

(в рассматриваемом случае для одного из профилей больше месяца). При попытке снизить разрядность задачи за счет снижения точности – плотности разбивки есть существенный риск перехода накопленных деформаций за предел прочности в особо деформируемых элементах. Программа считает их разрушенными и это нарушает достоверность получаемой в ходе ее работы информации.

Таким образом, вопрос моделирования процесса прокатки гнутых профилей, несмотря на наличие широкого круга программных продуктов, ориентированных на метод конечных элементов, остается открытым. Разработка собственного алгоритма и программной надстройки является зачастую оптимальным решением.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Производство гнутых профилей. Оборудование и технология. / И.С. Тришевский, А.Б. Юрченко, В.С. Марьин и др. – М.: Металлургия, 1982. – 384 с.
2. Чекарев А.П., Калужский В.Б. Гнутые профили проката. – М.: Металлургия, 1974. – 264 с.
3. Интернет-приложение для проектирования оснастки и оборудования при производстве гнутых профилей проката / В.А. Осадчий, А.О. Овсянников, О.Ю. Герман и др. // Тр. Седьмого конгресса прокатчиков. Т. 2. – М., 15 – 18 октября 2007 г. МОО «Объединение прокатчиков». Корпорация производителей черных металлов. 2007. С. 448 – 450.

© 2012 г. В.А. Осадчий, Ю.Ю. Костюхин, А.В. Бузинов

Поступила 7 ноября 2011 г.

УДК 536.24

Е.В. Попов, Г.М. Дружинин

Уральский федеральный университет

## ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СТАЛИ НА НАГРЕВ ЗАГОТОВОК В ПЕЧАХ

Для фазовых превращений, имеющих место в металле во время нагрева заготовки в высокотемпературных печах, характерно скачкообразное изменение энтальпии. Теплоемкость при этом также испытывает скачок, сопровождающийся резким максимумом. Причем теплоемкость низкотемпературной фазы, как правило больше теплоемкости высокотемпературной фазы.

Согласно В.А. Маковскому [1], зависимость истинной теплоемкости от температуры, рассчитанная по формуле

$$c(t) = c_0 + a_1 \left( \frac{t}{1000} \right)^n + a_2 e^{-a_3(|t-t_0|)}, \quad (1)$$

где  $t$  – текущая температура стали, °С;  $c_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $t_0$  – постоянные, зависящие от группы марки стали, характеризуется кривой с одним четко фиксированным максимумом.

Однако для стали с повышенным содержанием хрома график температурной зависимости коэффициента теплоемкости характеризуется наличием двух, а то и трех экстремумов. В этом случае для определения истинной теплоемкости стали различного химического состава при наличии  $n$ -го количества фазовых превращений рекомендуется пользоваться уравнением [2]

$$c(T) = c_0 + \sum_{i=1}^n \frac{m_i L_i}{\Delta T_i} \exp \left[ -a_i^2 \left( \frac{T_{i0} - T}{T_{i0} - T_{i1}} \right)^2 \right], \quad (2)$$

где  $T_1$  и  $T_0$  – температура начала и окончания фазовых

превращений соответственно, °С;  $c_0$  – теплоемкость стали при отсутствии фазовых превращений, Дж/кг·°С;  $L_i$  – теплота эвтектидного превращения, кДж/кг;  $m_i$ ,  $a_i$  – константы, зависящие от функции ошибок [2];  $T$  – текущая температура в рассматриваемых точках, К.

В результате решения уравнения (2) с использованием справочных данных [3, 4] были получены зависимости теплоемкости стали: углеродистой У8, аустенитной 1Х18Н9Т и нержавеющей 2Х13. На рис. 1 видны значительные различия в функциях теплоемкости данных марок стали от температуры. Обращает на себя внима-

