

УДК 519.677

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕЧЕНИЯ МЕТАЛЛА В КРИСТАЛЛИЗАТОРЕ ПРИ ЕГО ПОДАЧЕ ИЗ ПОГРУЖНОГО СТАКАНА С ЭКСЦЕНТРИЧНЫМИ ОТВЕРСТИЯМИ\*

*Одинокое В.И.<sup>1</sup>, д.т.н., профессор, профессор-консультант кафедры «Машиностроение  
и металлургия» (79122718858@yandex.ru)*

*Дмитриев Э.А.<sup>1</sup>, д.т.н., профессор, ректор (rector@knastu.ru)*

*Евстигнеев А.И.<sup>1,2</sup>, д.т.н., профессор, советник при ректорате (diss@knastu.ru)*

<sup>1</sup> Комсомольский-на-Амуре государственный университет «КнАГУ»  
(681013, Россия, Хабаровский край, Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27)

<sup>2</sup> Институт машиноведения и металлургии ДВО РАН  
(681005, Россия, Хабаровский край, Комсомольск-на-Амуре, ул. Металлургов, 1)

**Аннотация.** Течение жидкого расплава в кристаллизаторе является малоизученным процессом. Аналитические решения течения расплава в общем случае относятся к сложным математическим задачам, поэтому для моделирования данного процесса применяют численные методы. Цель настоящей работы – использование численного метода, предложенного профессором В.И. Одиноким, основанным на конечно-разностном представлении исходной системы уравнений. Этот метод успешно был использован в механике сплошных сред, в литейном производстве при математическом моделировании напряженного деформированного состояния оболочковых форм по выплавляемым моделям, а также и в других технологических работах, что говорит о его универсальности. В настоящей работе объектом исследований являются гидродинамические потоки жидкого металла при разливке стали в кристаллизатор прямоугольного сечения при его подаче из погружного стакана с эксцентричными отверстиями, а результатом – пространственная математическая модель, описывающая потоки жидкого металла в кристаллизаторе. Для моделирования процессов, протекающих в кристаллизаторе, использован программный комплекс «Одиссей». В основу теоретического расчета положены основополагающие уравнения гидродинамики и апробированный численный метод. Решение сформулированной в работе системы дифференциальных уравнений осуществлялось численным способом. Исследуемая область разбивалась на элементы конечных размеров, для каждого элемента записывалась в разностном виде полученная система уравнений. Результат решения – поля скоростей потока металла в объеме кристаллизатора. Для решения полученной системы алгебраических уравнений разработаны численная схема и алгоритм расчета. По разработанной численной схеме и алгоритму составлена программа расчета на языке Fortran-4. Математическая модель позволяет варьировать геометрические размеры кристаллизатора и сечения отверстий выхода металла из погружного стакана, а также может помочь понять схему движения разливаемого металла, влияющую на тепловод стенками кристаллизатора, и найти оптимальные параметры выхода жидкого металла из погружного стакана при различных режимах разливки. Приведен пример расчета разливки стали в кристаллизатор прямоугольного сечения высотой 100 см и сечения в плане 2000×40 (см). Разливка осуществлялась из погружного стакана эксцентрично в обе стороны в горизонтальной плоскости. Результат решения представлен в графической форме. Показано движение потоков жидкого металла, определены их величины и интенсивность.

**Ключевые слова:** численное моделирование, гидродинамика, жидкий металл, разливка, погружной стакан, эксцентричные выходные отверстия, кристаллизатор, поле скоростей.

DOI: 10.17073/0368-0797-2018-8-606-612

Процесс разливки металла в установке непрерывной разливки стали (УНРС) известен давно, проводилось множество различных экспериментальных исследований [1 – 14], но мало работ посвящено математическому описанию этого сложного процесса. В основном это работы в упрощенной постановке, сводящиеся к исследованию процесса кристаллизации и деформации корочки металла под действием ферростатического давления в условиях плоского деформированного состояния [15]. Экспериментальные же исследования самого процесса течения жидкого металла в области кристаллизатора очень сложно осуществить.

\* Обработку численных результатов выполнил к.т.н. А.И. Горнаков.

В последних работах [16, 17] заложены основы математического моделирования разливки стали в кристаллизатор, в которых построена математическая модель и проведено теоретическое исследование процесса разливки стали в кристаллизатор прямоугольного сечения из погружного стакана двумя струями (рис. 1, а) с использованием численного метода, предложенного профессором В.И. Одиноким.

В настоящей работе строится математическая модель процесса течения металла (стали) также с использованием численного метода при подводе расплава в кристаллизатор по ранее описанному способу [18]. При использовании этого способа подвода расплава в кристаллизатор (рис. 1, б) разливочный стакан име-

ет эксцентрично расположенные выходные отверстия (рис. 2).

Процесс разливки стали осуществляется следующим образом: из промежуточного ковша 1 жидкий металл (ЖМ) через погружной керамический стакан 2 и отверстия 3 поступает в водоохлаждаемый кристаллизатор прямоугольного сечения 4. На стенках кристаллизатора вследствие отвода тепла образуется твердая корочка металла (ТМ) 5, которая вытягивается из кристаллизатора со скоростью  $v_u$  специальными вытяжными устройствами.

