

УДК 621.778.2:621.774.6

**УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИЙ ИЗГИБ КРУГЛОГО СТАЛЬНОГО БРУСА.  
СООБЩЕНИЕ 2. ОСТАТОЧНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ****Шинкин В.Н.**, д.ф.-м.н., профессор кафедры физики (shinkin-korolev@yandex.ru)**Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»**  
(119991, Россия, Москва, Ленинский пр., 4)

**Аннотация.** Остаточные (вредные) напряжения в металлах могут приводить к дефектам при их формовке и разрушению металлоконструкций при длительной эксплуатации. Приводящее к возникновению остаточных напряжений течение металла при его формовке может иметь пластическую природу (как в ковких металлах) или вызываться медленной необратимой ползучестью при повышенной температуре и продолжительном действии нагрузок. В вязкоупругих средах оно может обуславливаться вязкими частями деформации, которые могут накапливаться, когда тело находится в деформированном состоянии в течение большого промежутка времени. Остаточные напряжения оказывают влияние также и на микроструктуру металлов и могут присутствовать внутри и вокруг кристаллических зерен в качестве микроостаточных напряжений, которые называют скрытыми упругими напряжениями. Иногда остаточные напряжения называют собственными напряжениями по аналогии с собственными функциями, введенными математиками для обозначения функций, которые соответствуют определенным значениям (собственным значениям) параметров дифференциального уравнения при заданных граничных условиях. Понятие внутренних напряжений было предложено как общее понятие для этого типа напряжений, создаваемых самим телом. Термин остаточные напряжения закрепляется за случаем, когда внутренние напряжения обусловлены необратимым деформированием. Помимо зарождения благоприятной системы остаточных напряжений, в дисках из ковких металлов с ярко выраженным деформационным упрочнением будет также происходить местное возрастание прочности при условии, что эффект Баушингера не аннулирует достигнутых преимуществ. Ниже изучены экстремальные значения остаточных напряжений прямого цилиндрического стального стержня (бруса) при изгибе.

**Ключевые слова:** цилиндрический стержень, изгиб, кривизна, остаточные напряжения, остаточные деформации, упрочнение металла, механические модули.

DOI: 10.17073/0368-0797-2018-11-884-890

Распространенным примером возникновения остаточных напряжений являются резкие торможения железнодорожных колес. В результате, в силу трения о тормозные колодки, сильно перегретая (до красного каления) внешняя часть обода колес сразу же после торможения подвергается быстрому охлаждению (закалке) из-за отвода тепла посредством теплопроводности в холодные части колеса. Хотя вследствие  $\gamma$ – $\alpha$  полиморфного превращения в стали, сопровождающего закалку, происходит увеличение объема во время теплового сокращения, которое следует за общим охлаждением края, остаточная усадка превосходит предшествующее растяжение, направленное по периферии, и делает диаметр внешних частей обода слишком малым, чтобы они могли согласоваться с внутренними частями. В результате этого, нагретые раньше до красного каления части обода благодаря растяжению становятся сильно деформированными в тангенциальном направлении.

Другим классическим примером является использование преднапряженных областей сжатия в стенках пушечных стволов. Такие области создаются протаскиванием через ствол болванки, диаметр которой чуть больше внутреннего диаметра ствола. Это приводит к хорошо известному процессу автофреттажа при изготовлении толстостенных стволов артиллерийских орудий, который применяется в настоящее время на

артиллерийских заводах и заключается в следующем. Стальные стволы подвергают действию высоких гидростатических давлений и слегка необратимо расширяют с целью создания вокруг отверстия направленных по периферии остаточных напряжений сжатия, которые существенно снижают максимальные растягивающие напряжения, возникающие во время выстрела.

**НАПРЯЖЕНИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СТЕРЖНЕ  
ПРИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОМ ИЗГИБЕ**

На рис. 1 показана упругопластическая формовка цилиндрического стального стержня в гибочной машине.

Пусть радиус перпендикулярного (поперечного) сечения прямого цилиндрического стержня равен  $R$  и при продольном растяжении металл стержня в зоне необратимых (пластических) деформаций имеет линейное упрочнение. Пусть  $E$ ,  $R$  и  $\sigma_y$  – модуль упругости первого рода, модуль упрочнения и предел текучести материала стержня соответственно [1 – 46].

При удлинении стержня в зоне эластичных деформаций продольные напряжения  $\sigma$  и относительные удлинения стержня  $\epsilon$  линейно взаимосвязаны (закон Гука):

$$\sigma = E\epsilon.$$

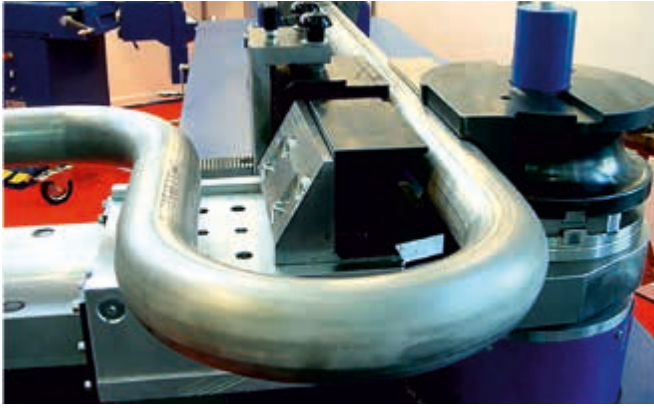


Рис. 1. Изгиб цилиндрического стального стержня на гибочной машине

Fig. 1. Bend of cylindrical steel rod on bending machine

В зоне упрочнения (упругопластических деформаций) взаимосвязь  $\sigma$  и  $\varepsilon$  совершенно другая (закон Людвига):

$$\sigma = \sigma_y + P(\varepsilon - \varepsilon_y), \quad \varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E}, \quad \sigma_{\max} = \sigma_y + P(\varepsilon_{\max} - \varepsilon_y).$$

При деформации изгиба продольные напряжения стержня могут принимать отрицательные и положительные значения. Экстремальные продольные напряжения наблюдаются на внешней поверхности стержня.