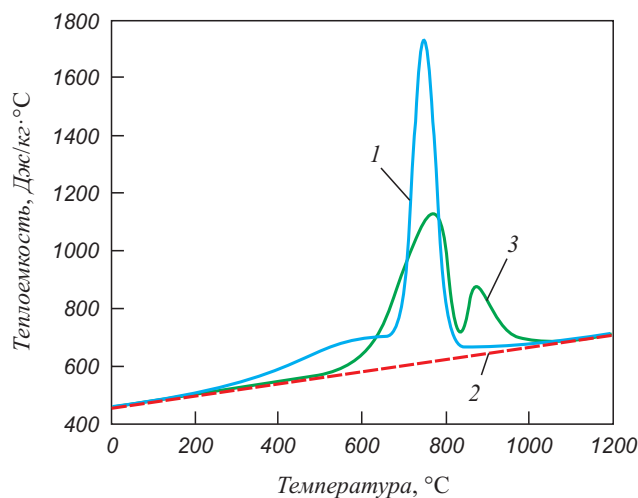


Рис. 1. Зависимость теплоемкости от температуры для различных марок стали:  
1 – У8; 2 – 1Х18Н9Т; 3 – 2Х13

ние отсутствие резкого скачка значения теплоемкости для стали 1X18H9T, что можно объяснить отсутствием у этой стали фазовых превращений в рассматриваемом диапазоне температур. У стали 2X13 наблюдается сразу два экстремума теплоемкости – первый в интервале 650 – 800 °С и второй – 800 – 900 °С.

Также важным теплофизическим свойством стали при нагреве является теплопроводность, зависимость которой от температуры имеет вид [2]

$$\lambda(T) = (\lambda_0 - \lambda_1) \left\{ \left[ 1 - \sin^3(K_L \theta_1) \right] + \lambda_1 \right\} \text{ при } T < T_{m1}; \quad (3)$$

$$\lambda(T) = (\lambda_2 - \lambda_1) \left\{ \left[ 1 - \exp(-5\theta_2^2) \right] + \lambda_1 \right\} \text{ при } T \geq T_{m1}, \quad (4)$$

где  $\lambda_0$  и  $\lambda_1$  – максимальное и минимальное значение теплопроводности стали, соответственно, Вт/м<sup>2</sup>·К;  $T_{m1}$  – температура экстремального значения теплопроводности, К;

$$\theta_1 = (T - T_{m0}) / (T_{m1} - T_{m0}); \quad \theta_2 = (T - T_{m1}) / (T_{m2} - T_{m1}).$$

На рис. 2 представлены расчеты зависимости теплопроводности стали У8, 1X18H9T и 2X13 от температуры. Видна значительная разница в тенденции развития функции теплопроводности при нагреве металла различного химического состава.

Используя вышеприведенные уравнения, были выполнены расчеты нагрева блюмов толщиной 100 мм рассматриваемых марок стали в методической толкательной печи с нижним отоплением в первых двух зонах.

Для расчетов были приняты три точки по сечению блюма: 1 – 10 мм от верхней поверхности блюма; 2 – середина блюма; 3 – 10 мм от нижней поверхности блюма.

Учет граничных условий второго рода производился по уравнению

$$n(k \nabla T) = \alpha (T_{cp} - T) + \sigma (T_{cp}^4 - T^4), \quad (5)$$

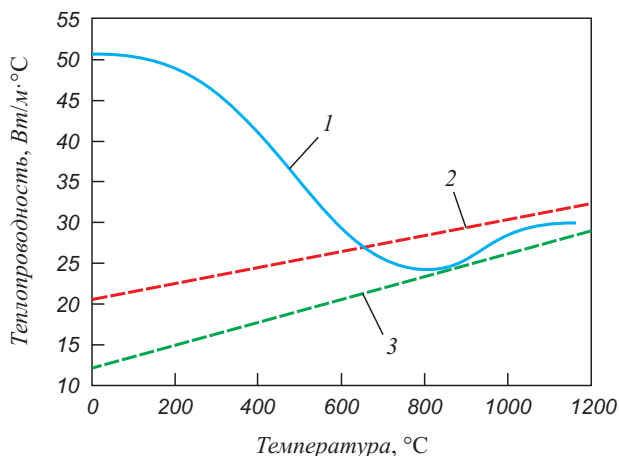


Рис. 2. Зависимость теплопроводности от температуры для различных марок стали: 1 – У8; 2 – 1X18H9T; 3 – 2X13

где  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи конвекцией, Вт/м<sup>2</sup>·К;  $\sigma$  – коэффициент излучения на металл, Вт/м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>;  $T_{cp}$  – температура греющей среды, К.

