

ка с учетом только перлитного фазового превращения; 2 – температура центра слитка с учетом перлитного и мартенситного фазовых превращений; $2a$ – температура поверхности слитка с учетом перлитного и мартенситного фазовых превращений.

Установлено значительное различие в характере нагрева слитка при двух вариантах учета теплоемкости – разница температур в центре достигает 100 °С.

Полученные результаты показывают необходимость учета при расчетных исследованиях динамики нагрева заготовок зависимостей теплофизических свойств стали, таких как теплоемкость и теплопроводность, от температуры. Особенно это необходимо при нагреве термически толстых заготовок из легированных марок стали.

УДК 539.374.001.8.621.7 – 111

В.В. Чигиринский

Запорожский национальный технический университет (Украина)

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ ПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЫ

В работах [1 – 3] показано замкнутое решение плоской задачи теории пластичности. При решении ряда теоретических и практических задач возникает необходимость исследования распределения напряжения текучести по объему очага деформации в зависимости от ряда технологических факторов.

Постановка задачи для простой и сложной пластической среды показана в работах [1 – 3]. В конечном счете, она сводится к трем неоднородным дифференциальным уравнениям гиперболического типа

$$\frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial y^2} = 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \sqrt{k^2 - \tau_{xy}^2};$$

$$\frac{\partial^2 \xi_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \xi_x}{\partial x^2} = 2 \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} \frac{1}{F_1} \xi_x; \quad \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial x^2} = 2 \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} \frac{1}{F_2} \varepsilon_x. \quad (1)$$

Решение задачи для сложной среды довольно подробно представлено в работах [1 – 3]. Для напряжений имеем

$$T_i = k = C_\sigma \exp(-A'_1 \theta) \exp(-A'_2 \theta) \exp(-A'_3 \theta); \quad (2)$$

$$\tau_{xy} = C_\sigma \exp(-A'_1 \theta) \exp(-A'_2 \theta) \exp(-A'_3 \theta) \sin(A\Phi); \quad (3)$$

$$\sigma_x = C_\sigma \exp(-A'_1 \theta) \exp(-A'_2 \theta) \exp(-A'_3 \theta) \cos(A\Phi) + \sigma_0 + f(y) + C; \quad (4)$$

$$\sigma_y = -C_\sigma \exp(-A'_1 \theta) \exp(-A'_2 \theta) \exp(-A'_3 \theta) \cos(A\Phi) + \sigma_0 + f(x) + C \quad (5)$$

при $\theta'_x = (\theta'_1)_x + (\theta'_2)_x + (\theta'_3)_x = -A\Phi_y$;

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Маковский В.А. // Сталь. 1961. № 1. С. 88.
2. Тимошпольский В.И., Самойлович Ю.А. Теоретические основы обработки стали в трубопрокатном производстве. – Минск: Белорусская книга, 2005. – 303 с.
3. Неймарк Б.Е. Физические свойства сталей и сплавов, применяемых в энергетике: Справочник – М.: Энергия, 1967. – 239 с.
4. Люстерник В.Е. // Физика металлов и металловедение. 1961. Т. 11. № 3. С. 368 – 374.
5. Гусовский В.А., Лифшиц А.Е. Методики расчета нагревательных и термических печей – М.: Теплотехник, 2004. – 628 с.
6. Шмыков А.А. Справочник термиста. – М.: МашГиз, 1961. – 390 с.

