

УДК 621.77.621.892.(03)

## ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФИЗИЧЕСКОГО КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ ПРИ ХОЛОДНОЙ ПРОКАТКЕ МЕТОДАМИ ПРИНУДИТЕЛЬНОГО ТОРМОЖЕНИЯ ПОЛОСЫ И КРУТЯЩЕГО МОМЕНТА

*Василев Я.Д., д.т.н., профессор кафедры «Обработка металлов давлением» (rz90@i.ua)*

**Национальная металлургическая академия Украины**  
(49600, Украина, Днепр, пр. Гагарина, 4)

**Аннотация.** В работе представлены результаты сравнительного исследования точности определения физического коэффициента трения при холодной прокатке методами принудительного торможения полосы  $f_Q$  и крутящего момента  $f_M$ , предложенные И.М. Павловым и Д. Блендом совместно с Г. Фордом. Сравнимые методы имеют достаточное теоретическое обоснование, что способствовало их широкому применению. Они основаны на экспериментальном измерении силы торможения заднего конца полосы  $Q$ , равнодействующей нормальных сил при прокатке  $N$  и крутящего момента  $M$ . Показано, что из-за приближенного определения положения точки приложения равнодействующей силы прокатки на дуге контакта значения коэффициента трения по методу принудительного торможения полосы получаются всегда завышенными. Метод крутящего момента лишен этого недостатка. Выполнено сравнительное экспериментальное исследование физического коэффициента трения при холодной прокатке с применением технологической смазки в лабораторных условиях. Установлено, что при прочих равных условиях значения коэффициента трения по методу принудительного торможения полосы являются в 1,25 – 1,40 раза более высокими, чем по методу крутящего момента, подтвердив тем самым справедливость теоретических выводов. Показано, что метод крутящего момента является более точным, чем метод принудительного торможения полосы и относится к числу наиболее надежных методов определения физического коэффициента трения при холодной прокатке.

**Ключевые слова:** физический коэффициент трения, эксперимент, метод, холодная прокатка, сила торможения, крутящий момент, точка приложения равнодействующей, точность.

**DOI:** 10.17073/0368-0797-2020-8-639-643

В соответствии с законом Амонтона физический коэффициент трения  $f$  в условиях однозначного скольжения представляет собой отношение силы трения  $T$  к нормальной силе  $N$  [1 – 4]:

$$F = \frac{T}{N}. \quad (1)$$

Под термином коэффициент трения  $f$  при прокатке подразумевают некое среднее значение данного параметра для всего очага деформации [5 – 10]. Коэффициент трения оказывает большое влияние на все параметры процесса холодной прокатки, поэтому получение точных данных о его величине актуально.

Теоретическое определение коэффициента трения при прокатке в настоящее время невозможно. В связи с этим о коэффициенте трения при прокатке судят только по экспериментальным данным [2, 3, 5, 8 – 11]. Практически все известные методы экспериментального исследования коэффициента трения при прокатке, а их около 20, описаны подробно в работах [1, 7, 9 – 12]. Опубликованные в литературе данные о коэффициенте трения при холодной прокатке получены давно и должны быть расширены [6, 12 – 14]. Нуждаются в критическом осмыслении и совершенствовании и сами методы экспериментального определения коэффициента трения при прокатке. Отсутствуют также прием-

лемые модели для прогнозирования коэффициента трения при холодной прокатке [2, 6, 14, 15], поэтому при выполнении технологических расчетов величину этого параметра обычно выбирают из имеющихся экспериментальных данных или просто назначают, что недопустимо. Имеются также спорные вопросы и разные взгляды по контактному трению [16 – 21] в связи с использованием коэффициента трения в моделях напряжений трения при прокатке, несмотря на то, что определенный положительный опыт в этом направлении уже имеется [14, 22, 23].