Перпендикулярное сечение цилиндрического стержня делится на эластичную и пластическую зоны. Значение  $y_y$  границы этих зон находим из уравнения

$$y_y = \frac{\sigma_y \rho}{E} = \frac{E \varepsilon_y \rho}{E} = \varepsilon_y \rho, \quad \frac{\sigma_y \rho}{E y_y} = 1.$$

При возрастании изгибающего момента и кривизны эластичная зона стержня сужается. Радиус кривизны  $\rho_y$  оси стержня, при котором на его поверхности впервые достигается напряжение, равное пределу текучести  $\sigma_y$ , равен

$$\rho_y = E \frac{R}{\sigma_y}, \quad \frac{\sigma_y \rho_y}{ER} = 1.$$

#### ИЗГИБАЮЩИЙ МОМЕНТ ПРИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОМ ИЗГИБЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО СТЕРЖНЯ

При упругопластическом изгибе  $\left(\frac{y_y}{R} = \frac{\sigma_y \rho}{ER} < 1\right)$  изгибающий момент  $M$  в перпендикулярном сечении стержня равен

$$M = -\frac{1}{6} \sigma_y R^3 \left(1 - \frac{P}{E}\right) \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_y \rho}{ER}\right)^2} \left[2 \left(\frac{\sigma_y \rho}{ER}\right)^2 - 5\right] + \frac{ER^4}{\rho} \left(1 - \frac{P}{E}\right) \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{\sigma_y \rho}{ER}\right) + \frac{PR^4}{\rho} \frac{\pi}{4}.$$

Введем для цилиндрического стального стержня критерий  $Shi$ :

$$Shi = \frac{ER}{\sigma_y \rho}.$$

Механический смысл критерия  $Shi$  – безразмерная кривизна.

Приведем выражение для изгибающего момента цилиндрического стержня при упругопластическом изгибе  $\left(\frac{y_y}{R} = \frac{\sigma_y \rho}{ER} < 1\right)$  к безразмерному виду:

$$\frac{M}{\sigma_y R^3} = -\frac{1}{6} \left(1 - \frac{P}{E}\right) \sqrt{1 - \frac{1}{Shi^2}} \left[\frac{2}{Shi^2} - 5\right] + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{P}{E}\right) Shi \arcsin\left(\frac{1}{Shi}\right) + \frac{\pi P}{4 E} Shi.$$

Таким образом, безразмерный изгибающий момент цилиндрического стержня при изгибе  $\frac{M}{\sigma_y R^3}$  есть функция одной переменной – критерия  $Shi$ .

Для высокопрочных трубных сталей газонефтепроводов  $P/E = 0,044$ .

#### ТЕОРЕМА НЕНСКУ ОБ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЯХ

Значения остаточных напряжений после распрямления цилиндрического стержня вычисляем по теореме Ненску (1923 г.) [15 – 19]: «Остаточные напряжения определяются разностью истинных напряжений и мысленно предполагаемых идеально эластичных напряжений в теле».

Таким образом, изменение продольных напряжений стержня при распрямлении удовлетворяет прямо пропорциональной зависимости  $\sigma = \gamma y$ , где  $\gamma = \text{const}$ .

На рис. 2 приведена эпюра продольных напряжений после распрямления цилиндрического стержня.

При эластичном изгибе и  $\sigma = \gamma y$  изгибающий момент  $M$  в перпендикулярном сечении цилиндрического стержня равен

$$M = \frac{\pi \gamma R^4}{4}, \quad \gamma = \frac{4M}{\pi R^4}.$$

Моменты при изгибе и распрямлении одинаковы:

$$\frac{4M\rho}{\pi ER^4} = \frac{4M}{\pi R^4} \frac{\rho}{E} = \gamma \frac{\rho}{E} = \frac{1}{\pi} \left\{ -\frac{2}{3} \frac{\sigma_y \rho}{ER} \left(1 - \frac{P}{E}\right) \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_y \rho}{ER}\right)^2} \left[2 \left(\frac{\sigma_y \rho}{ER}\right)^2 - 5\right] + 2 \left(1 - \frac{P}{E}\right) \arcsin\left(\frac{\sigma_y \rho}{ER}\right) + \frac{P}{E} \pi \right\},$$

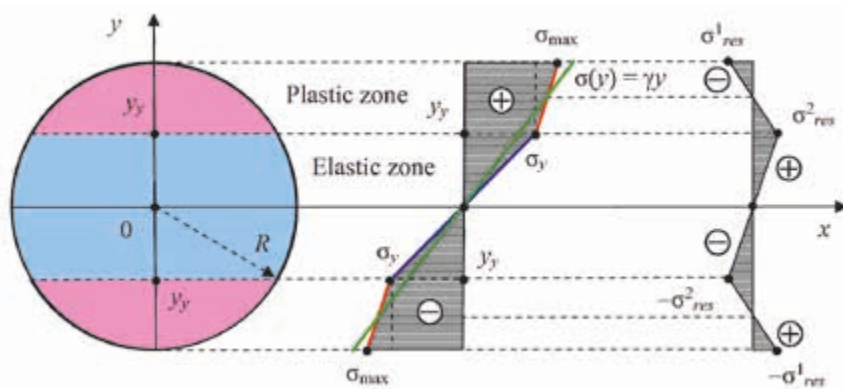


Рис. 2. Эпюра продольных напряжений цилиндрического стержня при изгибе и после распрямления

