $b = 21,25$; $S^2 = 461,68$; критерий Шапиро-Уилка $W_{\text{эсп}} = \frac{b^2}{S^2} = \frac{21,25^2}{461,68} = 0,978$. Вычисленное значение критерия W превышает табличное 50 %-ное значение критерия, равное $W_{\text{кр}} = 0,974$ для объема выборки $n = 50$. Из соответствующей таблицы находим для $n = 50$ значения $\gamma = -7,677$, $\eta = 2,212$, $\varepsilon = 0,144$. Подставляя их в формулу (13), получим: $z = -7,677 + 2,212 \times \ln \left(\frac{0,978 - 0,144}{1 - 0,978} \right) = 0,364$. Из таблицы значений интегральной функции нормированного нормального распределения находим, что $P(z \leq 0,364) = 0,640$. Для стали 35ГС $W_{\text{эсп}} = 0,977$ также превышает $W_{\text{кр}} = 0,974$.

Таким образом приближенная вероятность получить число, не превышающее вычисленное значение критерия W , если выборка берется из нормально распределен-

ной совокупности, оказалась равной 0,640. Поскольку эта вероятность достаточно высока, можно заключить, что вследствие наличия ограниченных данных нет оснований отвергать допущение о нормальном распределении температуры в сталеразливочном ковше.

Этот результат подтверждается только для случаев нахождения жидкой стали в сталеразливочном ковше (см. рис. 1, 2). В остальных, рассмотренных выше вариантах, критерий W предписывает отвергнуть допущение о нормальном распределении температуры.

Для выборок из распределения температур при первом и втором замере в промежуточном ковше для стали 5СП, вычисленные значения критерия Шапиро-Уилка W составляют 0,970 и 0,967 соответственно. Эти значения меньше табличного 50 %-ного значения критерия для объема выборки $n = 50$.

Для выборок из распределения температур при первом и втором замере в промежуточном ковше для стали 35ГС, вычисленные значения критерия Шапиро-Уилка W составляют 0,829 и 0,853 соответственно. В этом случае критерий предписывает сделать вывод о том, что допущение о нормальном распределении совокупности не приемлемо.

Рассматривая температуру T_0 при измерении в сталеразливочном ковше как начальный входной параметр, представляет интерес установить, существует ли корреляционная зависимость между этой начальной температурой и температурой стали при первом T_1 и при втором T_2 замерах в промежуточном ковше в период разливки. Если такая зависимость существует, то каков ее характер.

С этой целью провели регрессионный анализ указанных параметров. Оказывается, что корреляционная связь (функциональная связь) $(T_1, T_2) = f(T_0)$ либо очень мала, либо отсутствует вовсе, коэффициент корреляции 0,15. С другой стороны, корреляционная связь $T_2 = f(T_1)$ четко прослеживается. На рис. 3 показаны результаты такого анализа для стали 5СП и 35ГС. Уравнения регрессии имеют вид: $T_2 = 661,7 + 0,57T_1$, коэффициент корреляции $r = 0,61$ и $T_2 = 367,3 + 0,76T_1$, коэффициент корреляции $r = 0,84$. Из графиков видно, что зависимость между значениями температуры при первом и при втором замере существует и носит выраженный линейный характер.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Полученные результаты показывают, что применение наименее мощного критерия Хи-квадрат предписывает отвергнуть гипотезу о нормальном распределении во всех случаях, за исключением выборок значений температуры в сталеразливочном ковше. Именно для этих двух выборок можно сделать вывод о том, что данные не противоречат выдвинутой гипотезе.