Настоящая работа посвящена сравнительному исследованию точности определения физического коэффициента трения при холодной прокатке методами принудительного торможения полосы  $f_Q$  и крутящего момента  $f_M$ . Эти методы предложены соответственно И.М. Павловым [1, 2] и Д. Блендом совместно с Г. Фордом [2, 5, 9, 11]. Они имеют достаточное теоретическое обоснование и основаны на экспериментальном измерении силовых параметров прокатки в условиях однозначного скольжения, поэтому результаты определения коэффициента обоими методами должны совпадать. Однако опыт показывает, что значения коэффициента трения по методу принудительного торможения полосы  $f_Q$  получаются всегда более высокими, чем по методу крутящего момента  $f_M$ . Ниже дан теоретический анализ причин отмеченного несоответствия.

Для определения коэффициентов трения  $f_Q$  и  $f_M$  авторами рекомендованы следующие формулы [1, 2, 5, 9, 11]:

$$f_Q = \frac{Q}{2N} + \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right); \quad (2)$$

$$f_M = \frac{M}{NR}, \quad (3)$$

где  $Q$  – сила торможения полосы;  $N$  – равнодействующая нормальных сил при прокатке;  $M$  – «чистый» крутящий момент на бочке одного валка при симметричном процессе прокатки, когда опережение равно нулю;  $\alpha$  – угол контакта полосы с валком;  $R$  – радиус валка.

В действительности при проведении экспериментов измеряют не силу  $N$ , а вертикальную составляющую силы прокатки  $P_B$  при отсутствии опережения. Поэтому на практике при определении коэффициента трения по этим методам пользуются несколько иной записью приведенных выше формул:

$$f_Q = \frac{Q}{2P_B} + \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right); \quad (4)$$

$$f_M = \frac{M}{P_B R}. \quad (5)$$

Формула (4) получена при допущении, что точка приложения равнодействующей силы прокатки находится посередине длины очага деформации и характеризуется углом  $\alpha/2$ . При прокатке с тормозящей силой  $Q$ , т. е. с задним натяжением, положение этой точки смещается ближе к сечению выхода металла из валков [6, 8, 9, 14] и характеризуется уже углом  $\varphi < (\alpha/2)$  [6, 8, 12, 14]. В связи с этим формулу (4) следует записывать в виде

$$f_Q = \frac{Q}{2P_B} + \operatorname{tg} \varphi. \quad (6)$$

Величину угла  $\varphi$  определяли аналитически. Пользуясь схемой действия сил при симметричном процессе прокатки, когда к заднему концу полосы приложена тормозящая сила  $Q$  (см. рисунок), записали следующую зависимость для определения крутящего момента на одном валке:

$$M = Pa = PR \sin(\varphi + \Theta), \quad (7)$$

откуда

$$\begin{aligned} \varphi &= \arcsin\left(\frac{M}{PR}\right) - \Theta = \\ &= \arcsin\left(\frac{M}{R\sqrt{P_B^2 + P_r^2}}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{P_r}{P_B}\right), \end{aligned} \quad (8)$$

где  $P$ ,  $P_r$ ,  $P_B$  – равнодействующая сила прокатки и ее горизонтальная и вертикальная составляющие соответ-

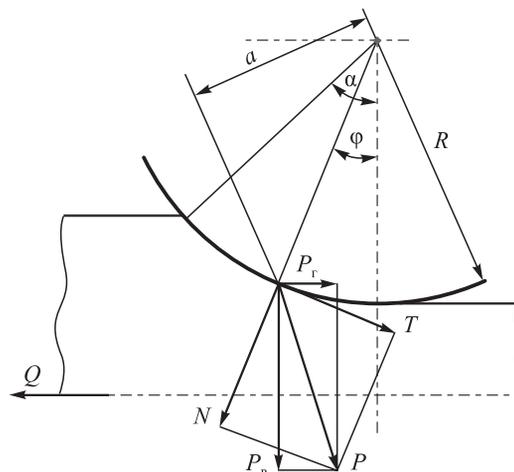


Схема действия сил при прокатке с задним натяжением

Scheme of the forces action during rolling with a back tension

венно;  $a$  – плечо силы  $P$ ;  $\Theta$  – угол, характеризующий ее отклонение от вертикали.