Эксцентричное расположение выходных отверстий в погружном стакане позволяет организовать, в отличие от традиционного способа, более интенсивное перемешивание жидкого металла в горизонтальной плоскости в зоне первичного и вторичного охлаждения.

В целях упрощения решения задачи (рис. 2) погружной стакан примем квадратного поперечного сечения и пренебрежем нарастающей корочкой. Тогда формализованная расчетная схема процесса может быть представлена в виде схемы, приведенной на рис. 3.

Изменяя геометрические параметры окон, можно изменять объем металла, вытекающего через каждое окно, а следовательно, и кинетику истечения металла.

Процесс стационарный. Среду (жидкий металл) будем считать несжимаемой. Исходя из сформулированных допущений, запишем систему дифференциальных уравнений в декартовой системе координат.

Для несжимаемой жидкости ( $\rho = \text{const}$ ) и стационарного течения  $\partial v_i / \partial \tau = 0$  имеем следующую систему уравнений гидродинамики.

Закон количества движения:

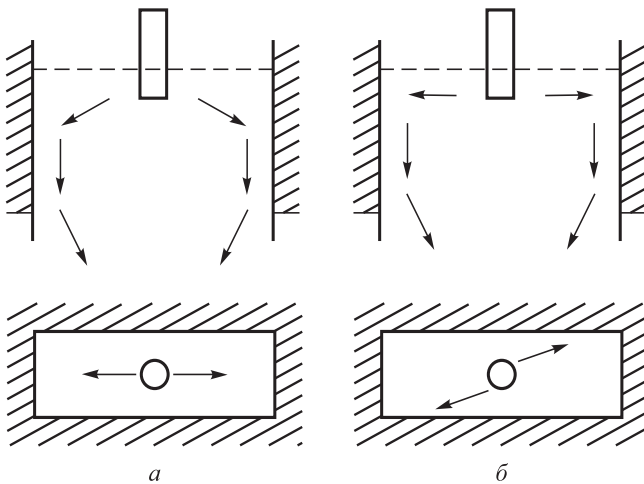


Рис. 1. Способы разливки стали в кристаллизатор двумя струями из горизонтальных выходных отверстий погружного стакана, расположенных симметрично (а) и эксцентрично (б)

Fig. 1. Methods for steel casting into a crystallizer with two jets from horizontal outlets of a submerged nozzle arranged symmetrically (a) and eccentricly (b)

$$F_i^* - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \nabla^2 v_i = I_i, F_2^* = F_3^* = 0;$$

$$I_i = \rho \frac{dv_i}{d\tau}, \frac{dv_i}{d\tau} = v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k}, i, k = 1, 2, 3;$$

$$\nabla^2 v_i = \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_3^2}.$$

Уравнения несжимаемости:

$$v_{i,i} = 0.$$

Уравнение теплопроводности (с учетом массопереноса и стационарности):

$$\frac{d\theta}{d\tau} = a \nabla^2 \theta, \frac{d\theta}{d\tau} = v_i \frac{\partial \theta}{\partial x_i}, i = 1, 2, 3.$$

В уравнениях (1) – (3)  $p$  – давление в данной точке ( $p = -\sigma$ );  $\sigma$  – гидростатическое напряжение;  $\mu$  – коэффициент вязкости, г·с/см<sup>2</sup>;  $v_i$  – проекции скоростей перемещений по координатным осям  $x_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ ;  $\rho$  – плотность жидкого металла;  $F_i^*$  – проекция удельной объемной силы на координатные оси  $x_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ ;  $\tau$  – время;  $\nabla^2$  – оператор Лапласа;  $\theta$  – температура;

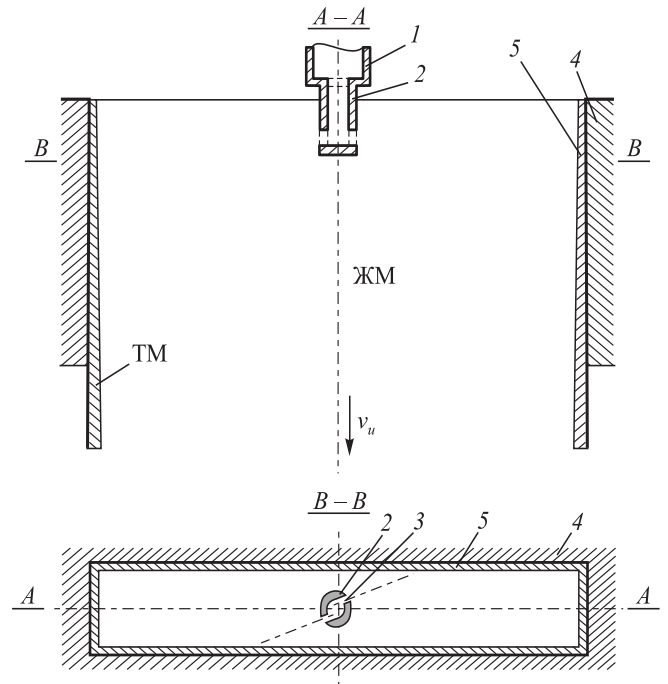


Рис. 2. Разливка стали с эксцентрично расположенными отверстиями в погружном стакане:

1 – промежуточный ковш; 2 – погружной стакан; 3 – выходные отверстия погружного стакана; 4 – кристаллизатор; 5 – закристаллизовавшийся металл

Fig. 2. Steel casting with eccentrically located holes in a submerged nozzle:

1 – intermediate ladle; 2 – immersion nozzle; 3 – outlet holes of the immersion nozzle; 4 – crystallizer; 5 – crystallized metal

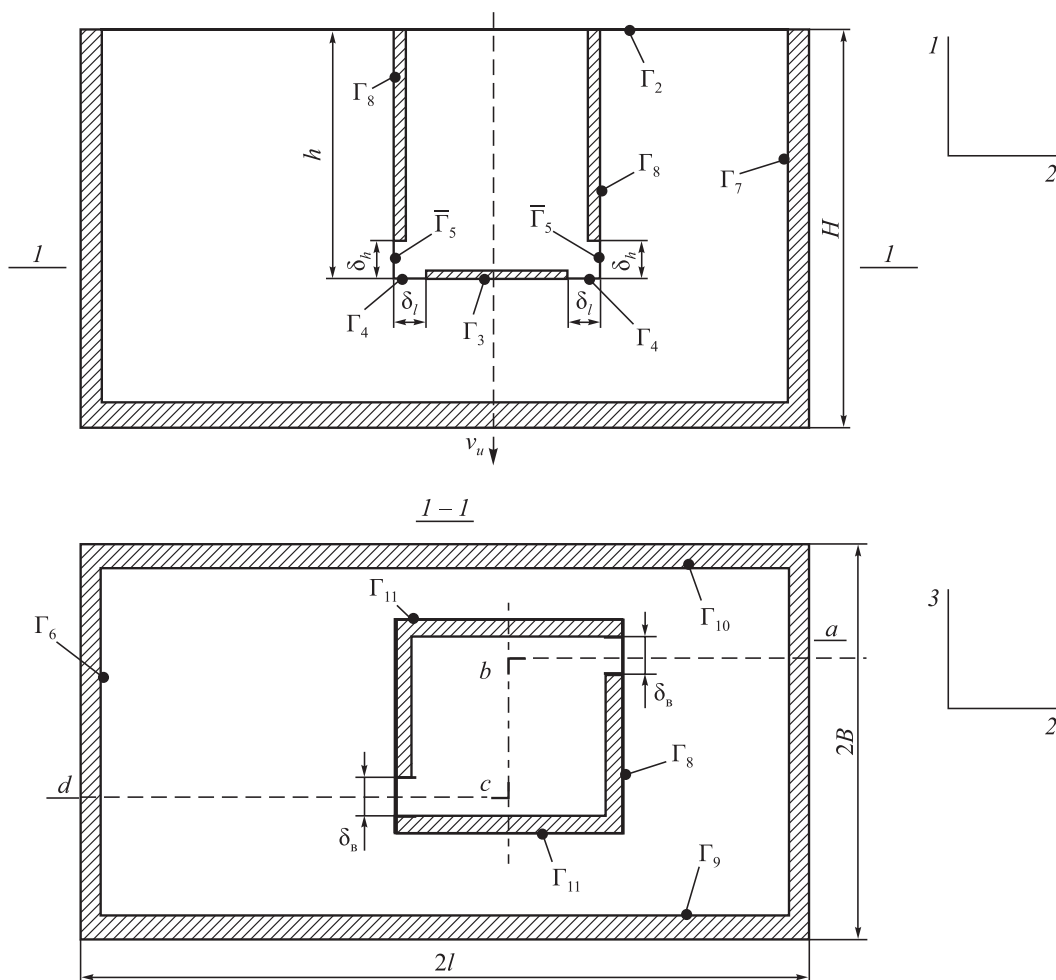


Рис. 3. Формализованная расчетная схема процесса разливки

Fig. 3. Formalized design scheme of casting process

$a = \frac{\lambda}{c\gamma}$  – коэффициент температуропроводности;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $c$  – удельная теплоемкость,  $\gamma$  – удельный вес; все параметры принимаются постоянными.

Выражения (1), (2) – это течение ньютоновской вязкой несжимаемой жидкости, для которой справедливы уравнения

$$\sigma_{ij,j} + F_i^* = I_i^*, I_i^* = \rho \left( \dot{v}_i + v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right); \quad (4)$$

$$\sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} = 2\mu \xi_{ij}, \xi_{ij} = \frac{1}{2} (v_{i,j} + v_{j,i}); \quad (5)$$

$$v_{i,i} = 0, i, i = 1, 2, 3; \quad (6)$$

здесь  $\sigma_{ij}$  – компоненты тензора напряжений;  $\xi_{ij}$  – компоненты тензора скоростей деформаций;  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

Для стационарного процесса имеем  $\dot{v}_i = \frac{\partial v_i}{\partial t} = 0$ .