Применение критерия Колмогорова-Смирнова в его модификации, где оценки параметров закона распреде-

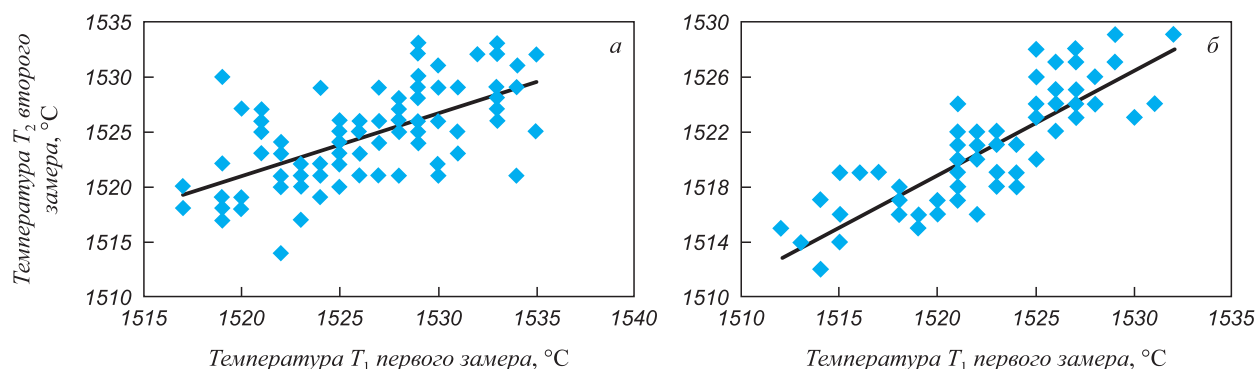


Рис. 3. Результаты регрессионного анализа зависимости второго замера температуры от первого замера в промежуточном ковше при разливке стали 5СП (а) и 35ГС (б)

Fig. 3. Results of regression analysis of dependence of the second temperature measurement on the first measurement in tundish at 5SP (a) and 35 GS (б) steel casting

ления выполнены по той же выборке, по которой вычисляется само экспериментальное значение критерия, показывает, что для стали 5СП (для случаев на гистограммах рис. 1) гипотезу о нормальном распределении температуры совокупности можно считать не противоречащей наблюдаемым выборочным данным. Для выборок, характеризующих температуру стали 35ГС (рис. 2), критерий Колмогорова предписывает считать не противоречащими гипотезе о нормальном распределении совокупности по всем выборкам.

Привлечение третьего критерия согласия – критерия Шапиро-Уилка показывает, что допущение о нормальном распределении совокупностей не противоречит экспериментальным данным только для значений температуры в сталеразливочном ковше. Данный вывод в точности совпадает с проверкой на «нормальность» с помощью критерия Хи-квадрат.

Сравнивая расчетный параметр $\chi^2_{\text{экс}}$ с $\chi^2_{\text{кр}}$ (критерий Пирсона), или $\lambda_{\text{экс}}$ с $\lambda_{\text{кр}}$ (критерий Колмогорова), или расчетное значение критерия Шапиро-Уилка W с 50 % процентилем критерия W , часто сопоставляются достаточно близкие между собой числа. Такое сравнение не может гарантировать от принятия ошибочной гипотезы. По-видимому, кроме увеличения объема выборки, необходимым дополнительным условием выполнения нормального закона распределения совокупности является «нормальный» вид соответствующей гистограммы.

Полученные результаты согласуются с физической картиной разливки стали. Металл в сталеразливочном ковше после внепечной обработки перед разливкой находится в наиболее стабильном состоянии. На него не воздействуют никакие внешние возмущения, например, нагрев, перемешивание, дегазация, добавки легирующих элементов. Металл подвержен только естественному охлаждению через футеровку, крышку и корпус ковша. В этом смысле, нормальное распределение и является наилучшим приближением, поскольку почти все внешние возмущающие факторы оказываются скомпенсированными и минимизированными.

Другая картина наблюдается в промежуточном ковше. Она является не стационарной. Металл непрерывно поступает в промежуточный ковш из сталеразливочного ковша. Скорость охлаждения металла в промежуточном ковше возрастает. Скорость поступления является не постоянной и зависит от требуемой скорости разливки. Наблюдается значительная турбулентность перемещения жидкого металла в промежуточном ковше. Скорость охлаждения меняется в широких пределах от начального момента заполнения промежуточного ковша до некоторого значения после подачи в промежуточный ковш шлакообразующих и теплоизолирующих смесей. Именно по этой причине температура жидкой стали в промежуточном ковше, по крайней мере при первом и втором замерах, не описывается нормальным распределением. Дополнительным аргументом здесь является тот факт, что сколь-нибудь выраженной зависимости температуры не наблюдается, например, первого замера в промежуточном ковше от температуры в сталеразливочном ковше. Между тем, зависимость температуры при втором замера в промежуточном ковше от температуры при первом замера существует.