В момент, непосредственно предшествующий выклиниванию зоны опережения,  $P_r = 0,5Q$ ,  $P = \sqrt{P_B^2 + 0,25Q^2}$ , поэтому выражение (8) представлено в виде

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{M}{R\sqrt{P_B^2 + 0,25Q^2}}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{0,5Q}{P_B}\right). \quad (9)$$

Таким образом, величина угла  $\varphi$ , характеризующая положение точки приложения силы  $P$  при выклинивании зоны опережения, определяется только силовыми параметрами, что логично и корректно [8, 14]. После подстановки (9) в (6) получим новую и более точную запись формулы для определения коэффициента трения методом торможения полосы:

$$\begin{aligned} f_Q &= \frac{0,5Q}{P_B} + \operatorname{tg}\left[\arcsin\left(\frac{M}{R\sqrt{P_B^2 + 0,25Q^2}}\right) - \right. \\ &\quad \left. - \operatorname{arctg}\left(\frac{0,5Q}{P_B}\right)\right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Эта формула физически обоснована и точнее формулы И.М. Павлова (4). Однако для ее реализации требуется измерять уже не два, а три параметра:  $P_B$ ,  $Q$ ,  $M$ . В этом смысле она характеризует уже возможности нового, комбинированного метода определения коэффициента трения  $f_{QM}$ . При этом очевидно, что  $f_{QM} = f_Q$ . В условиях холодной прокатки тригонометрические функции, входящие в формулу (10), пренебрежимо малы. Если также пренебречь вторым членом подкоренного выражения, то она приводится к виду (5). Это означает, что формулы (5), (6) и (10) равноценны, следовательно, и экспериментальные значения физического коэффициента трения по методам принудительного торможения и крутящего момента одинаковы.

Приведены результаты экспериментального исследования физического коэффициента трения по сравнимым методам, полученные в соответствии с методиками, изложенными в работах [2, 5]. Прокатывали предварительно наклепанные ( $\epsilon_{пр} = 0,05 - 0,50$ ) образцы  $1,5 \times 50 \times 500$  мм из стали 08пс с применением высокоэффективных технологических смазок на лабораторном стане, оснащенном валками диаметром 133,3 мм. Твердость и шероховатость поверхности валков, изготовленных из хромистой стали, составила 90 Hsh и  $R_a = 0,6$  мкм. Результаты определения физического коэффициента трения  $f_Q, f_M$  и  $f_{QM}$  по формулам (4), (5), (6), (10) (последние две формулы идентичны) представлены в таблице. Для удобства анализа в этой таблице, наряду с исходными данными, приведены также численные значения отношений  $f_Q/f_M$  и  $\varphi/0,5\alpha$ . Угол контакта  $\alpha$  в формуле (4) рассчитывали с учетом упругого сжатия валков на основе известного решения Хитчкока [8, 9, 12]. Величину угла  $\varphi$  вычисляли по формуле (9).

Из таблицы видно, что экспериментальные значения физического коэффициента трения по методу принуди-

тельного торможения  $f_Q$  во всем диапазоне исследованных условий прокатки превышают значения коэффициента трения, полученные по крутящему моменту  $f_M$  в 1,25 – 1,40 раза и более. Отмеченные превышения являются следствием завышенных значений второго слагаемого правой части формулы (4), поскольку  $0,5\alpha \gg \varphi$ . В случае использования корректного решения для вычисления угла  $\varphi$  с учетом влияния натяжения, т. е. формулы (9), точность определения физического коэффициента трения по методу торможения полосы повышается. Это подтверждается тем, что значения физического коэффициента трения, полученные методом крутящего момента  $f_M$  и комбинированным методом  $f_{QM}$ , практически совпадают.