Fig. 2. Epure of longitudinal stresses of cylindrical rod at bending and after straightening

$$\gamma = \frac{E}{\pi \rho} \left\{ -\frac{2}{3} \frac{\sigma_y \rho}{ER} \left( 1 - \frac{P}{E} \right) \sqrt{1 - \left( \frac{\sigma_y \rho}{ER} \right)^2} \left[ 2 \left( \frac{\sigma_y \rho}{ER} \right)^2 - 5 \right] + 2 \left( 1 - \frac{P}{E} \right) \arcsin \left( \frac{\sigma_y \rho}{ER} \right) + \frac{P}{E} \pi \right\}.$$

Закон Непску при распрямлении цилиндрического стержня после деформации изгиба имеет вид:

$$\sigma(y) = \gamma y = \frac{Ey}{\rho} \left\{ -\frac{2}{3\pi} \frac{\sigma_y \rho}{ER} \left( 1 - \frac{P}{E} \right) \sqrt{1 - \left( \frac{\sigma_y \rho}{ER} \right)^2} \left[ 2 \left( \frac{\sigma_y \rho}{ER} \right)^2 - 5 \right] + \frac{2}{\pi} \left( 1 - \frac{P}{E} \right) \arcsin \left( \frac{\sigma_y \rho}{ER} \right) + \frac{P}{E} \right\},$$

$$\sigma(y) = \gamma y = \chi \frac{Ey}{\rho},$$

$$\chi = -\frac{2}{3\pi} \frac{\sigma_y \rho}{ER} \left( 1 - \frac{P}{E} \right) \sqrt{1 - \left( \frac{\sigma_y \rho}{ER} \right)^2} \left[ 2 \left( \frac{\sigma_y \rho}{ER} \right)^2 - 5 \right] + \frac{2}{\pi} \left( 1 - \frac{P}{E} \right) \arcsin \left( \frac{\sigma_y \rho}{ER} \right) + \frac{P}{E},$$

$$\chi \langle \rho = \rho_y \rangle = 1, \chi \langle \rho = 0 \rangle = \frac{P}{E},$$

$$\chi = -\frac{2}{3\pi} \frac{1}{Shi} \left( 1 - \frac{P}{E} \right) \sqrt{1 - \frac{1}{Shi^2}} \left( \frac{2}{Shi^2} - 5 \right) + \frac{2}{\pi} \left( 1 - \frac{P}{E} \right) \arcsin \left( \frac{1}{Shi} \right) + \frac{P}{E},$$

$$\chi \langle Shi = 1 \rangle = 1, \chi \langle Shi = \infty \rangle = \frac{P}{E}.$$

На рис. 3 приведена взаимосвязь  $\chi$  и критерия  $Shi = \frac{ER}{\sigma_y \rho}$ .

При упругопластическом изгибе цилиндрического стержня  $\left( \frac{y_y}{R} = \frac{\sigma_y \rho}{ER} < 1 \right)$  для диаграммы Прандтля (модуль упрочнения  $P = 0$ )

$$\chi = -\frac{2}{3\pi} \frac{\sigma_y \rho}{ER} \sqrt{1 - \left( \frac{\sigma_y \rho}{ER} \right)^2} \left[ 2 \left( \frac{\sigma_y \rho}{ER} \right)^2 - 5 \right] + \frac{2}{\pi} \arcsin \left( \frac{\sigma_y \rho}{ER} \right).$$

#### ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Найдем экстремальные значения остаточных напряжений после распрямления цилиндрического стержня.

Первое экстремальное значение остаточных напряжений равно

$$\sigma_{res}^1 = \sigma_y \left( 1 - \frac{P}{E} \right) \left\{ 1 + \frac{2}{3\pi} \sqrt{1 - \left( \frac{\sigma_y \rho}{ER} \right)^2} \times \left[ 2 \left( \frac{\sigma_y \rho}{ER} \right)^2 - 5 \right] - \frac{2}{\pi} \frac{ER}{\sigma_y \rho} \arcsin \left( \frac{\sigma_y \rho}{ER} \right) \right\},$$

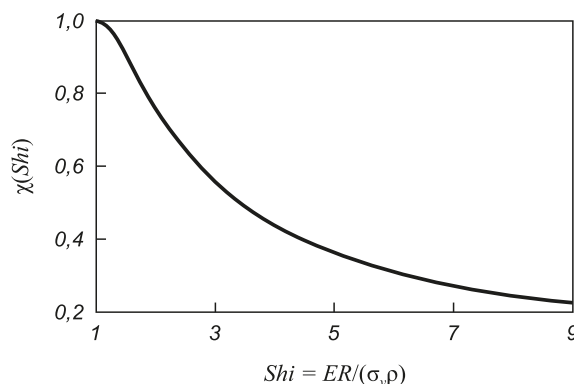


Рис. 3. Зависимость  $\chi$  от кривизны цилиндрического стержня  $1/\rho$

Fig. 3. Dependence  $\chi$  from curvature of cylindrical rod  $1/\rho$

$$\sigma_{res}^1 \langle \rho = \rho_y \rangle = 0, \quad \sigma_{res}^1 \langle \rho = 0 \rangle = -\sigma_y \left( 1 - \frac{P}{E} \right) \left( \frac{16}{3\pi} - 1 \right) < 0.$$

Приведем выражение для первого экстремально-го значения остаточных напряжений к безразмерному виду:

$$\Omega_{res}^1 = \frac{\sigma_{res}^1}{\sigma_y \left( 1 - \frac{P}{E} \right)} = 1 + \frac{2}{3\pi} \sqrt{1 - \frac{1}{Shi^2}} \left( \frac{2}{Shi^2} - 5 \right) - \frac{2}{\pi} Shi \arcsin \left( \frac{1}{Shi} \right),$$

$$\Omega_{res}^1 \langle Shi = 1 \rangle = 0, \quad \Omega_{res}^1 \langle Shi = \infty \rangle = 1 - \frac{16}{3\pi} < 0.$$