Плотность стали была принята как величина, независимая от температуры и равная  $\rho = 7850$  кг/м<sup>3</sup>.

Расчет температуры блюма производился по формуле

$$\rho C_m T' - \nabla(\lambda_m \nabla T) = \alpha (T_{cp} - T) + \sigma (T_{cp}^4 - T^4), \quad (6)$$

где  $C_m$  – теплоемкость металла, Дж/кг·К;  $\lambda_m$  – теплопроводность металла, Вт/м<sup>2</sup>·К.

В результате расчетов нагрева блюмов всех рассматриваемых выше марок стали при помощи пакета программ Femlab и используемых уравнений (для функций теплоемкости и теплопроводности от температуры заготовки) получены зависимости распределения температуры по сечению заготовки в процессе ее прохождения по печи.

На рис. 3 – 5 приведены графики нагрева заготовок из стали У8, 1X18H9T и 2X13.

Как видно, поверхность заготовки из аустенитной стали в первых двух зонах печи нагревается значительно

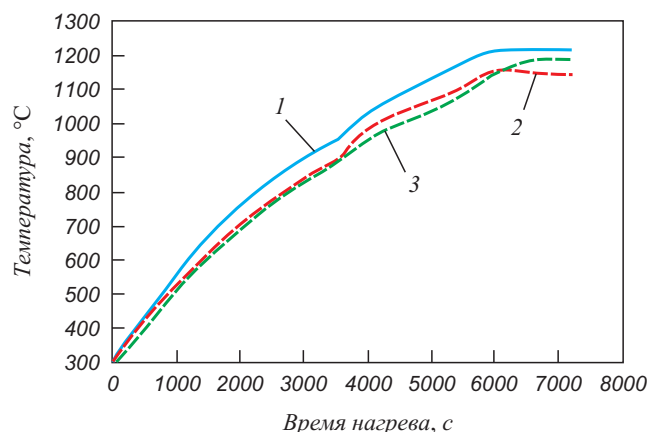


Рис. 3. Температура блюма марки У8 при нагреве в методической печи: 1 – точка 1; 2 – точка 2; 3 – точка 3

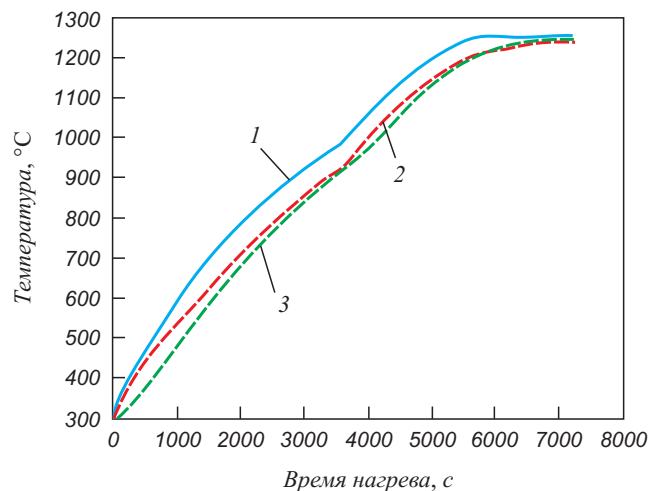


Рис. 4. Температура блюма марки 1X18H9T при нагреве в методической печи: 1 – точка 1; 2 – точка 2; 3 – точка 3