**Выводы.** На основании сравнительного теоретического и экспериментального исследования физического коэффициента трения при холодной прокатке методами принудительного торможения  $f_Q$  и крутящего момента  $f_M$  установлено, что из-за отсутствия учета влияния натяжения на положение точки приложения равнодействующей силы прокатки значения коэффициента трения по методу принудительного торможения  $f_Q$  получаются

**Результаты сравнительного экспериментального исследования физического коэффициента трения при холодной прокатке методами принудительного торможения полосы  $f_Q$ , крутящего момента  $f_M$  и комбинированным методом  $f_{QM}$**

**Results of a comparative experimental study of physical friction coefficient during cold rolling by the methods of forced strip braking  $f_Q$ , torque method  $f_M$ , and the combined method  $f_{QM}$**

Технологическая смазка	Параметры прокатки при проведении исследований									Коэффициент трения			$f_Q/f_M$
	$\epsilon_{пр}$	$\Delta h$ , мм	$\epsilon$	$Q$ , кН	$P_B$ , кН	$M$ , кН·м	$0,5\alpha$ , рад	$\varphi$ , рад	$\varphi/0,5\alpha$	$f_Q$	$f_M$	$f_{QM}$	
Полимеризированное хлопковое масло	0,05	0,19	0,127	11,30	90,6	0,795	0,0241	0,0036	0,149	0,0864	0,0658	0,0656	1,31
	0,05	0,20	0,133	10,40	92,1	0,704	0,0249	0,0012	0,048	0,0820	0,0583	0,0583	1,43
	0,05	0,24	0,160	10,50	103,0	0,832	0,0266	0,0086	0,323	0,0787	0,0606	0,0605	1,30
	0,05	0,21	0,140	10,80	95,1	0,765	0,0253	0,0037	0,146	0,0821	0,0604	0,0603	1,36
	0,50	0,16	0,107	10,48	140,0	0,780	0,0207	0,0044	0,213	0,0571	0,0418	0,0418	1,39
	0,50	0,17	0,113	10,10	153,5	0,842	0,0213	0,0083	0,390	0,0542	0,0411	0,0411	1,32
	0,50	0,12	0,080	10,80	151,8	0,806	0,0173	0,0036	0,208	0,0529	0,0399	0,0399	1,33
	0,50	0,15	0,100	11,07	151,8	0,812	0,0196	0,0037	0,189	0,0561	0,0401	0,0401	1,40
	0,50	0,20	0,133	10,48	158,7	0,900	0,0235	0,0095	0,404	0,0565	0,0424	0,0424	1,33
	0,50	0,20	0,133	11,15	151,8	0,852	0,0236	0,0056	0,237	0,0603	0,0421	0,0421	1,43
	0,50	0,17	0,113	11,30	144,5	0,815	0,0214	0,0035	0,164	0,0605	0,0423	0,0423	1,43
	0,50	0,16	0,107	10,80	145,5	0,801	0,0206	0,0044	0,214	0,0577	0,0413	0,0413	1,40
Брайтсток	0,28	0,22	0,147	13,96	132,2	1,100	0,0254	0,0099	0,398	0,0782	0,0627	0,0626	1,25
	0,28	0,21	0,140	13,96	127,3	1,065	0,0248	0,0083	0,335	0,0796	0,0631	0,0630	1,26
	0,28	0,24	0,160	13,73	132,2	1,080	0,0267	0,0093	0,292	0,0786	0,0613	0,0612	1,28
	0,28	0,19	0,127	14,93	132,2	1,090	0,0232	0,0055	0,237	0,0797	0,0620	0,0619	1,29
	0,43	0,22	0,147	16,65	153,0	1,190	0,0251	0,0043	0,171	0,0795	0,0625	0,0624	1,27
	0,43	0,23	0,153	16,40	153,0	1,210	0,0258	0,0063	0,244	0,0795	0,0637	0,0636	1,25
	0,43	0,24	0,161	15,90	153,0	1,185	0,0266	0,0066	0,248	0,0792	0,0623	0,0621	1,27
	0,43	0,25	0,167	14,93	151,0	1,220	0,0271	0,0099	0,365	0,0761	0,0611	0,0610	1,25