Граничные условия задачи следующие:

$$\sigma_{11}|_{\Gamma_2} = p_i; (\sigma_{12} = \sigma_{13})|_{\Gamma_i} = 0; i = 1 \div 4;$$

$$(\sigma_{21} = \sigma_{23})|_{\Gamma_i} = 0; i = 5 \div 8;$$

$$(\sigma_{31} = \sigma_{32})|_{\Gamma_i} = 0; i = 9 \div 11;$$

$$v_1|_{\Gamma_1} = v_u; v_1|_{\Gamma_3} = 0; v_1|_{\Gamma_4} = v_1^*; v_2|_{\Gamma_i} = 0; i = 6 \div 8; \quad (7)$$

$$v_2|_{\Gamma_5} = v_2^*; v_2|_{\bar{\Gamma}_5} = -v_2^*; v_3|_{\Gamma_i} = 0; i = 9 \div 12;$$

$$\theta|_{\Gamma_2} = \theta_2^*; \theta|_{\Gamma_1} = \theta_1^*; \theta|_{\Gamma_3} = \theta_3^*; \theta|_{\Gamma_5} = \theta_5^*;$$

$$\theta|_{\Gamma_8} = \theta_8^*; \theta|_{\Gamma_{11}} = \theta_{11}^*; q|_{\Gamma_{10}} = q_1^*; q_2|_{\Gamma_7} = q_2^*;$$

здесь  $v_u$  – скорость вытягивания слитка  $v_2^*$  – скорость выхода жидкого металла из окон погружного стакана;  $\theta_i^*$  – заданные функции распределения температуры металла на поверхностях  $\Gamma_i, i = 1, 2; \theta_i^x = \theta_i^x(x_1, x_3); q_i^x, i = 1, 2$  – заданные из экспериментальных данных тепловые потоки через поверхности  $\Gamma_{10}, \Gamma_7$ .

Решение системы уравнений (4) – (6) и уравнения (3) осуществлялось численным методом [15] в со-

ответствии с численной схемой и алгоритмом, описанным в работах [15 – 17, 19 – 21].

Для сравнения кинетики течения металла в кристаллизаторе задавались исходные параметры, что и в работах [16, 17]. Геометрические размеры кристаллизатора следующие:  $H = 100$  см,  $B = 12,5$  см,  $l = 100$  см,  $h = 20$  см,  $b = 7,5$  см,  $\delta_h = 8,5$  см,  $\delta_B = 3$  см;  $\delta_l = 1,5$  см. В уравнениях (7) принимали  $v_1 = 0$ ,  $v_u = 1$  м/мин =  $1,66$  см/с, тогда для стационарного процесса скорость  $v_2^*$  определяли из равенства секундных объемов:

$$4v_u Bl = 2v_2^* \delta_h \delta_B \Rightarrow v_2^* = \frac{2v_u Bl}{\delta_h \delta_B}.$$

Тепловые потоки  $q_1^*$ ,  $q_2^*$  по стенкам кристаллизатора определяли аппроксимацией экспериментальных данных, приведенных в работах [16 – 18]:

$$q_i^* = 2,5v^{0,8} \text{ МВт/м}^2, \quad (8)$$

где  $i = 1, 2$ ;  $v$  – скорость омывания стенки кристаллизатора, м/с.

При условии, что

$$q_i^* = -\lambda \left( \frac{\partial \theta}{\partial n} \right)_i,$$

получаем

$$\left( \theta_n^\beta \right)_i = \left( \theta_n^k \right)_i - \frac{\delta}{\lambda} q_i^*, \quad i = 1, 2,$$

где  $\theta_n^\beta$  температура элемента, примыкающего к поверхности ( $n$ );  $\theta_n^k$  – температура внутреннего элемента, находящегося по нормали сразу же за поверхностным  $\beta$ ;  $\delta$  – расстояние от центра тяжести элемента  $\beta$  до центра тяжести элемента  $k$ .

Температура истекания жидкой стали из окна ( $\Gamma_5$ ) принималась  $\theta_{\Gamma_5}^* = 1600$  °С. Температуры на поверхнос-

тях стакана (рис. 3)  $\Gamma_i$ ,  $i = 3, 8, 11$ , принимались по экспериментальным данным  $\theta_{\Gamma_i}^* = 1550$  °С,  $i = 3, 8, 11$ . На поверхности  $\Gamma_2$  (рис. 3) находится жидкая шлаковая «рубашка», температура которой  $\theta_{\Gamma_2}^* = 1550$  °С.

Некоторые результаты решения представлены на рис. 4, 5. На рис. 4 показано поле скоростей течения потока жидкого металла в горизонтальной плоскости на уровне выпускных отверстий погружного стакана. Видно, что идет интенсивное омывание жидким металлом правой стороны стенки  $\Gamma_{10}$  и левой стороны стенки  $\Gamma_9$  (рис. 3). На рис. 5 представлено поле скоростей металла на стыке  $\Gamma_9$  в вертикальной плоскости. Вихрь находится прямо по центру вертикальной стенки в верхней ее части.

Для анализа поля скоростей в кристаллизаторе использовали скалярную оценочную функцию  $c(u)$ , характеризующую эффективность перемешивания расплава ( $u$  – поле скоростей расплава). Пусть  $u'(x, y, z)$  – векторное поле проекций скоростей  $u$  на ближайшую к точке  $(x, y, z)$  стенку, тогда

$$c(u) = \iiint_V u'(x, y, z) dx dy dz,$$

где  $V$  – объем, в котором наблюдается рост дендритов.