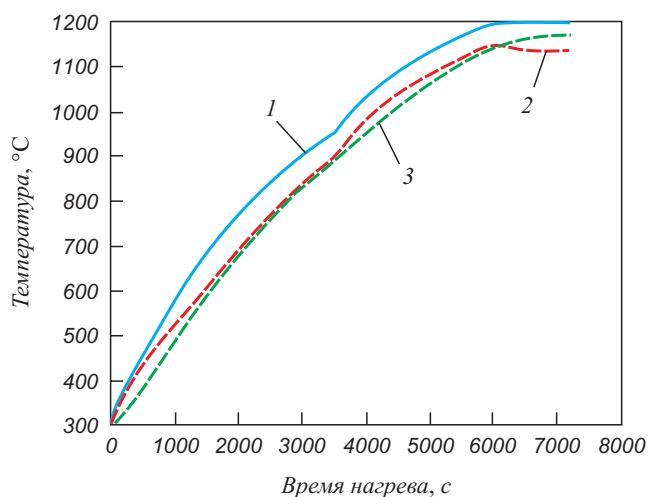


Рис. 5. Температура блюда марки 2X13 при нагреве в методической печи:  
1 – точка 1; 2 – точка 2; 3 – точка 3

но быстрее, а перепад температур по сечению достигает значений 130 – 140 °С, в то время как разница температур по сечению заготовки 2X13 не превышает 100 °С за все время нагрева. Нагрев углеродистой стали проходит несколько медленнее чем аустенитной, однако более равномерно, благодаря чему в начале печи перепад температур по сечению составляет 50 – 60 °С.

Кроме того, отличительной особенностью нагрева заготовок рассматриваемых марок стали является перепад температур между серединой и поверхностью по завершении прохождения их по методической печи. У аустенитной стали 1X18Н9Т, которой не свойственны фазовые превращения в процессе нагрева, перепад температур в конце печи составляет всего 10 – 15 °С. В то же время при идентичном режиме нагрева таких же заготовок из стали У8 и 2X13 перепад температур достигает 70 – 80 °С.

Для подтверждения факта заметного влияния теплофизических свойств различных марок стали на динамику нагрева были проведены расчеты для более тонких заготовок. На рис. 6 приведен график измене-

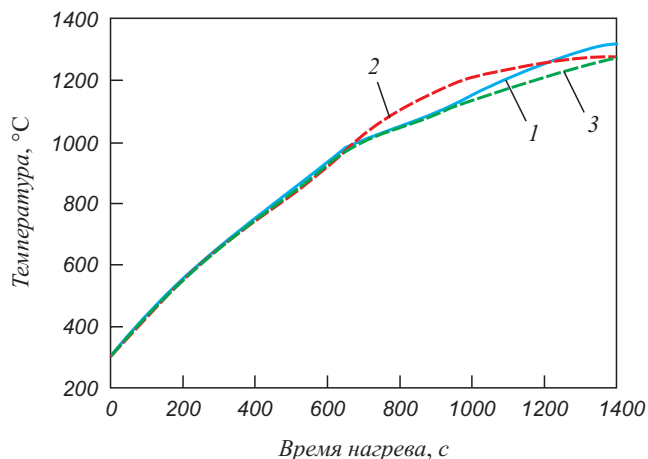


Рис. 6. Температура в центре блюда при нагреве в методической печи:  
1 – У8; 2 – 1X18Н9Т; 3 – 2X13

ния температуры центра блюда толщиной 20 мм тех же марок стали.

Видно, что при нагреве более тонких заготовок влияние теплофизических свойств заметно уменьшается – кривые изменения температуры центра заготовок по длине печи из различных марок стали практически идентичны. Однако стоит отметить, что в области фазовых превращений 950 – 1050 °С, которые в данном случае имеют место у углеродистой стали У8 и хромистой 2X13, скорость нагрева уменьшается (см. рис. 6).

Помимо этого были проведены аналогичные расчеты нагрева заготовки для хромосилистой стали мартенситного класса 40X10C2M, функция теплоемкости которой от температуры характеризуется двумя ярко выраженными экстремумами (рис. 7).

Для демонстрации необходимости учета всех экстремумов функции теплоемкости металла от температуры был произведен расчет нагрева блюда толщиной 200 мм в методической печи.