всегда завышенными и должны рассматриваться как приближенные. Метод крутящего момента лишен указанного недостатка. Он обеспечивает получение более точных и надежных данных о величине физического коэффициента трения при холодной прокатке, что позволяет рекомендовать его в качестве основного метода для экспериментального определения данного параметра.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Павлов И.М. Теория прокатки. – М.: Металлургиздат, 1950. – 610 с.
2. Грудев А.П. Внешнее трение при прокатке. – М.: Металлургия, 1973. – 288 с.
3. Павлов И.М., Шелест А.Е. Исследование коэффициента трения при прокатке титана и его сплавов // Научные доклады высшей школы. 1959. № 1. С. 105 – 112.
4. Тарновский И.Я., Леванов А.Н., Поксеваткин М.И. Контактные напряжения при пластической деформации. – М.: Металлургия, 1966. – 279 с.
5. Грудев А.П., Зильберг Ю.В., Тилик В.Т. Трение и смазки при обработке металлов давлением: Справ. изд. – М.: Металлургия, 1982. – 312 с.
6. Грудев А.П. Теория прокатки. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Интермет Инжиниринг, 2001. – 280 с.
7. Грудев А.П. Современные методы исследования внешнего трения при прокатке // Теория прокатки: Матер. конф. по теоретическим вопросам прокатки. – М.: Металлургиздат, 1962. С. 82 – 100.
8. Целиков А.И., Никитин Г.С., Рокотян С.Е. Теория продольной прокатки. – М.: Металлургия, 1980. – 320 с.
9. Робертс В. Холодная прокатка стали / Пер. с англ. – М.: Металлургия, 1982. – 544 с.
10. Смирнов В.С. Теория прокатки. – М.: Металлургия, 1967. – 460 с.
11. Bland D.R., Ford H. The calculation of roll force and torque in cold strip rolling with tensions // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. 1948. Vol. 159. No. 1. P. 144 – 163.
12. Василев Я.Д., Минаев А.А. Теория продольной прокатки: Учебник для магистрантов вузов. – Донецк: УНИТЕХ, 2010. – 456 с.
13. Лаптев А.М., Ткаченко Я.Ю., Жабин В.И. Построение диаграммы для определения коэффициента трения в формуле Леванова по методу осадки кольца // Обработка металлов давлением: Сб. науч. тр. – Краматорск: ДГМА, 2011. № 3(28). С. 129 – 132.
14. Василев Я.Д. Основы теории продольной холодной прокатки // Пластическая деформация металлов: Коллективная монография. – Днепропетровск: Акцент ПП, 2014. С. 107 – 125.
15. Управление качеством тонколистового проката // В.Л. Мазур, А.М. Сафьян, И.Ю. Приходько, А.И. Яценко. – К.: Техника, 1997. – 384 с.
16. Хайкин Б.Е. Модель трения в условиях обработки металлов давлением // Изв. вуз. Черная металлургия. 1982. № 9. С. 57 – 61.
17. Хайкин Б.Е. Операционалистический подход к проблеме трения в условиях обработки металлов давлением // Изв. вуз. Черная металлургия. 2000. № 11. С. 26 – 27.
18. Леванов А.Н. Состояние и перспективы исследований контактного трения в процессах обработки металлов давлением // Сталь. 2000. № 9. С. 31 – 35.
19. Зильберг Ю.В. Закон и модели пластического трения // Изв. вуз. Черная металлургия. 2000. № 11. С. 22 – 24.
20. Хайкин Б.Е. Рецензия на статью Ю.В. Зильберга «Закон и модели пластического трения» // Изв. вуз. Черная металлургия. 2000. № 11. С. 24 – 25.
21. Огинский И.К. Спорные положения и противоречия современной теории прокатки // Пластическая деформация металлов: Коллективная монография. – Днепропетровск: Акцент ПП, 2014. С. 131 – 141.
22. Василев Я.Д., Дементенко А.В. Модель напряжений трения при тонколистовой прокатке // Изв. вуз. Черная металлургия. 2002. № 5. С. 19 – 23.
23. Василев Я.Д., Завгородний М.И., Самокиш Д.Н. Исследование положения максимума контактных нормальных напряжений относительно нейтрального сечения при холодной прокатке // Изв. вуз. Черная металлургия. 2014. № 4. С. 21 – 24.