При упругопластическом изгибе цилиндрического стержня  $\left( \frac{y_y}{R} = \frac{\sigma_y \rho}{ER} < 1 \right)$  для диаграммы Прандтля (модуль упрочнения  $P = 0$ )

$$\sigma_{res}^1 = \sigma_y \left\{ 1 + \frac{2}{3\pi} \sqrt{1 - \left( \frac{\sigma_y \rho}{ER} \right)^2} \left[ 2 \left( \frac{\sigma_y \rho}{ER} \right)^2 - 5 \right] - \frac{2}{\pi} \frac{ER}{\sigma_y \rho} \arcsin \left( \frac{\sigma_y \rho}{ER} \right) \right\},$$

$$\sigma_{res}^1 \langle \rho = \rho_y \rangle = 0, \quad \sigma_{res}^1 \langle \rho = 0 \rangle = -\sigma_y \left( \frac{16}{3\pi} - 1 \right) < 0.$$

Второе экстремальное значение остаточных напряжений равно

$$\sigma_{res}^2 = \sigma_y \left( 1 - \frac{P}{E} \right) \left\{ 1 + \frac{2}{3\pi} \frac{\sigma_y \rho}{ER} \sqrt{1 - \left( \frac{\sigma_y \rho}{ER} \right)^2} \left[ 2 \left( \frac{\sigma_y \rho}{ER} \right)^2 - 5 \right] - \frac{2}{\pi} \arcsin \left( \frac{\sigma_y \rho}{ER} \right) \right\},$$

$$\sigma_{res}^2 \langle \rho = \rho_y \rangle = 0, \quad \sigma_{res}^2 \langle \rho = 0 \rangle = \sigma_y \left( 1 - \frac{P}{E} \right) > 0.$$

Приведем выражение для второго экстремального значения остаточных напряжений к безразмерному виду:

$$\Omega_{res}^2 = \frac{\sigma_{res}^2}{\sigma_y \left( 1 - \frac{P}{E} \right)} = 1 + \frac{2}{3\pi} \frac{1}{Shi} \sqrt{1 - \frac{1}{Shi^2}} \left( \frac{2}{Shi^2} - 5 \right) - \frac{2}{\pi} \arcsin \left( \frac{1}{Shi} \right),$$

$$\Omega_{res}^2 \langle Shi = 1 \rangle = 0, \quad \Omega_{res}^2 \langle Shi = \infty \rangle = 1.$$

Таким образом, экстремальные остаточные напряжения  $\Omega_{res}^1$  и  $\Omega_{res}^2$  являются функциями одной переменной – критерия  $Shi$ .

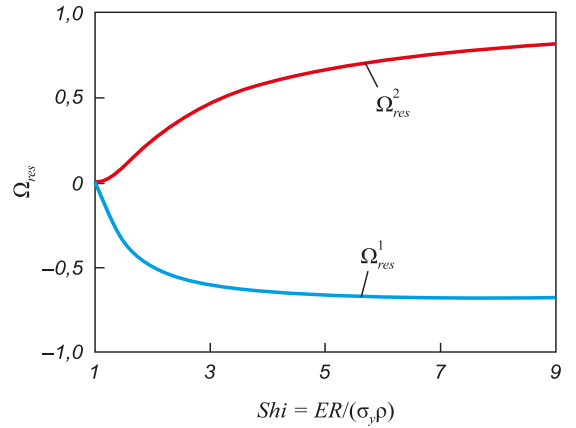


Рис. 4. Зависимость  $\Omega_{res}^1$  и  $\Omega_{res}^2$  от кривизны цилиндрического стержня  $1/\rho$

Fig. 4. Dependence of  $\Omega_{res}^1$  and  $\Omega_{res}^2$  from curvature of cylindrical rod  $1/\rho$

На рис. 4 показана зависимость безразмерных экстремальных остаточных напряжений  $\Omega_{res}^1$  и  $\Omega_{res}^2$  от критерия  $Shi = \frac{ER}{\sigma_y \rho}$ .

При упругопластическом изгибе цилиндрического стержня  $\left( \frac{y_y}{R} = \frac{\sigma_y \rho}{ER} < 1 \right)$  для диаграммы Прандтля (модуль упрочнения  $P = 0$ )

$$\sigma_{res}^2 = \sigma_y \left\{ 1 + \frac{2}{3\pi} \frac{\sigma_y \rho}{ER} \sqrt{1 - \left( \frac{\sigma_y \rho}{ER} \right)^2} \left[ 2 \left( \frac{\sigma_y \rho}{ER} \right)^2 - 5 \right] - \frac{2}{\pi} \arcsin \left( \frac{\sigma_y \rho}{ER} \right) \right\},$$

$$\sigma_{res}^2 \langle \rho = \rho_y \rangle = 0, \quad \sigma_{res}^2 \langle \rho = 0 \rangle = \sigma_y > 0.$$

*Замечание.* При эластичном изгибе стержня прямоугольного перпендикулярного сечения толщиной  $h$  и шириной  $b$   $\left( \frac{2\sigma_y \rho}{Eh} \geq 1 \right)$  безразмерный изгибающий момент равен [32 – 35]

$$\frac{12M}{\sigma_y b h^2} = 2Shi, \quad Shi = \frac{Eh}{2\sigma_y \rho}.$$

При упругопластическом изгибе стержня прямоугольного сечения  $\left( \frac{2\sigma_y \rho}{Eh} < 1 \right)$  безразмерный изгибающий момент равен [32 – 35]

$$\frac{12M}{\sigma_y b h^2} = 3 - \frac{1}{Shi^2} + \frac{P}{E} Shi \left( 1 - \frac{1}{Shi} \right)^2 \left( 2 + \frac{1}{Shi} \right),$$

$$Shi = \frac{Eh}{2\sigma_y \rho}.$$

Экстремальные остаточные напряжения после распрямления стержня прямоугольного перпендикулярного сечения после упругопластического изгиба равны