При этом должны обеспечиваться скорости металла менее 0,5 м/с в пристеночных слоях широких стенок кристаллизатора, в противном случае кинетическая энергия потока изменит условия кристаллизации в двухфазной зоне. При значении скорости потока более 0,5 м/с существенно нарушается режим течения, а удар потока в корочку может привести к местному разогреву и повышению разнотолщинности ее по периметру заготовки.

Значения оценочной функции для способа с использованием стакана с эксцентрично расположенными выходными отверстиями на 30 – 40 % выше, чем при традиционном способе разлива. Можно предположить

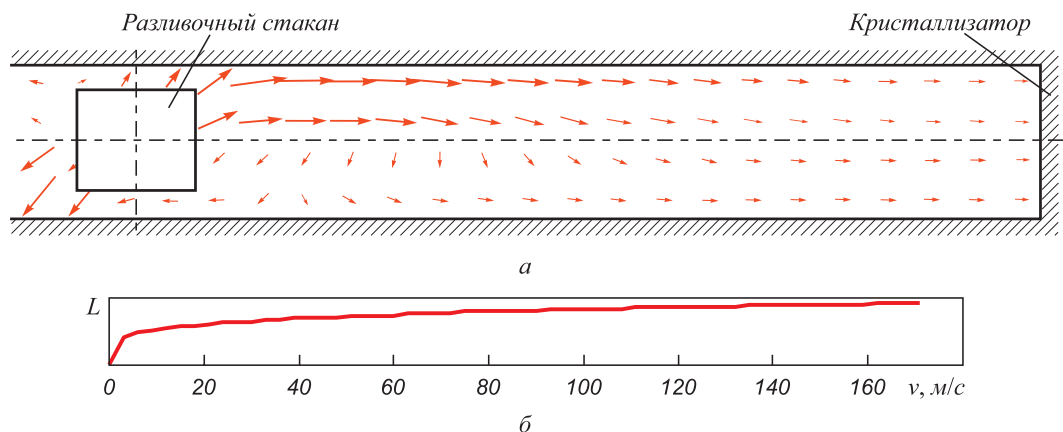


Рис. 4. Поле скоростей в горизонтальной плоскости на уровне выпускных отверстий (а) и зависимость длины вектора от скорости потока (б)

Fig. 4. Velocity field in the horizontal plane at outlet holes level (a) and dependence of vector length on velocity flow (b)

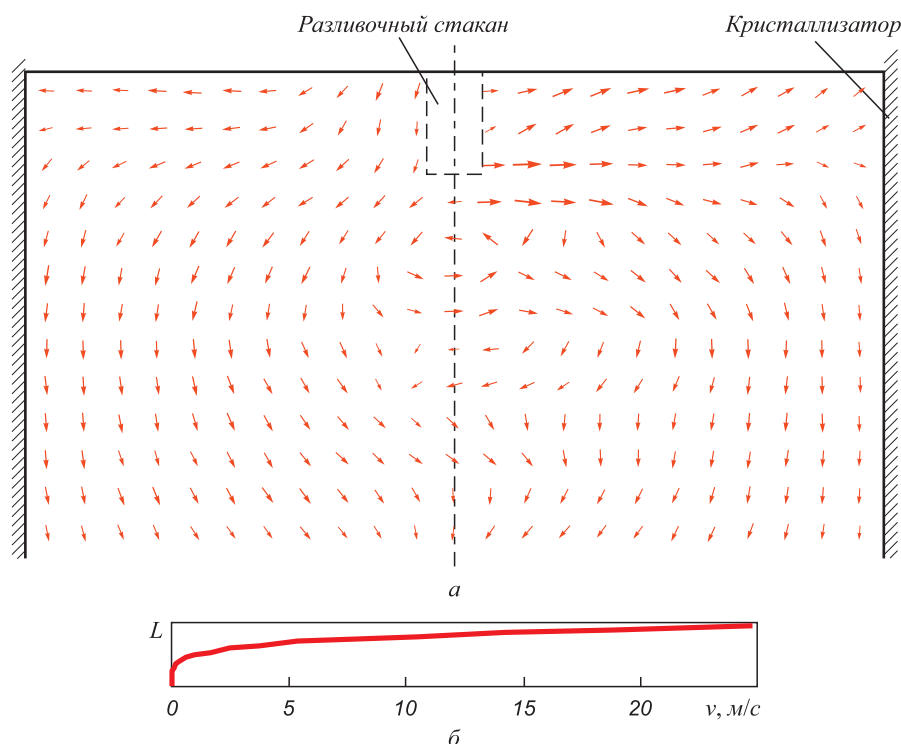


Рис. 5. Поле скоростей в вертикальной плоскости  $\Gamma_9$  (а) и зависимость длины вектора от скорости потока (б)

Fig. 5. Velocity field in  $\Gamma_9$  vertical plane (a) and dependence of vector length on flow velocity (б)

о снижении дендритной ликвации сляба при использовании стакана с эксцентричными отверстиями. Этот вывод хорошо согласуется со статистическими данными исследований темплетов опытных плавок на заводе ОАО «Амурметалл» (г. Комсомольск-на-Амуре).