Выводы

Проанализированы выборки, представляющие собой значения температур при непрерывной разливке стали. Выборки взяты из совокупности значений температуры в сталеразливочном ковше и при двух последовательных измерениях температуры в промежуточном ковше. Выполнена проверка допущения о виде распределения совокупности измеримых объектов на основе различных критериев согласия. Выявлены наиболее эффективные критерии. Установлено, что выборки совокупностей значений температуры в сталеразливочном ковше описываются нормальным законом. Для стали, находящейся в промежуточном ковше, выборки температуры порождены совокупностями, распределения которых отличны от нормальных распределений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

REFERENCES

1. Амелин А.В., Щипанов С.С., Амелин Ал.В., Фойгт Д.Б. Освоение непрерывной разливки стали в АО «ЕВРАЗ-ЗСМК» // *Сталь*. 2019. № 7. С. 14–16.
2. Han Z., Li Y., Yang M., Yuan Q., Ba L., Xu E. Digital twin-driven 3D visualization monitoring and traceability system for general parts in continuous casting machine // *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing*. 2020. Vol. 14. No. 7. Article 0100. <https://doi.org/10.1299/jamdsm.2020jamdsm0100>
3. Jong-Kyu Yoon. Applications of numerical simulation to continuous casting technology // *ISIJ International*. 2008. Vol. 48. No. 7. P. 879–884. <https://doi.org/10.2355/isijinternational.48.879>
4. Jiaocheng Ma, Zhi Xie, Guanglin Jia. Applying of real-time heat transfer and solidification model on the dynamic control system of billet continuous casting // *ISIJ International*. 2008. Vol. 48. No. 12. P. 1722–1727. <https://doi.org/10.2355/isijinternational.48.1722>
5. Grip Carl-Erik. Simple model for prediction of temperatures in an L-shaped tundish – Verification by continuous temperature measurements // *ISIJ International*. 1998. Vol. 38. No. 7. P. 704–713. <https://doi.org/10.2355/isijinternational.38.704>
6. Fan C.-M., Hwang W.-S. Mathematical modeling of fluid flow phenomena during tundish filling and subsequent initial casting operation in steel continuous casting process // *ISIJ International*. 2000. Vol. 40. No. 11. P. 1105–1114. <https://doi.org/10.2355/isijinternational.40.1105>
7. Pardeshi R., Basak S., Singh A.K., Basu B., Mahashabde V., Roe S.K., Kumar S. Mathematical modeling of the tundish of a single-strand slab caster // *ISIJ International*. 2004. Vol. 44. No. 9. P. 1534–1540. <https://doi.org/10.2355/isijinternational.44.1534>
8. Liu S.-X., Yang X.-M., Du L., Li L., Liu C.-Z. Hydrodynamic and mathematical simulations of flow field and temperature profile in an asymmetrical t-type single-strand continuous casting tundish // *ISIJ International*. 2008. Vol. 48. No. 12. P. 1712–1721. <https://doi.org/10.2355/isijinternational.48.1712>
9. Эльдарханов А.С., Нурадинов А.С., Баранова В.Н. Некоторые аспекты применения внешних воздействий при непрерывной разливке стали // *Сталь*. 2015. № 10. С. 17–20.
10. Ботников С.А., Хлыбов О.С., Костычев А.Н. Разработка прогнозирования температуры металла в сталеразливочном и промежуточном ковшах в литейно-прокатном комплексе // *Сталь*. 2019. № 10. С. 7–12.
11. Тимошпольский В.И., Трусова И.А. Совершенствование технологии непрерывной разливки сортовых заготовок. Способы измерения температур при затвердевании и охлаждении. Сообщение 1 // *Сталь*. 2019. № 11. С. 14–18.
12. Van Ende M.-A., Jung I.-H. Development of a thermodynamic database for mold flux and application to the continuous casting process // *ISIJ International*. 2014. Vol. 54. No. 3. P. 489–495. <https://doi.org/10.2355/isijinternational.54.489>
13. Климанчук В.В., Бочек А.П., Лавринишин С.А. и др. Эффективность защиты металла, разливаемого непрерывным способом // *Сталь*. 2007. № 1. С. 20–22.
14. Топтыгин А.М., Полозов Е.Г., Айзин Ю.М., Нехлюдов И.В. Совершенствование защитных шлакообразующих смесей для промежуточных ковшей МНЛЗ // *Сталь*. 2007. № 3. С. 20–24.
15. Капитанов В.А., Куклев А.В., Полозов Е.Г. Исследование теплоизоляционных свойств шлаковых смесей для промежуточного ковша // *Сталь*. 2009. № 1. С. 28–31.
16. Вильданов С.К., Лиходиевский А.В., Пыриков А.Н. Разработка и внедрение энергосберегающих материалов для разливки стали // *Новые огнеупоры*. 2011. № 8. С. 3–6.