$$\sigma_{res}^1 = -\frac{\sigma_y}{2} \left(1 - \frac{P}{E}\right) \left(1 - \frac{1}{Shi}\right) \left(1 + \frac{1}{Shi}\right) < 0,$$

$$Shi = \frac{Eh}{2\sigma_y \rho},$$

$$\Omega_{res}^1 = \frac{\sigma_{res}^1}{\sigma_y \left(1 - \frac{P}{E}\right)} = -\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{Shi}\right) \left(1 + \frac{1}{Shi}\right) < 0,$$

$$\sigma_{res}^2 = \sigma_y \left(1 - \frac{P}{E}\right) \left(1 - \frac{1}{Shi}\right)^2 \left(1 + \frac{1}{2Shi}\right) > 0,$$

$$\Omega_{res}^2 = \frac{\sigma_{res}^2}{\sigma_y \left(1 - \frac{P}{E}\right)} = \left(1 - \frac{1}{Shi}\right)^2 \left(1 + \frac{1}{2Shi}\right) > 0.$$

## Выводы

Получены математические выражения для безразмерного изгибающего момента, безразмерных экстремальных остаточных напряжений и закона Hencky о распрямлении при упругопластическом изгибе цилиндрического стержня. Доказано, что при изгибе безразмерный изгибающий момент и безразмерные экстремальные остаточные напряжения являются функциями только одной переменной – безразмерной кривизны продольной оси цилиндрического стержня.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- Banabic D. Multiscale modeling in sheet metal forming. – Springer, 2016. – 405 p.
- Banabic D. Sheet metal forming processes. Constitutive modelling and numerical simulation. – Springer, 2010. – 301 p.
- Belskiy S.M., Yankova S., Chuprov V.B. etc. Temperature field of stripes under hot rolling // Journal of Chemical Technology and Metallurgy. 2015. Vol. 50. No. 6. P. 613 – 616.
- Belskiy S., Mazur I., Lezhnev S., Panin E. Distribution of linear pressure of thin-sheet rolling across strip width // Journal of Chemical Technology and Metallurgy. 2016. Vol. 51. No. 4. P. 371 – 378.
- Belskiy S.M., Yankova S., Mazur I.P., Stoyakin A.O. Influence of the transversal displacements of metal on the camber formation of hot-rolled strip // Journal of Chemical Technology and Metallurgy. 2017. Vol. 52. No. 4. P. 672 – 678.
- Belskiy S.M. Parameters of evaluation of shape cross section of hot-rolled steel strips. Message 1. The determination coefficient // Chernye Metally. 2017. No. 10. P. 65 – 70.
- Chakrabarty J. Applied plasticity. – Springer, 2010. – 758 p.
- Тягунов А.Г., Барышев Е.Е., Тягунов Г.В. и др. Систематизация политем физических свойств металлических расплавов // Изв. вуз. Черная металлургия. 2017. Т. 60. № 4. С. 310 – 317.
- Тягунов А.Г., Вьюхин В.В., Тягунов Г.В. и др. Влияние концентрации хрома на процесс структурообразования жидких хромоникелевых сплавов // Изв. вуз. Черная металлургия. 2016. Т. 59. № 8. С. 565 – 570.
- Tyagunov A.G., Vyukhin V.V., Baryshev E.E. etc. Effect of microalloying and the melting temperature on the properties of ChS70 and ChS88 alloys in the liquid and solid states // Russian Metallurgy (Metally). 2015. Vol. 2015. No. 12. P. 998 – 1001.
- V'yukhin, V.V., Tyagunov G.V., Baryshev E.E., Tsepelev V.S. Improvement of low-alloy steel quality by forming an equilibrium melt condition // Metallurgist. 2014. Vol. 58. No. 7 – 8. P. 664 – 668.
- Tyagunov A.G., Baryshev E.E., V'yukhin V.V. etc. Increasing the quality of the EP902 alloy using its properties in the liquid and solid states // Russian Metallurgy (Metally). 2014. Vol. 2014. No. 12. P. 992 – 994.
- Тягунов А.Г., Барышев Е.Е., Тягунов Г.В., Михайлов В.Б. Эффективная технология производства жаропрочных сплавов ЭП220 и ЭП929 с использованием высокотемпературной обработки расплава // Изв. вуз. Черная металлургия. 2013. Т. 56. № 9. С. 26 – 29.
- Tyagunov G.V., Baryshev E.E., Tsepelev V.S. Improvement of the qualitative characteristics of low-alloy steels by the formation of an equilibrium state in a melt // Russian Metallurgy (Metally). 2013. Vol. 2013. No. 6. P. 462 – 464.
- Shinkin V.N. Calculation of steel sheet's curvature for its flattening in the eight-roller straightening machine // Chernye Metally. 2017. No. 2. P. 46 – 50.
- Shinkin V.N. Calculation of bending moments of steel sheet and support reactions under flattening on the eight-roller straightening machine // Chernye Metally. 2017. No. 4. P. 49 – 53.
- Шинкин В.Н. Расчет параметров листогибочных несимметричных трехвалковых вальцов при производстве стальных труб // Изв. вуз. Черная металлургия. 2017. Т. 60. № 4. С. 285 – 291.
- Шинкин В.Н. Разрушение стальных труб большого диаметра при дефекте раскатной пригар // Изв. вуз. Черная металлургия. 2017. Т. 60. № 6. С. 436 – 442.
- Шинкин В.Н. Упрощенный метод расчета изгибающих моментов стального листа и реакций рабочих роликов в многороликовой правильной машине // Изв. вуз. Черная металлургия. 2017. Т. 60. № 10. С. 777 – 784.
- Михайлов А.М., Зубарев К.А., Котельников Г.И. и др. Модель испарения компонентов никелевых сплавов при плавке в вакуумной индукционной печи // Изв. вуз. Черная металлургия. 2016. Т. 59. № 1. С. 35 – 38.
- Kuznetsov M.S., Yakushev E.V., Kulagin S.A. etc. Effect of the charge composition on the nitrogen content in a metal during steelmaking in an ASF using a solid charge // Russian Metallurgy (Metally). 2011. Vol. 2011. No. 12. P. 1101 – 1105.
- Korostelev A.A., Kotelnikov G.I., Semin A.E., Bosheskov A.N. Analysis of HBI effect in charge on technological parameters of EAF melting // Chernye Metally. 2017. No. 10. P. 33 – 40.
- Tursunov N.K., Semin A.E., Kotelnikov G.I. Kinetic features of desulphurization process during steel melting in induction crucible furnace // Chernye Metally. 2017. No. 5. P. 23 – 29.
- Tursunov N.K., Semin A.E., Sanokulov E.A. Study of dephosphoration and desulphurization processes in the smelting of 20GL steel in the induction crucible furnace with consequent ladle treatment using rare earth metals // Chernye Metally. 2017. No. 1. P. 33 – 40.
- Muhin U., Belskiy S., Makarov E. Simulation of accelerated strip cooling on the hot rolling mill run-out roller table // Fratturaed Integrita Strutturale. 2016. Vol. 37. P. 305 – 311.
- Muhin U., Belskiy S., Makarov E. Application of between-stand cooling in the production hot-rolled strips // Fratturaed Integrita Strutturale. 2016. Vol. 37. P. 312 – 317.
- Muhin U., Belskiy S. Study of the influence between the strength of antibending of working rolls on the widening during hot rolling of thin sheet metal // Fratturaed Integrita Strutturale. 2016. Vol. 37. P. 318 – 324.
- Лопатенко А.Д., Орехов Д.М., Семин А.Е. Анализ технологической схемы производства трубной стали с целью разработки предложений для повышения качества готовой продукции // Изв. вуз. Черная металлургия. 2016. Т. 59. № 11. С. 787 – 792.
- Зубарев К.А., Котельников Г.И., Титова К.О. и др. Прогнозирование температуры ликвидус сложнелегированных сплавов на