© 2012 г. *Е.В. Попов, Г.М. Дружинин*
Поступила 10 ноября 2011 г.

$$\theta'_y = (\theta'_1)_y + (\theta'_2)_y + (\theta'_3)_y = A\Phi_x.$$

Для скоростей деформаций и деформаций

$$\xi_x = -\xi_y = C_\xi \exp \theta''_1 \cos B_1 \Phi = C_\xi \exp(-B_1 \theta) \cos B_1 \Phi; \quad (6)$$

$$\gamma'_{xy} = 2C_\xi \exp \theta'_1 \sin B_1 \Phi = 2C_\xi \exp(-B_1 \theta) \sin B_1 \Phi; \quad (7)$$

$$H_i = 2C_\xi \exp \theta''_1 = 2C_\xi \exp(-B_1 \theta) \quad (8)$$

и

$$\varepsilon_x = -\varepsilon_y = C_\varepsilon \exp \theta''_2 \cos B_2 \Phi = C_\varepsilon \exp(-B_2 \theta) \cos B_2 \Phi; \quad (9)$$

$$\gamma_{xy} = 2C_\varepsilon \exp \theta''_2 \sin B_2 \Phi = 2C_\varepsilon \exp(-B_2 \theta) \sin B_2 \Phi; \quad (10)$$

$$G_i = 2C_\varepsilon \exp \theta''_2 = 2C_\varepsilon \exp(-B_2 \theta) \quad (11)$$

при $(\theta''_1)_y = B_1 \Phi_x$, $(\theta''_1)_x = -B_1 \Phi_y$, $(\theta''_2)_y = B_2 \Phi_x$, $(\theta''_2)_x = -B_2 \Phi_y$.

Последние соотношения Коши-Римана для напряжений, скоростей деформаций и деформаций в выражениях (2 – 11) показывают, что функции $A\Phi$ и θ должны быть гармоническими и могут быть использованы для дальнейшего анализа.

Для решения температурной задачи вводятся в рассмотрение те же блоки функций, как и для уравнений (2 – 11), тогда

$$T = C_T \exp(\theta''_3) (\sin B_3 \Phi + \cos B_3 \Phi), \quad (12)$$

при этом $\theta''_3 = -B_3 \theta$.

Интенсивности и температура параметрически заданы от одинаковых координатных функций. Подставляя в выражение для сопротивления деформации $k = T_i$, получим

$$k = C'_\sigma (2C_{\sigma_1} C_\xi)^{m_1} (2C_{\sigma_2} C_\varepsilon)^{m_2} \times (C_{\sigma_3} C_T)^{m_3} (H_i)^{m_1} (\Gamma_i)^{m_2} (T)^{m_3} \quad (13)$$

при $T = C_T \exp(\theta_3^n) \cos B_3 \Phi$, где $m_1 = \frac{A'_1}{B_1}$; $m_2 = \frac{A'_2}{B_2}$; $m_3 = \frac{A'_3}{B_3}$.

Выражение (13) в сравнении с (2) расширяет возможности расчета и анализа напряженно-деформированного состояния для сложной пластической среды.

Для реальной пластической среды постановка задачи аналогична представленной выше [уравнение (1)].

Воспользуемся выражением (2). Для реальной среды решение для k ищем в виде [4]

$$k = C_\sigma (H_i)^{m_1} (\Gamma_i)^{m_2} (T)^{m_3} \exp \theta'_4. \quad (14)$$

Температура определяется зависимостью (12) и может иметь несколько измененный вид

$$T = \exp(\theta_3^n) (C'_T \sin B_3 \Phi + C''_T \cos B_3 \Phi). \quad (15)$$

Отличие уравнения (15) в сравнении с (12) заключается в том, что вместо постоянной величины C_T вводятся две постоянные C'_T и C''_T . Выражение для k получим после преобразований

$$k = C_\sigma (H_i)^{\frac{A'_1}{B_1}} (\Gamma_i)^{\frac{A'_2}{B_2}} (T)^{\frac{A'_3}{B_3}} \exp \theta'_4,$$

где C_σ – постоянная величина, куда вошли значения C_ξ , C_ε . При этом имеем $k = C_\sigma (H_i)^{m_1} (\Gamma_i)^{m_2} (T)^{m_3} \exp \theta'_4$.