17. Вильданов С.К. Разработка и внедрение теплоизолирующих и шлакообразующих материалов серии «Изотерм-1600» // *Сталь*. 2018. № 9. С. 17–22.
1. Amelin A.V., Shchipanov S.S., Amelin Al.V., Foigt D.B. Development of steel continuous casting in JSC “EVRAZ-ZSMK”. *Stal’*. 2019, no. 7, pp. 14–16. (In Russ.).
2. Han Z., Li Y., Yang M., Yuan Q., Ba L., Xu E. Digital twin-driven 3D visualization monitoring and traceability system for general parts in continuous casting machine. *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing*. 2020, vol. 14, no. 7, article 0100. <https://doi.org/10.1299/jamdsm.2020jamdsm0100>
3. Jong-Kyu Yoon. Applications of numerical simulation to continuous casting technology. *ISIJ International*. 2008, vol. 48, no. 7, pp. 879–884. <https://doi.org/10.2355/isijinternational.48.879>
4. Jiaocheng Ma, Zhi Xie, Guanglin Jia. Applying of real-time heat transfer and solidification model on the dynamic control system of billet continuous casting. *ISIJ International*. 2008, vol. 48, no. 12, pp. 1722–1727. <https://doi.org/10.2355/isijinternational.48.1722>
5. Grip Carl-Erik. Simple model for prediction of temperatures in an L-shaped tundish – Verification by continuous temperature measurements. *ISIJ International*. 1998, vol. 38, no. 7, pp. 704–713. <https://doi.org/10.2355/isijinternational.38.704>
6. Fan C.-M., Hwang W.-S. Mathematical modeling of fluid flow phenomena during tundish filling and subsequent initial casting operation in steel continuous casting process. *ISIJ International*. 2000, vol. 40, no. 11, pp. 1105–1114. <https://doi.org/10.2355/isijinternational.40.1105>
7. Pardeshi R., Basak S., Singh A.K., Basu B., Mahashabde V., Roe S.K., Kumar S. Mathematical modeling of the tundish of a single-strand slab caster. *ISIJ International*. 2004, vol. 44, no. 9, pp. 1534–1540. <https://doi.org/10.2355/isijinternational.44.1534>
8. Liu S.-X., Yang X.-M., Du L., Li L., Liu C.-Z. Hydrodynamic and mathematical simulations of flow field and temperature profile in an asymmetrical t-type single-strand continuous casting tundish. *ISIJ International*. 2008, vol. 48, no. 12, pp. 1712–1721. <https://doi.org/10.2355/isijinternational.48.1712>
9. El'darkhanov A.S., Nuradinov A.S., Baranova V.N. Some aspects of external influences application during continuous casting of steel. *Stal’*. 2015, no. 10, pp. 17–20. (In Russ.).
10. Botnikov S.A., Khlybov O.S., Kostychev A.N. Development of a steel temperature prediction model in a steel ladle and tundish in a casting and rolling complex. *Steel in Translation*. 2019, vol. 48, no. 10, pp. 688–694. <https://doi.org/10.3103/S096709121910005X>
11. Timoshpol'skii V.I., Trusova I.A. The technological improvement for continuous casting of section steel, and the measuring methods for the temperature during solidification and cooling, Report I. *Steel in Translation*. 2019, vol. 49, no. 11, pp. 783–788. <https://doi.org/10.3103/S0967091219110147>
12. Van Ende M.-A., Jung I.-H. Development of a thermodynamic database for mold flux and application to the continuous casting process. *ISIJ International*. 2014, vol. 54, no. 3, pp. 489–495. <https://doi.org/10.2355/isijinternational.54.489>
13. Klimanchuk V.V., Bochek A.P., Lavrinishin S.A., etc. Efficiency of protection of continuously casted metal. *Stal’*. 2007, no. 1, pp. 20–22. (In Russ.).
14. Toptygin A.M., Polozov E.G., Aizin Yu.M., Neklyudov I.V. Improving protective slag-forming mixtures for intermediate ladles of continuous-casting machines. *Steel in Translation*. 2007, vol. 37, no. 3, pp. 266–270. <https://doi.org/10.3103/S0967091207030254>
15. Kapitanov V.A., Kuklev A.V., Polozov E.G. Heat-insulating properties of slag mixtures for the intermediate ladle. *Steel in Translation*. 2009, vol. 39, no. 1, pp. 50–52. <https://doi.org/10.3103/S0967091209010124>
16. Vil'danov S.K., Likhodievskii A.V., Pyrikov A.N. Development and introduction of energy saving materials for steel pouring. *Refractories and Industrial Ceramics*. 2011, vol. 52, no. 4, pp. 237–239. <https://doi.org/10.1007/s11148-011-9404-z>
17. Vil'danov S.K. Development and implementation of heat-insulating and slag-forming materials of Isotherm-1600 series. *Stal’*. 2018, no. 9, pp. 17–22. (In Russ.).