- основе никеля // Изв. вуз. Черная металлургия. 2016. Т. 59. № 9. С. 644 – 649.
30. Lim Y., Venugopal R., Ulsoy A.G. Process control for sheet-metal stamping process modeling, controller design and stop-floor implementation. – Springer, 2014. – 140 p.
  31. Lin J., Balint D., Pietrzyk M. Microstructure evolution in metal forming processes. – Woodhead Publishing, 2012. – 416 p.
  32. Shinkin V.N. Calculation of technological parameters of O-forming press for manufacture of large-diameter steel pipes // CIS Iron and Steel Review. 2017. Vol. 13. P. 33 – 37.
  33. Shinkin V.N. Mathematical model of technological parameters' calculation of flanging press and the formation criterion of corrugation defect of steel sheet's edge // CIS Iron and Steel Review. 2017. Vol. 13. P. 44 – 47.
  34. Shinkin V.N. Springback coefficient of the main pipelines' steel large-diameter pipes under elastoplastic bending // CIS Iron and Steel Review. 2017. Vol. 14. P. 28 – 33.
  35. Shinkin V.N. Arithmetical method of calculation of power parameters of 2N-roller straightening machine under flattening of steel sheet // CIS Iron and Steel Review. 2017. Vol. 14. P. 22 – 27.
  36. Klocke F. Manufacturing processes 1. Cutting. – Springer, 2011. – 506 p.
  37. Klocke F. Manufacturing processes 4. Forming. – Springer, 2013. – 516 p.
  38. Nielsen C.V., Zhang W., Alves L.M. etc. Modeling of thermo-electro-mechanical processes. Applications in metal forming and resistance welding. – Springer, 2013. – 120 p.
  39. Predeleanu M., Gilormini P. Advanced methods in materials processing defects. Vol. 45. – Elsevier Science, 1997. – 422 p.
  40. Грошкова А.Л., Полулях Л.А., Травянов А.Я. и др. Распределение фосфора между фазами при выплавке высокоуглеродистого ферромарганца в доменной печи // Изв. вуз. Черная металлургия. 2007. № 11. С. 12 – 16.
  41. Подгородецкий Г.С., Юсфин Ю.С., Сажин А.Ю. и др. Современные тенденции развития технологии производства генераторных газов из различных видов твердого топлива // Изв. вуз. Черная металлургия. 2015. Т. 58. № 6. С. 393 – 401.
  42. Орелкина О.А., Петелин А.Л., Полулях Л.А. Анализ пространственного распределения вторичных газовых выбросов во внешней зоне влияния предприятий черной металлургии // Изв. вуз. Черная металлургия. 2015. Т. 58. № 11. С. 793 – 797.
  43. Полулях Л.А., Дашевский В.Я., Юсфин Ю.С. Производство марганцевых ферросплавов из отечественных марганцевых руд // Изв. вуз. Черная металлургия. 2014. Т. 57. № 9. С. 5 – 12.
  44. Predeleanu M., Ghosh S.K. Materials processing defects. Vol. 43. – Elsevier Science, 1995. – 434 p.
  45. Rees D. Basic engineering plasticity. An introduction with engineering and manufacturing applications. – Butterworth-Heinemann, 2006. – 528 p.
  46. Wilko C.E. Formability. A review of parameters and processes that control, limit or enhance the formability of sheet metal. – Springer, 2011. – 112 p.

Поступила 27 февраля 2018 г.

IZVESTIYA VUZOV. CHERNAYA METALLURGIYA = IZVESTIYA. FERROUS METALLURGY. 2018. VOL. 61. NO. 11, pp. 884–890.