На рис. 8 показаны графики нагрева поверхности и центра заготовки для двух случаев, где: 1 – температура центра слитка с учетом только перлитного фазового превращения; 1а – температура поверхности слитка

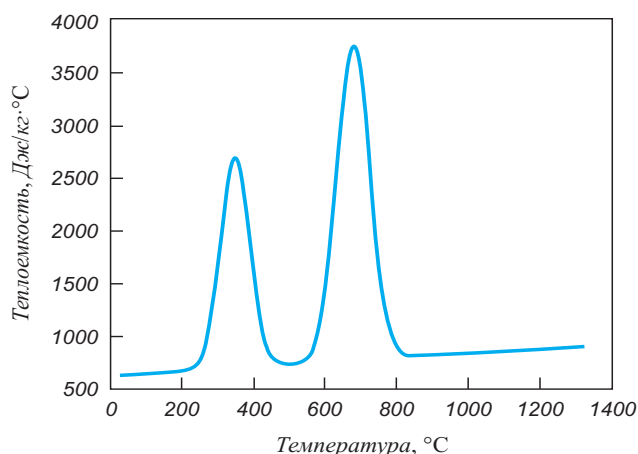


Рис. 7. Зависимость теплоемкости стали 40X10C2M от температуры

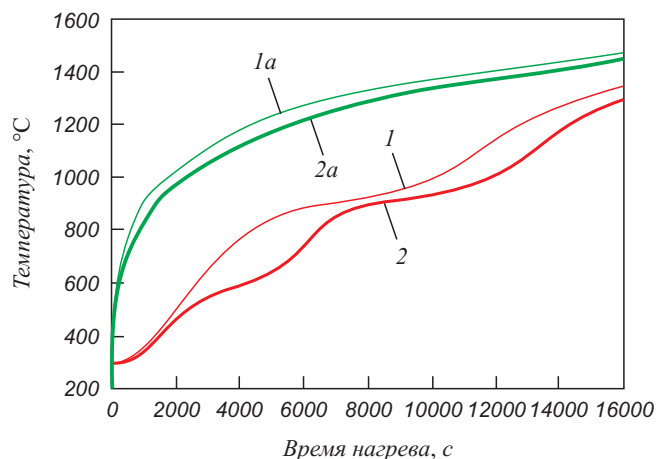


Рис. 8. Температура блюмов марки 40X10C2M при нагреве в методической печи

ка с учетом только перлитного фазового превращения; 2 – температура центра слитка с учетом перлитного и мартенситного фазовых превращений; 2а – температура поверхности слитка с учетом перлитного и мартенситного фазовых превращений.

Установлено значительное различие в характере нагрева слитка при двух вариантах учета теплоемкости – разница температур в центре достигает 100 °С.

Полученные результаты показывают необходимость учета при расчетных исследованиях динамики нагрева заготовок зависимостей теплофизических свойств стали, таких как теплоемкость и теплопроводность, от температуры. Особенно это необходимо при нагреве термически толстых заготовок из легированных марок стали.

УДК 539.374.001.8.621.7 – 111

**В.В. Чигиринский**

Запорожский национальный технический университет (Украина)

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ ПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЫ

В работах [1 – 3] показано замкнутое решение плоской задачи теории пластичности. При решении ряда теоретических и практических задач возникает необходимость исследования распределения напряжения текучести по объему очага деформации в зависимости от ряда технологических факторов.

Постановка задачи для простой и сложной пластической среды показана в работах [1 – 3]. В конечном счете, она сводится к трем неоднородным дифференциальным уравнениям гиперболического типа

$$\frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \tau_{xy}}{\partial y^2} = 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \sqrt{k^2 - \tau_{xy}^2};$$

$$\frac{\partial^2 \xi_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \xi_x}{\partial x^2} = 2 \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} \frac{1}{F_1} \xi_x; \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial x^2} = 2 \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} \frac{1}{F_2} \varepsilon_x. \quad (1)$$