В литературе известны аналогичные модели, определенные на основании экспериментальных данных в условиях однородного напряженного и деформированного состояний [5]. Для разных марок стали предел текучести σ_T в зависимости от интегральных параметров: скорости деформации U , степени деформации ε , температуры T_o имеет вид

$$\sigma_T = S\sigma_o U^a (10\varepsilon)^b \left(\frac{T_o}{1000} \right)^c. \quad (16)$$

Используя выражение (14) и (16), как своеобразное граничное условие, можно получить распределение предела текучести по объему очага деформации с учетом скорости деформации, степени деформации, температуры и марки стали. В этом случае формулу Андреюка-Тюленева следует представить как частный случай выражения (14). Это можно сделать, если предположить, что уравнение (16) соответствует однородному напряженно-деформируемому состоянию. В реальных процессах ОМД такое явление имеет место при отсутствии контактного трения. При подстановке в уравнение (14) значений из (9) – (11) и $C'_T = 0$ с учетом $A\Phi = \theta' = 0$, получим

$$k = C_\sigma (2C_{\sigma_1} C_\xi)^{m_1} (2C_{\sigma_2} C_\varepsilon)^{m_2} (C_{\sigma_3} C_T)^{m_3}. \quad (17)$$

Выражение (17) структурно аналогично (16). Следовательно

$$k_o = \frac{S\sigma_o}{\sqrt{3}}; 2C_{\sigma_1} C_\xi = U; 2C_{\sigma_2} C_\varepsilon = 10\varepsilon; C_{\sigma_3} C_T = \frac{T_o}{1000};$$

$$m_1 = a; m_2 = b; m_3 = c.$$

Сопоставляя последние формулы для расчета k , с учетом всех изменений можно записать

$$k = \frac{S\sigma_o}{\sqrt{3} \exp \theta_o \cos A\Phi_o} (U\alpha_\xi)^a \times (10\varepsilon\alpha_\varepsilon)^b \left(\frac{T}{1000} \alpha_T \right)^c \exp \theta'_4, \quad (18)$$

где $\alpha_\xi = \frac{\exp(-\theta_1^n)}{I_1}$; $\alpha_\varepsilon = \frac{\exp(-\theta_2^n)}{I_2}$; $\alpha_T = \frac{\exp(-\theta_3^n)}{I_3}$; I_1, I_2, I_3 – соответствующие интегралы по объему от экспонент.

Используя выражение (18), из уравнений равновесия имеем выражения для определения нормальных напряжений σ_x и σ_y

$$\sigma_x = k' \exp \theta'_4 \cos(A\Phi) + \sigma_o + f(y) + C;$$

$$\sigma_y = -k' \exp(-A'_4 \theta) \cos(A\Phi) + \sigma_o + f(x) + C; \quad (19)$$

$$\tau_{xy} = k' \exp \theta'_4 \sin A\Phi,$$

$$\text{где } k' = \frac{S\sigma_o}{\sqrt{3} \exp \theta_o \cos A\Phi_o} (U\alpha_\xi)^a (10\varepsilon\alpha_\varepsilon)^b \left(\frac{T}{1000} \alpha_T \right)^c.$$

Значения постоянных величин в уравнении (18) представлены в работе [5]. Значение k' является переменной величиной и при коэффициенте трения $f = 0$, $\alpha_\xi = \alpha_\varepsilon = \alpha_T = 1$, $\exp \theta_o = 1$, $\cos A\Phi_o = 1$, k' практически определяется формулой Андреюка-Тюленева (16).

Согласно выражениям (17) – (19) были подсчитаны напряжения на контакте при разных значениях коэффициента трения, фактора формы, степени, скорости деформации, температуры для разных марок стали (рис. 1 – 3).

Анализ показывает, что напряжение зависит от коэффициента трения, фактора формы, степени деформации как для нормальных, так и касательных напряжений, плавно переходящих через ноль в области нейтральной сечения на контакте. На рис. 1, 2 показано распределение напряжений для СтЗсп при разных скоростях деформации и температуре металла. На рис. 3 представлено распределение нормальных и касательных напряжений по длине очага деформации для разных марок стали.