## ELASTOPLASTIC BEND OF ROUND STEEL BEAM. MESSAGE 2. RESIDUAL STRESSES

**V.N. Shinkin**

National University of Science and Technology “MISIS” (MISIS),  
Moscow, Russia

**Abstract.** The residual stresses in metals can lead to the defects in metals during their forming and to destruction of metal structures during their long-term operation. The resulting residual stresses during metal forming can be of plastic nature, as in the malleable metals, or caused by a slow irreversible creep at the increased temperatures and prolonged action of loads. In the viscoelastic mediums, it can be caused by the viscous parts of deformation that can accumulate when the body is deformed for a long period of time. The residual stresses also have an effect on the metals microstructure and can present inside and around the crystalline grains as the micro-residual stresses, which are called the hidden elastic stresses. Sometimes the residual stresses are called the eigenstresses by an analogy with the eigenfunctions, introduced by the mathematicians to denote the functions that correspond to the certain values (the eigenvalues) of parameters of the differential equation under the given boundary conditions. The concept of the internal stresses was proposed as a general concept for this type of stresses, created by the body itself; the term residual stresses is assigned to the case, when the internal stresses are caused by the irreversible deformation. In addition to the emergence of favorable system of residual stresses in the discs of malleable metals with a pronounced deformation hardening, there will also be a local increase in strength, provided that the Bauschinger's effect does not negate the achieved advantages. The extreme values of residual stresses of a straight cylindrical steel rod (beam) during bending are studied below.

**Keywords:** cylindrical rod, bend, curvature, residual stresses, residual deformation, hardening of metal, mechanical modules.

**DOI:** 10.17073/0368-0797-2018-11-884-890

## REFERENCES

1. Banabic D. *Multiscale modeling in sheet metal forming*. Springer, 2016, 405 p.
2. Banabic D. *Sheet metal forming processes. Constitutive modelling and numerical simulation*. Springer, 2010, 301 p.
3. Belskiy S.M., Yankova S., Chuprov V.B., Bakhaev K.V., Stoyakin A.O. Temperature field of stripes under hot rolling. *Journal of Chemical Technology and Metallurgy*. 2015, vol. 50, no. 6, pp. 613–616.
4. Belskiy S., Mazur I., Lezhnev S., Panin E. Distribution of linear pressure of thin-sheet rolling across strip width. *Journal of Chemical Technology and Metallurgy*. 2016, vol. 51, no. 4, pp. 371–378.
5. Belskiy S.M., Yankova S., Mazur I.P., Stoyakin A.O. Influence of the transversal displacements of metal on the camber formation of hot-rolled strip. *Journal of Chemical Technology and Metallurgy*. 2017, vol. 52, no. 4, pp. 672–678.
6. Belskiy S.M. Parameters of evaluation of shape cross section of hot-rolled steel strips. Message 1. The determination coefficient. *Chernye Metally*. 2017, no. 10, pp. 65–70.
7. Chakrabarty J. *Applied plasticity*. Springer, 2010, 758 p.
8. Tyagunov A.G., Baryshev E.E., Tyagunov G.V., Mushnikov V.S., Tsepelev V.S. Systematization of physical properties polytherms of metallic melts. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenij. Chernaya Metallurgiya*. 2017, vol. 60, no. 4, pp. 310–317. (In Russ.).
9. Tyagunov A.G., V'yukhin V.V., Tyagunov G.V., Baryshev E.E., Akshentsev Y.N. Effect of chromium concentration on the structure formation process of liquid chrome-nickel alloys. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenij. Chernaya Metallurgiya*. 2016, vol. 59, no. 8, pp. 565–570. (In Russ.).
10. Tyagunov A.G., Vyukhin V.V., Baryshev E.E., Tyagunov G.V., Kostina T.K. Effect of microalloying and the melting temperature on the properties of ChS70 and ChS88 alloys in the liquid and