18. Пат. 2334587 РФ. Теплоизолирующая и защитная смесь для зеркала металла в промежуточном ковше МНЛЗ / Вильданов С.К., Лиходиевский А.В.; заявл. 02.07.2007; опубл. 27.09.2008. Бюл. № 27.
19. Пат. 2464122 РФ. Теплоизолирующая терморасширяющаяся смесь / Вильданов С.К., Лиходиевский А.В., Пыриков А.Н.; заявл. 06.10.2011; опубл. 20.10.2012. Бюл. № 29.
20. Палий И.А. Прикладная статистика. М.: Высшая школа, 2004. 175 с.
21. Pearson E.S., Hartley H.O. *Biometrika Tables for Statisticians*. Cambridge University Press, 1954. Vol. 1.
22. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Математическая статистика. М.: Высшая школа, 1984. 247 с.
23. Кокс Д., Хинкли Д. Теоретическая статистика. М.: Мир, 1978. 560 с.
24. Леман Э. Проверка статистических гипотез. М.: Наука, 1979. 408 с.
25. Катеман Г., Пийперс Ф.В. Контроль качества химического анализа. М.: Металлургия, 1989. 447 с.
26. Karlin S. *First Course in Stochastic Processes*. New York: Academic Press, 1966. 536 p.
27. Hald A. *Statistical Theory with Engineering Applications*. New York: John Wiley, 1952. 783 p.
28. Brownlee K.A. *Statistical Theory and Methodology in Science and Engineering*. John Wiley, 1965. 590 p.
29. Колмогоров А.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Наука, 1986. 535 с.
30. Джонсон Н., Лион Ф. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. Методы обработки данных. М.: Мир, 1980. 609 с.
31. Бочаров П.П., Печинкин А.В. Математическая статистика. М.: Российский университет дружбы народов, 1994. 164 с.
32. Shapiro S.S., Wilk M.B. An analysis of variance test for normality (complete samples) // *Biometrika*. 1965. Vol. 52. P. 591–611. <https://doi.org/10.2307/2333709>
33. Cochran W.G. The χ^2 test of goodness of fit // *The Annals of Mathematical Statistics*. 1952. Vol. 23. P. 315–345.
34. Williams C.A. On the choice of the number and width of classes for the Chi-Square test goodness of fit // *Journal of the American Statistical Association*. 1950. Vol. 45. P. 77–86. <https://doi.org/10.1080/01621459.1950.10483336>
35. Hahn G.J., Shapiro S.S. *Statistical Models in Engineering*. Wiley, 1967. 395 p.
18. Vil'danov S.K., Likhodievskii A.V. *Heat-insulating and protective mixture for bath level in CCM tundish*. Patent RF no. 2334587. *Bulleten' izobretenii*. 2008, no. 27. (In Russ.).
19. Vil'danov S.K., Likhodievskii A.V., Pyrikov A.N. *Heat-insulating thermo-expanding mixture*. Patent RF no. 2464122. *Bulleten' izobretenii*. 2012, no. 29. (In Russ.).
20. Palii I.A. *Applied Statistics*. Moscow: Vysshaya shkola, 2004, 175 p.
21. Pearson E.S., Hartley H.O. *Biometrika Tables for Statisticians*. Cambridge University Press, 1954, vol. 1.