Поступила в редакцию 27 апреля 2018 г.  
После доработки 25 сентября 2018 г.  
Принята к публикации 15 июня 2020 г.

IZVESTIYA VUZOV. CHERNAYA METALLURGIYA = IZVESTIYA. FERROUS METALLURGY. 2020. VOL. 63. NO. 8, PP. 639–643.

## ACCURACY OF DETERMINING THE PHYSICAL FRICTION COEFFICIENT AT COLD ROLLING BY METHODS OF STRIP FORCED BRAKING AND TORQUE MOMENT

Ya.D. Vasilev

National Metallurgical Academy of Ukraine, Dnipro, Ukraine

**Abstract.** The paper presents a comparative study of the accuracy of determining the physical friction coefficient during cold rolling by the methods of forced strip braking  $f_Q$  and torque  $f_M$ , proposed by I.M. Pavlov and D. Bland together with G. Ford. The compared methods have a sufficient theoretical basis, which contributed to their widespread use. They are based on experimental measurement of the braking force of the rear end of the strip  $Q$ , the resultant of normal rolling forces  $N$  and torque  $M$ . It is shown that, because of the approximate determination of position of the point of resultant rolling force application on the contact arc, the friction coefficient values are always overstated when determined by the method of forced strip braking. The method of torque moment is devoid of this shortcoming. It provides more accurate and reliable data on the value of the physical friction coefficient at cold rolling and allows us to recommend it as the main method for the experimental determination of this parameter. A comparative experimental study of the physical friction coefficient was performed

during cold rolling using technological lubrication under laboratory conditions. It is established that, other things being equal, the values of the friction coefficient found by the method of forced strip braking are 1.25 – 1.40 times higher than by the torque method, thereby confirming the validity of theoretical conclusions. It is shown that the torque method is more accurate than the method of strip forced braking and is one of the most reliable methods for determining the physical coefficient of friction during cold rolling.

**Keywords:** physical friction coefficient, experiment, method, cold rolling, brake force, torque, point of the application of the resultant of the point of application, accuracy.

DOI: 10.17073/0368-0797-2020-8-639-643

#### REFERENCES

1. Pavlov I.M. *Teoriya prokatki* [Theory of rolling]. Moscow: Metallurgizdat, 1950, 610 p. (In Russ.).
2. Grudev A.P. *Vneshnee trenie pri prokatke* [External friction at rolling]. Moscow: Metallurgiya, 1973, 288 p. (In Russ.).