Выводы. Показана возможность аналитического учета многофакторного воздействия термомеханических параметров на распределение предела текучести и компонентов тензора напряжений в аналитическом виде. Представленные выражения качественно и количественно верно отражают особенности распределения контактных напряжений для реальной пластической среды.

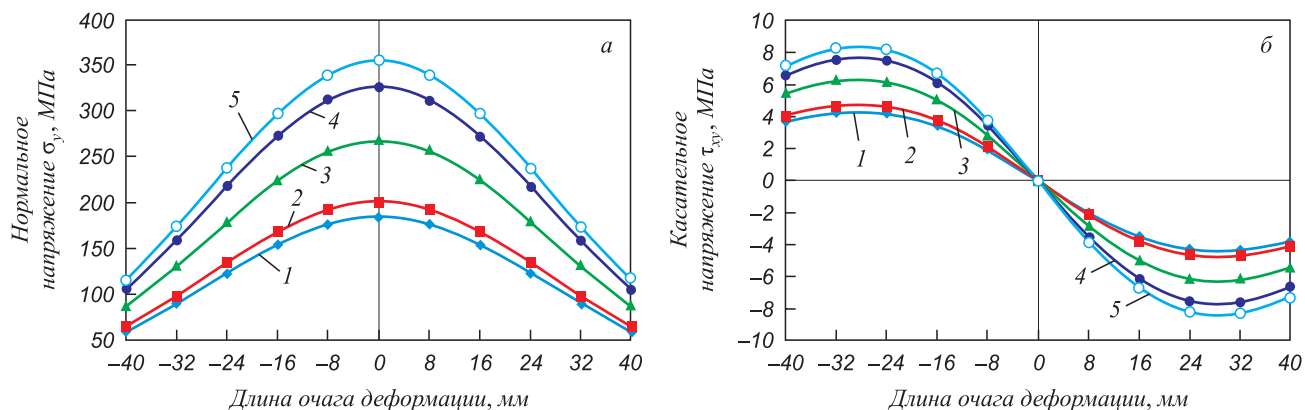


Рис. 1. Распределение нормальных (а) и касательных (б) напряжений на контакте в зависимости от скорости деформации, c^{-1} : 1 – $U = 0,5$; 2 – $U = 1$; 3 – $U = 10$; 4 – $U = 50$; 5 – $U = 100$ при $f = 0,3$; $l/h = 5$; $\varepsilon = 0,1$; $T = 1000 \text{ } ^\circ\text{C}$