22. Ivchenko G.I., Medvedev Yu.I. *Mathematical Statistics*. Moscow: Vysshaya shkola, 1984, 247 p. (In Russ.).
23. Cox D.R., Hinkley D.V. *Theoretical Statistics*. Chapman and Hall/CRC, 1979, 528 p.
24. Lehman E.L. *Testing Statistical Hypotheses*. New York: John Wiley and Sons Inc., London: Chapman and Hall, 1959, 361 p.
25. Kateman G., Pijpers F.W. *Quality Control in Analytical Chemistry*. Wiley, 1981, 276 p.
26. Karlin S. *First Course in Stochastic Processes*. New York: Academic Press, 1966, 536 p.
27. Hald A. *Statistical Theory with Engineering Applications*. New York: John Wiley, 1952.
28. Brownlee K.A. *Statistical Theory and Methodology in Science and Engineering*. New York: John Wiley, 1965.
29. Kolmogorov A.N. *Probability Theory and Mathematical Statistics*. Moscow: Nauka, 1986, 535 p. (In Russ.).
30. Johnson Norman L., Leone Fred C. *Statistics and Experimental Design in Engineering and the Physical Sciences*. New York, etc.: John Wiley, 1977.
31. Bocharov P.P., Pechinkin A.V. *Mathematical Statistics*. Moscow: Rossiiskii universitet druzhby narodov, 1994, 164 p. (In Russ.).
32. Shapiro S.S., Wilk M.B. An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika*. 1965, vol. 52, pp. 591–611. <https://doi.org/10.2307/2333709>
33. Cochran W.G. The χ^2 test of goodness of fit. *The Annals of Mathematical Statistics*. 1952, vol. 23, pp. 315–345.
34. Williams C.A. On the choice of the number and width of classes for the Chi-Square test goodness of fit. *Journal of the American Statistical Association*. 1950, vol. 45, pp. 77–86.
35. Hahn G.J., Shapiro S.S. *Statistical Models in Engineering*. Wiley, New York, 1967, 395 p.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Сергей Касимович Вильданов, заместитель генерального директора, ООО «ОгнеупорТрейдГрупп», к.т.н., доцент, Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»
E-mail: vildanov@ogneupor.net

Геннадий Станиславович Подгородецкий, к.т.н., профессор, директор научно-образовательного центра «Инновационные металлургические технологии», Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»
E-mail: podgs@misys.ru

Sergei K. Vil'danov, Deputy General Director, LLC "OgneuporTrade-Grupp", Cand. Sci. (Eng.), Assist. Prof., National University of Science and Technology "MISIS" (MISIS)
E-mail: vildanov@ogneupor.net

Gennadii S. Podgorodetskiy, Cand. Sci. (Eng.), Professor, Director of the Scientific and Educational Center "Innovative Metallurgical Technologies", National University of Science and Technology "MISIS" (MISIS)
E-mail: podgs@misys.ru

Поступила в редакцию 14.01.2021
После доработки 23.06.2021
Принята к публикации 28.06.2021

Received 14.01.2021
Revised 23.06.2021
Accepted 28.06.2021