3. Pavlov I.M., Shelest A.E. Investigation of the friction coefficient at rolling of titanium and its alloys. *Nauchnye doklady vysshei shkoly*. 1959, no. 1, pp. 105–112. (In Russ.).
4. Tarnovskii I.Ya., Levanov A.N., Poksevatkin M.I. *Kontaktnye napryazheniya pri plasticheskoi deformatsii* [Contact stresses during plastic deformation]. Moscow: Metallurgiya, 1966, 279 p. (In Russ.).
5. Grudev A.P., Zil'berg Yu.V., Tilik V.T. *Trenie i smazki pri obrabotke metallov davleniem. Sprav. izd.* [Friction and lubrication in metal forming. Reference book]. Moscow: Metallurgiya, 1982, 312 p.
6. Grudev A.P. *Teoriya prokatki* [Theory of rolling]. Moscow: Intermet Inzhiniring, 2001, 280 p. (In Russ.).
7. Grudev A.P. Modern methods of investigating external friction during rolling. In: *Teoriya prokatki: Materialy konferentsii po teoreticheskim voprosam prokatki* [Theory of rolling: Proceedings of the Conf. on Theoretical Rolling Issues]. Moscow: Metallurgizdat, 1962, pp. 82–100. (In Russ.).
8. Tselikov A.I., Nikitin G.S., Rokotyanyan S.E. *Teoriya prodol'noi prokatki* [Theory of longitudinal rolling]. Moscow: Metallurgiya, 1980, 320 p. (In Russ.).
9. Roberts William L. *Cold rolling of steel*. New York; Basel: Marcel Dekker, Inc., 1978. (Russ. ed.: Roberts W.L. *Kholodnaya prokatka stali*. Moscow: Metallurgiya, 1982, 544 p.).
10. Smirnov V.S. *Teoriya prokatki* [Theory of rolling]. Moscow: Metallurgiya, 1967, 460 p. (In Russ.).
11. Bland D.R., Ford H. The calculation of roll force and torque in cold strip rolling with tensions. *Proceeding of the Institution of Mechanical Engineers*. 1948, vol. 159, no. 1, pp. 144–163.
12. Vasilev Ya.D., Minaev A.A. *Teoriya prodol'noi prokatki. Uchebnik dlya magistrantov VUZov* [Theory of longitudinal rolling. Textbook for master students]. Donetsk: UNITEKh, 2010, 456 p. (In Russ.).
13. Laptev A.M., Tkachenko Ya.Yu., Zhabin V.I. Construction of a diagram for determining the friction coefficient by Levanov formula by the method of ring shrink-off. In: *Obrabotka metallov davleniem: Sbornik nauchnykh trudov* [Metal forming. Coll. of sci. papers]. Kramatorsk: DGMA, 2011, no. 3(28), pp. 129–132. (In Russ.).
14. Vasilev Ya.D. Fundamentals of the theory of longitudinal cold rolling. In: *Plasticheskaya deformatsiya metallov: Kollektivnaya monografiya* [Plastic deformation of metals: Collective monograph]. Dnepropetrovsk: Aktsent PP, 2014, pp. 107–125. (In Russ.).
15. Mazur V.L., Saf'yan A.M., Prikhod'ko I.Yu., Yatsenko A.I. *Upravlenie kachestvom tonkolistovogo prokata* [Quality management of thin sheet metal]. Kiev: Tekhnika, 1997, 384 p. (In Russ.).
16. Khaikin B.E. Model of friction in conditions metal forming. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 1982, no. 9, pp. 57–61. (In Russ.).
17. Khaikin B.E. Operational approach to the problem of friction in conditions of metal forming. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2000, no. 11, pp. 26–27. (In Russ.).
18. Levanov A.N. State and perspectives of research of contact friction in metal forming processes. *Stal'*. 2000, no. 9, pp. 31–35. (In Russ.).
19. Zil'berg Yu.V. Rules and models of external friction. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2000, no. 11, pp. 22–24. (In Russ.).
20. Khaikin B.E. Review of the article Yu.V. Zilberg "Rules and models of external friction". *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2000, no. 11, pp. 24–25. (In Russ.).
21. Oginskii I.K. Controversial provisions and contradictions of modern rolling theory. In: *Plasticheskaya deformatsiya metallov: Kollektivnaya monografiya* [Plastic deformation of metals: Collective monograph]. Dnepropetrovsk: Aktsent PP, 2014, pp. 131–141. (In Russ.).
22. Vasilev Ya.D., Dementienko A.V. Model of friction tension at thin sheet rolling. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2002, no. 5, pp. 19–23. (In Russ.).
23. Vasilev Ya.D., Zavgorodnii M.I., Samokish D.N. The investigation of the maximum position in contact normal stresses relative to the neutral plane at cold rolling. *Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2014, no. 4, pp. 21–24. (In Russ.).

**Information about the author:**

**Ya.D. Vasilev**, Dr. Sci. (Eng.), Professor of the Chair "Metal Forming" (rz90@i.ua)

Received April 27, 2018

Revised September 25, 2018

Accepted June 16, 2020