При исследовании практической сходимости задачи проведен анализ скоростей в некоторой локальной области решения (область истечения струи) на различной сетке таким образом, чтобы исследуемая область решения имела следующие разбиения: 2, 4, 8 элементов. Решение находится с точностью  $\varepsilon = 0,001$ . Результаты сведены в таблицу. Видно, что подтверждается практическая сходимость задачи с эксцентричными отверстиями.

**Выводы.** Построена математическая модель процесса разливки металла в кристаллизатор прямоугольного сечения при его подаче из погружного стакана с эксцентричными выходными отверстиями, позволяющая определить поля скоростей металла в зоне кристаллизатора в зависимости от объема металла, вытекающего

из окон погружного стакана. Подтверждается предположение о более интенсивном перемешивании жидкой фазы сляба при использовании стакана с эксцентрично расположенными выходными отверстиями. Полученные результаты могут быть использованы в ходе проектирования устройств подвода стали в установку непрерывной разливки стали. Приведенную математическую модель можно использовать для анализа задач течения расплава в кристаллизаторах различного типа. Разработанный программный код можно применять в инженерных или научных целях.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. K. Ho, Pehlke R. Modelling of steel solidification using the general finite difference method. – In 5 th Int. Iron and Steel. Congr. Proc. 6 th Process Technol. Conf. (Apr. 6 – 9, 1986) Warrendale. 1986. Vol. 6. P. 853 – 866.
2. Kohn A., Morillon Y. Etude mathematique de la solidification des lingots en acier mi-dur // Revue de Metallurgie. 1966. Vol. 63. No. 10. P. 779 – 790.

#### Значение скоростей в локальной области решения на разных сетках

##### Value of velocities in local solution area on different grids

Количество ячеек, шт.	Значение скорости для номера элемента							
	1	2	3	4	5	6	7	8
8	1,7701	1,6035	2,8693	4,9431	6,5951	6,6559	6,105	4,8358
4	1,7087		3,9529		6,6833		5,5072	
2	2,9558				6,1939			

3. Mizikar E. Mathematical heat transfer model for solidification of continuous cast steel slabs // *Trans. Of. The Metallurgical Society of AIME*. 1967. Vol. 239. No. 11. P. 1747.
4. Szekely J., Stanek V. On heat transfer and liquid mixing in the continuous casting of steel // *Metallurgical Transactions*. 1970. Vol. 1. No. 1. P. 119.
5. Ozava M., Okano S., Matsuno J. Influence des conditions du jet de coulée sur la formation de la peau solidifiée en lingotière de brames de coulée continue // *Tensu to Hagane*. 1976. Vol. 62. No. 4. P. 86.
6. Larreq M., Sagues C., Wanin M. Vodele mathématique de la solidification en coulée continue tenant compte de la convection à l'interface solide-liquide // *Revue de métallurgie*. 1978. Vol. 75. No. 6. P. 337 – 352.
7. Цаплин А.И., Галягин К.С., Селянин Ю.А. и др. Режимы электромагнитного перемешивания и качество непрерывнолитых слэбов // *Изв. вуз. Черная металлургия*. 1987. № 8. С. 55 – 60.
8. Шестаков Н.И., Калягин Ю.А., Манько О.В. и др. Расчет температурного поля непрерывноотливаемого слитка // *Изв. вуз. Черная металлургия*. 2004. № 3. С. 59 – 61.
9. Абрамов Н.Б., Ермохин Ф.К. Состояние непрерывной разливки стали в России и конкурентоспособность материала для кристаллизаторов // *Инструменты и технологии*. 2001. № 5. С. 135 – 138.
10. Нарц Х-П., Келлер С., Штахельберг К. и др. Новаторские решения и практические результаты технологии непрерывного литья слэбов // *Черные металлы*. 2003. № 11. С. 34 – 38.
11. Лупин С.В., Мухин Е.Б., Осипов Г.Н., Шестаков Е.Г. Исследование теплообмена слитка с кристаллизатором сортовой машины непрерывного литья заготовок // *Изв. вуз. Черная металлургия*. 2008. № 5. С. 31 – 35.
12. Чичко А.Н., Андрианов Н.В., Яцкевич Ю.В. Компьютерная система «Про НРС – 1» и трехмерное моделирование процесса непрерывной разливки стали // *Сталь*. 2005. № 4. С. 77 – 80.
13. Олер К., Оденталь Х.Ю., Прайфер Г., Леманович И. Цифровое моделирование процессов течения и затвердевания металла в МНЛЗ для литья тонких слэбов // *Черные металлы*. 2002. № 8. С. 22 – 30.
14. Разумов С.Д., Родионов В.Е., Заверюха А.А. Систематизация дефектов структуры непрерывнолитой стали и пути их устранения // *Сталь*. 2002. № 11. С. 26 – 29.
15. Математическое моделирование сложных технологических процессов / В.И. Одинокоев, Б.Г. Каплунов, А.В. Песков, А.А. Баков. – М.: Наука. 2008. – 176 с.
16. Одинокоев В.И., Дмитриев Э.А., Евстигнеев А.И. Численное моделирование процесса заполнения металлом кристаллизатора УРНС // *Изв. вуз. Черная металлургия*. 2017. Т. 60. № 6. С. 493 – 499.
17. Горнаков А.И. Моделирование процесса движения жидкого металла в кристаллизаторе установки непрерывного литья стали. Автореф. дис. канд. техн. наук. – Комсомольск-на-Амуре, 2013. – 18 с.
18. Разработка нового способа разлива слэбовых заготовок на МНЛЗ / В.В. Стулов, В.А. Матысик, Т.В. Новиков и др. – Владивосток: Дальнаука, 2008. – 156 с.
19. Evstigneev A.I., Odinokov V.I., Sviridov A.V., Dmitriev E.A., Petrov V.V. Mathematical modelling of stress-strain state of multilayer shell molds. – In: *International Conference on Advanced Material Engineering & Technology 2015*, Kaohsiung City, Taiwan, 4th-5th December 2015.
20. Севастьянов Г.М. Моделирование напряженно-деформированного состояния при заливке и затвердевании металла в керамической оболочковой форме. Автореф. дис. канд. техн. наук. – Комсомольск-на-Амуре, 2011. – 17 с.
21. Одинокоев В.И., Ловизин Н.С., Скляр С.Ю. Моделирование процесса деформации металла на литейно-ковочном модуле // *Математическое моделирование*. 2010. Т. 22. № 9. С. 129 – 145.