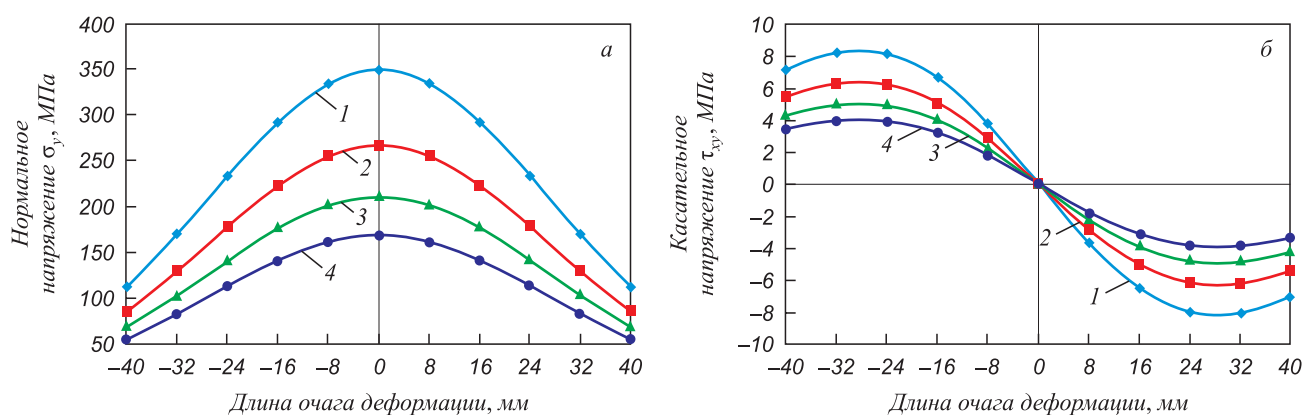


Рис. 2. Распределение нормальных (а) и касательных (б) напряжений на контакте в зависимости от температуры, $^\circ\text{C}$: 1 – $T = 900$; 2 – $T = 1000$; 3 – $T = 1100$; 4 – $T = 1200$ при $f = 0,3$; $l/h = 5$; $\varepsilon = 0,1$; $U = 10 \text{ } c^{-1}$

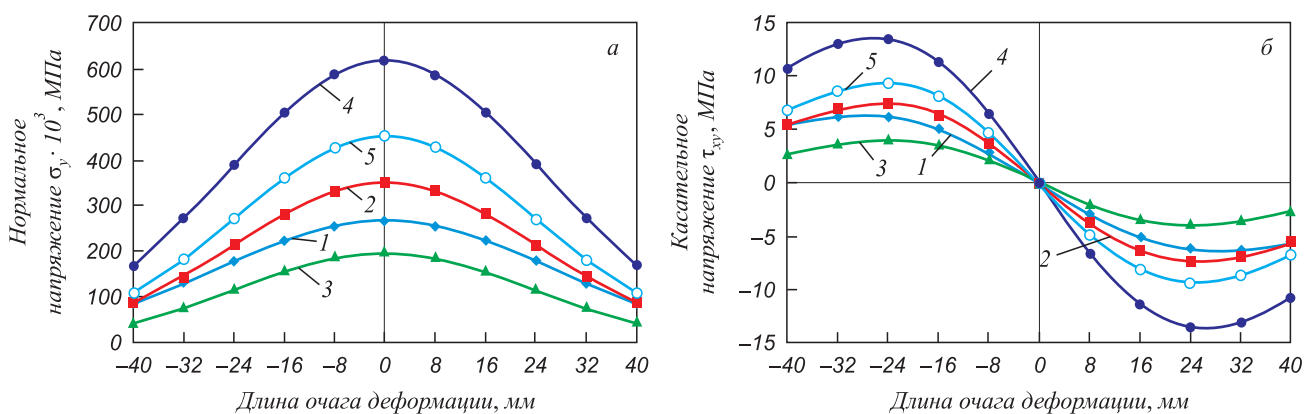


Рис. 3. Распределение нормальных (а) и касательных (б) напряжений на контакте для разных марок стали: 1 – Ст3сп; 2 – 60С2; 3 – Э3А; 4 – P18; 5 – 12Х13 при $f = 0,3$; $l/h = 5$; $\varepsilon = 0,1$; $T = 1000 \text{ } ^\circ\text{C}$; $U = 10 \text{ } c^{-1}$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Чигиринский В.В. // Изв. вуз. Черная металлургия. 2009. № 5. С. 11 – 16.
2. Чигиринский В.В. // Научные труды ДонНТУ, сер.: Металлургия. 2008. Вып. 10. С. 105 – 115.
3. Чигиринский В.В. // Новые материалы и технологии в металлургии и машиностроении. 2008. № 1. С. 57 – 62.

4. Чигиринский В.В., Бичевой А.Ф., Дубина В.И., Чигиринский М.В. // Вісник Національного Технічного Університету України «Київський політехнічний інститут» Машинобудування. 2010. № 60. С. 124 – 129.
5. Андреюк Л.В., Тюленев Г.П. // Сталь. 1972. № 9. С. 825 – 828.

© 2011 г. В.В. Чигиринский
Поступила 17 октября 2011 г.