Решение задачи для сложной среды довольно подробно представлено в работах [1 – 3]. Для напряжений имеем

$$T_i = k = C_\sigma \exp(-A'_1 \theta) \exp(-A'_2 \theta) \exp(-A'_3 \theta); \quad (2)$$

$$\tau_{xy} = C_\sigma \exp(-A'_1 \theta) \exp(-A'_2 \theta) \exp(-A'_3 \theta) \sin(A\Phi); \quad (3)$$

$$\sigma_x = C_\sigma \exp(-A'_1 \theta) \exp(-A'_2 \theta) \exp(-A'_3 \theta) \cos(A\Phi) + \sigma_0 + f(y) + C; \quad (4)$$

$$\sigma_y = -C_\sigma \exp(-A'_1 \theta) \exp(-A'_2 \theta) \exp(-A'_3 \theta) \cos(A\Phi) + \sigma_0 + f(x) + C \quad (5)$$

$$\text{при } \theta'_x = (\theta'_1)_x + (\theta'_2)_x + (\theta'_3)_x = -A\Phi_y;$$

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Маковский В.А. // Сталь. 1961. № 1. С. 88.
2. Тимошпольский В.И., Самойлович Ю.А. Теоретические основы обработки стали в трубопрокатном производстве. – Минск: Белорусская книга, 2005. – 303 с.
3. Неймарк Б.Е. Физические свойства сталей и сплавов, применяемых в энергетике: Справочник – М.: Энергия, 1967. – 239 с.
4. Люстерник В.Е. // Физика металлов и металловедение. 1961. Т. 11. № 3. С. 368 – 374.
5. Гусовский В.А., Лифшиц А.Е. Методики расчета нагревательных и термических печей – М.: Теплотехник, 2004. – 628 с.
6. Шмыков А.А. Справочник термиста. – М.: МашГиз, 1961. – 390 с.

© 2012 г. Е.В. Попов, Г.М. Дружинин  
Поступила 10 ноября 2011 г.

$$\theta'_y = (\theta'_1)_y + (\theta'_2)_y + (\theta'_3)_y = A\Phi_x.$$

Для скоростей деформаций и деформаций

$$\xi_x = -\xi_y = C_\xi \exp \theta''_1 \cos B_1 \Phi = C_\xi \exp(-B_1 \theta) \cos B_1 \Phi; \quad (6)$$

$$\gamma'_{xy} = 2C_\xi \exp \theta'_1 \sin B_1 \Phi = 2C_\xi \exp(-B_1 \theta) \sin B_1 \Phi; \quad (7)$$

$$H_i = 2C_\xi \exp \theta''_1 = 2C_\xi \exp(-B_1 \theta) \quad (8)$$

и

$$\varepsilon_x = -\varepsilon_y = C_\varepsilon \exp \theta''_2 \cos B_2 \Phi = C_\varepsilon \exp(-B_2 \theta) \cos B_2 \Phi; \quad (9)$$

$$\gamma_{xy} = 2C_\varepsilon \exp \theta''_2 \sin B_2 \Phi = 2C_\varepsilon \exp(-B_2 \theta) \sin B_2 \Phi; \quad (10)$$

$$\Gamma_i = 2C_\varepsilon \exp \theta''_2 = 2C_\varepsilon \exp(-B_2 \theta) \quad (11)$$

$$\text{при } (\theta''_1)_y = B_1 \Phi_x, (\theta''_1)_x = -B_1 \Phi_y, (\theta''_2)_y = B_2 \Phi_x, (\theta''_2)_x = -B_2 \Phi_y.$$

Последние соотношения Коши-Римана для напряжений, скоростей деформаций и деформаций в выражениях (2 – 11) показывают, что функции  $A\Phi$  и  $\theta$  должны быть гармоническими и могут быть использованы для дальнейшего анализа.

Для решения температурной задачи вводятся в рассмотрение те же блоки функций, как и для уравнений (2 – 11), тогда

$$T = C_T \exp(\theta''_3) (\sin B_3 \Phi + \cos B_3 \Phi), \quad (12)$$

$$\text{при этом } \theta''_3 = -B_3 \theta.$$

Интенсивности и температура параметрически заданы от одинаковых координатных функций. Подставляя в выражение для сопротивления деформации  $k = T_i$ , получим