Поступила 16 марта 2018 г.

IZVESTIYA VUZOV. CHERNAYA METALLURGIYA = IZVESTIYA. FERROUS METALLURGY. 2018. VOL. 61. NO. 8, PP. 606–612.

## MATHEMATICAL MODELING OF METAL FLOW IN CRYSTALLIZER AT ITS SUPPLY FROM SUBMERSIBLE NOZZLE WITH ECCENTRIC HOLES

V.I. Odinokov<sup>1</sup>, E.A. Dmitriev<sup>1</sup>, A.I. Evstigneev<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Komsomolsk-on-Amur State University, Komsomol'sk-on-Amur, Khabarovsk Territory, Russia

<sup>2</sup> Institute of Metallurgy and Mechanical Engineering Far-Eastern Branch of RAS, Komsomolsk-on-Amur, Khabarovsk Territory, Russia

**Abstract.** Flow of liquid melt in the crystallizer is a little-studied process.

Analytical solutions of melt flow in general case refer to complex mathematical problems, therefore numerical methods are used to model it. The purpose of this work is to use numerical method proposed by Professor V.I. Odinokov, based on finite-difference representation of the initial system of equations. This method has been successfully used in mechanics of continuous media, in foundry industry in mathematical modeling of strained deformed state of shell molds on investment models, as well as in other technological works, which indicates its universality. In the present study, the object of research is hydrodynamic flows of liquid metal during steel casting into a rectangular section mold when fed from a submerged nozzle with eccentric holes, and the result is a spatial mathematical model describing the flows of liquid metal in the crystallizer. To simulate the processes occurring in the crystallizer, the software complex "Odyssey" was used. The theoretical calculation is based on fundamental equations of hydrodynamics and approved numerical method. Solution of differential equations system formulated in the work was carried out numerically. Investigated area was divided

into elements of finite dimensions, for each element the resulting system of equations was written in the difference form. The result of the solution is velocity field of metal flow in crystallizer volume. To solve the system of algebraic equations obtained, a numerical scheme and a calculation algorithm were developed. Based on developed numerical scheme and algorithm, a computation program was compiled in Fortran-4. Mathematical model makes it possible to vary geometric dimensions of the crystallizer and cross-section of metal exit openings from the immersion nozzle, and it can also help to understand the flow pattern of the cast metal that affects heat dissipation of crystallizer walls and to find the optimal parameters for liquid metal outlet from the gravity glass at various casting modes. As an example it is given calculation of steel casting into a rectangular mold with a height of 100 cm and a section of 2000×40 (cm) in plan. Casting was carried out from immersion nozzle eccentrically in both sides in a horizontal plane. The calculation results are presented in graphical form. The movement of liquid metal flows is shown, their magnitudes and intensity are determined.

**Keywords:** numerical simulation, hydrodynamics, liquid metal, casting, immersion nozzle, eccentric outlets, crystallizer, velocity field.

**DOI:** 10.17073/0368-0797-2018-8-606-612

### REFERENCES

1. K. Ho, Pehlke R. Modeling of steel solidification using the general finite difference method. In: *5 th Int. Iron and Steel. Congr. Proc.*