- solid states. *Russian Metallurgy (Metally)*. 2015, vol. 2015, no. 12, pp. 998–1001.
11. V'yukhin, V.V., Tyagunov G.V., Baryshev E.E., Tsepelev V.S. Improvement of Low-Alloy Steel Quality by Forming an Equilibrium Melt Condition. *Metallurgist*. 2014, vol. 58, nos. 7–8, pp. 664–668.
12. Tyagunov A.G., Baryshev E.E., V'yukhin V.V., Kostina T.K., Kolotukhin E.V. Increasing the quality of the EP902 alloy using its properties in the liquid and solid states. *Russian Metallurgy (Metally)*. 2014, vol. 2014, no. 12, pp. 992–994.
13. Tyagunov A.G., Baryshev E.E., Tyagunov G.V., Mikhailov V.B. Production of heat-resistant EP220 and EP929 alloys by high-temperature treatment of melt. *Steel in Translation*. 2013, vol. 43, no. 9, pp. 557–560.
14. Tyagunov G.V., Baryshev E.E., Tsepelev V.S. Improvement of the qualitative characteristics of low-alloy steels by the formation of an equilibrium state in a melt. *Russian Metallurgy (Metally)*. 2013, vol. 2013, no. 6, pp. 462–464.
15. Shinkin V.N. Calculation of steel sheet's curvature for its flattening in the eight-roller straightening machine. *Chernye Metally*. 2017, no. 2, pp. 46–50.
16. Shinkin V.N. Calculation of bending moments of steel sheet and support reactions under flattening on the eight-roller straightening machine. *Chernye Metally*. 2017, no. 4, pp. 49–53.
17. Shinkin V.N. Calculation of parameters of the asymmetrical three-roller sheet-bending rolls in steel pipes production. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenij. Chernaya Metallurgiya*. 2017, vol. 60, no. 4, pp. 285–291. (In Russ.)
18. Shinkin V.N. Destruction of large-diameter steel pipes at rolled burr defect. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenij. Chernaya Metallurgiya*. 2017, vol. 60, no. 6, pp. 436–442. (In Russ.)
19. Shinkin V.N. Simplified method for calculation of bending moments of steel sheet and reactions of working rollers in multiroll straightening machine. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenij. Chernaya Metallurgiya*. 2017, vol. 60, no. 10, pp. 777–784. (In Russ.)
20. Mikhailov A.M., Zubarev K.A., Kotelnikov G.I., Semin A.E., Grigorovich K.V. Vaporization of the components of nickel alloys in a vacuum induction furnace. *Steel in Translation*. 2016, vol. 46, no. 1, pp. 26–28.
21. Kuznetsov M.S., Yakushev E.V., Kulagin S.A., Kotelnikov G.I., Semin A.E., Chegeliya R.K. Effect of the charge composition on the nitrogen content in a metal during steelmaking in an ASF using a solid charge. *Russian Metallurgy (Metally)*. 2011, vol. 2011, no. 12, pp. 1101–1105.
22. Korostelev A.A., Kotelnikov G.I., Semin A.E., Bosheskov A.N. Analysis of HBI effect in charge on technological parameters of EAF melting. *Chernye Metally*. 2017, no. 10, pp. 33–40.
23. Tursunov N.K., Semin A.E., Kotelnikov G.I. Kinetic features of desulphurization process during steel melting in induction crucible furnace. *Chernye Metally*. 2017, no. 5, pp. 23–29.
24. Tursunov N.K., Semin A.E., Sanokulov E.A. Study of dephosphoration and desulphurization processes in the smelting of 20GL steel in the induction crucible furnace with consequent ladle treatment using rare earth metals. *Chernye Metally*. 2017, no. 1, pp. 33–40.
25. Muhin U., Belskij S., Makarov E. Simulation of accelerated strip cooling on the hot rolling mill run-out roller table. *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2016, vol. 37, pp. 305–311.
26. Muhin U., Belskij S., Makarov E. Application of between-stand cooling in the production hot-rolled strips. *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2016, vol. 37, pp. 312–317.
27. Muhin U., Belskij S. Study of the influence between the strength of antibending of working rolls on the widening during hot rolling of thin sheet metal. *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2016, vol. 37, pp. 318–324.
28. Lopatenko A.D., Orekhov D.M., Semin A.E. Improving the production of pipe steel. *Steel in Translation*. 2016, vol. 46, no. 11, pp. 771–775.
29. Zubarev K.A., Kotelnikov G.I., Titova K.O., Semin A.E., Mikhailov M.A. Predicting the liquidus temperature of complex nickel alloys. *Steel in Translation*. 2016, vol. 46, no. 9, pp. 633–637.
30. Lim Y., Venugopal R., Ulsoy A.G. *Process control for sheet-metal stamping process modeling, controller design and stop-floor implementation*. Springer, 2014, 140 p.
31. Lin J., Balint D., Pietrzyk M. *Microstructure evolution in metal forming processes*. Woodhead Publishing, 2012, 416 p.
32. Shinkin V.N. Calculation of technological parameters of O-forming press for manufacture of large-diameter steel pipes. *CIS Iron and Steel Review*. 2017, vol. 13, pp. 33–37.
33. Shinkin V.N. Mathematical model of technological parameters' calculation of flanging press and the formation criterion of corrugation defect of steel sheet's edge. *CIS Iron and Steel Review*. 2017, vol. 13, pp. 44–47.
34. Shinkin V.N. Springback coefficient of the main pipelines' steel large-diameter pipes under elastoplastic bending. *CIS Iron and Steel Review*. 2017, vol. 14, pp. 28–33.
35. Shinkin V.N. Arithmetical method of calculation of power parameters of 2N-roller straightening machine under flattening of steel sheet. *CIS Iron and Steel Review*. 2017, vol. 14, pp. 22–27.
36. Klocke F. *Manufacturing processes 1. Cutting*. Springer, 2011, 506 p.
37. Klocke F. *Manufacturing processes 4. Forming*. Springer, 2013, 516 p.
38. Nielsen C.V., Zhang W., Alves L.M., Bay N., Martins P. *Modeling of thermo-electro-mechanical processes. Applications in metal forming and resistance welding*. Springer, 2013, 120 p.
39. Predeleanu M., Gilormini P. *Advanced methods in materials processing defects*. Vol. 45. Elsevier Science, 1997, 422 p.
40. Groshkova A.L., Polulyakh L.A., Travyanov A.Ya., Dashevskii V.Ya., Yusfin Yu.S. Phosphorus distribution between phases in smelting high-carbon ferromanganese in the blast furnace. *Steel in Translation*. 2007, vol. 37, no. 11, pp. 904–907.
41. Podgorodetskii G.S., Yusfin Yu.S., Sazhin A.Yu., Gorbunov V.B., Polulyakh L.A. Production of generator gas from solid fuels. *Steel in Translation*. 2015, vol. 45, no. 6, pp. 395–402.
42. Orelkina O.A., Petelin A.L., Polulyakh L.A. Distribution of secondary gas emissions around steel plants. *Steel in Translation*. 2015, vol. 45, no. 11, pp. 811–814.
43. Polulyakh L.A., Dashevskii V.Ya., Yusfin Yu.S. Manganese-ferroalloy production from Russian manganese ore. *Steel in Translation*. 2014, vol. 44, no. 9, pp. 617–624.
44. Predeleanu M., Ghosh S.K. *Materials processing defects*. Vol. 43. Elsevier Science, 1995, 434 p.
45. Rees D. *Basic engineering plasticity. An introduction with engineering and manufacturing applications*. Butterworth-Heinemann, 2006, 528 p.
46. Wilko C.E. *Formability. A review of parameters and processes that control, limit or enhance the formability of sheet metal*. Springer, 2011, 112 p.

#### Information about the author:

V.N. Shinkin, Dr. Sci. (Phys.–Math.), Professor of the Chair of Physics (shinkin-korolev@yandex.ru)

Received February 27, 2018