- 6 th Process Technol. Conf. (Apr. 6 – 9, 1986) Warrendale. 1986, vol. 6, pp. 853–866.
2. Kohn A., Morillon Y. Etude mathématique de la solidification des lingots en acier mi-dur. *Revue de Metallurgie*. 1966, vol. 63, no. 10, pp. 779–790. (In Fr.)
  3. Mizikar E. Mathematical heat transfer model for solidification of continuous cast steel slabs. *Trans. Of. The Metallurgical Society of AIME*. 1967, vol. 239, no. 11, pp. 1747.
  4. Szekely J., Stanek V. On heat transfer and liquid mixing in the continuous casting of steel. *Metallurgical Transactions*. 1970, vol. 1, no. 1, pp. 119.
  5. Ozava M., Okano S., Matsuno J. Influence des conditions du jet de coulée sur la formation de la peau solidifiée en lingotière de brames de coulée continue. *Tensu to Hagane*. 1976, vol. 62, no. 4, pp. 86. (In Fr.)
  6. Larreq M., Sagues C., Wanin M. Vodele mathématique de la solidification en coulée continue tenant compte de la convection à l'interface solide-liquide. *Revue de metallurgie*. 1978, vol. 75, no. 6, pp. 337–352. (In Fr.)
  7. Tsaplin A.I., Galyagin K.S., Selyanin Yu.A. etc. Modes of electromagnetic mixing and quality of continuously cast slabs. *Izvestiya VUZov. Chernaya metallurgiya = Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 1987, no. 8, pp. 55–60. (In Russ.).
  8. Shestakov N.I., Kalyagin Yu.A., Man'ko O.V. etc. Calculation of temperature field of a continuously cast ingot. *Izvestiya VUZov. Chernaya metallurgiya = Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2004, no. 3, pp. 59–61. (In Russ.).
  9. Abramov N.B., Ermokhin F.K. State of steel continuous casting of in Russia and competitiveness of material for crystallizers. *Instrumenty i tekhnologii*. 2001, no. 5, pp. 135–138. (In Russ.).
  10. Narts Kh-P., Keller S., Shtakhel'berg K. etc. Innovative solutions and practical results of continuous slab casting technology. *Chernye metally*. 2003, no. 11, pp. 34–38. (In Russ.).
  11. Lupin S.V., Mukhin E.B., Osipov G.N., Shestakov E.G. Investigation of heat exchange of an ingot with CCM mold. *Izvestiya VUZov. Chernaya metallurgiya = Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2008, no. 5, pp. 31–35. (In Russ.).
  12. Chichko A.N., Andrianov N.V., Yatskevich Yu.V. The 'ProNPS - 1' computer system and modelling the continuous casting. *Stal'*. 2005, no. 4, pp. 77–80. (In Russ.).
  13. Oler K., Odental' Kh.Yu., Praifer G., Lemanovich I. Digital modeling of the flow and solidification of metal in CCM for thin slabs casting. *Chernye metally*. 2002, no. 8, pp. 22–30. (In Russ.).
  14. Razumov S.D., Rodionov V.E., Zaveryukha A.A. Defects of continuously cast steel and their elimination. *Stal'*. 2002, no. 11, pp. 26–29. (In Russ.).
  15. Odinokov V.I., Kaplunov B.G., Peskov A.V., Bakov A.A. *Matematicheskoe modelirovanie slozhnykh tekhnologicheskikh protsessov* [Mathematical modeling of complex technological processes]. Moscow: Nauka, 2008, 176 p. (In Russ.).
  16. Odinokov V.I., Dmitriev E.A., Evstigneev A.I. Metal flow in the mold of a continuous-casting machine. *Steel in Translation*. 2017, vol. 47, no. 6, pp. 383–388.
  17. Gornakov A.I. *Modelirovanie protsessov dvizheniya zhidkogo metala v kristallizatore ustanovki nepreryvnogo lit'ya stali. Avtoref. dis... kand. tekhn. nauk* [Modeling the process of liquid metal flow in CCM crystallizer. Extended Abstract of Cand. Sci. Diss.]. Komsomolsk-on-Amur, 2013, 18 p. (In Russ.).
  18. Stulov V.V., Matsysik V.A., Novikov T.V. etc. *Razrabotka novogo sposoba razlivki slyabovykh zagotovok na MNLZ* [Development of a new method for casting slab blanks on CCM]. Vladivostok: Dal'nauka, 2008, 156 p. (In Russ.).
  19. Evstigneev A.I., Odinokov V.I., Sviridov A.V., Dmitriev E.A., Petrov V.V. Mathematical modeling of stress-strain state of multi-layer shell molds. In: *International Conference on Advanced Material Engineering & Technology 2015, Kaohsiung City, Taiwan, 4th-5th December 2015*.
  20. Sevast'yanov G.M. *Modelirovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya pri zalivke i zatverdevanii metalla v keramicheskoi obolochkovoi forme. Avtoref. dis... kand. tekhn. nauk* [Simulation of the stress-strain state during casting and solidification of metal in a ceramic shell mold. Extended Abstract of Cand. Sci. Diss.]. Komsomolsk-on-Amur, 2011, 17 p. (In Russ.).
  21. Odinokov V.I., Lovizin N.S., Sklyar S.Yu. Modeling of the process of metal deformation on casting-forging module. *Matematicheskoe modelirovanie*. 2010, vol. 22, no. 9, pp. 129–145. (In Russ.).
- Acknowledgements.** The processing of numerical results was carried out by A.I. Gornakov, Cand. Sci.(Eng.).
- Information about the authors:**
- V.I. Odinokov**, Dr. Sci. (Eng.), Professor-Consultant of the Chair "Mechanical Engineering and Metallurgy" (odinokov@uralweb.ru)
- E.A. Dmitriev**, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Rector (rector@knastu.ru)
- A.I. Evstigneev**, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Rector's Advisor (diss@knastu.ru)

Received March 16, 2018