

УДК 621.771.01004.942

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МЕХАНИЗМОВ УСКОРЕННОГО ОХЛАЖДЕНИЯ ПРОКАТА\*

**Сарычев В.Д.<sup>1</sup>**, к.т.н., доцент кафедры естественнонаучных дисциплин

им. В.М. Финкеля (sarychev\_vd@mail.ru)

**Хаимзон Б.Б.<sup>2</sup>**, к.ф.-м.н., доцент кафедры физики и методики преподавания

физики (khaimzon@yandex.ru)

**Невский С.А.<sup>1</sup>**, к.т.н., доцент кафедры естественнонаучных дисциплин

им. В.М. Финкеля (nevskiy.sergei@yandex.ru)

**Ильященко А.В.<sup>1</sup>**, студент (alexshool@mail.ru)

**Гришунин В.А.<sup>1</sup>**, к.т.н., доцент кафедры транспорта

и логистики (vladimir.grishunin@mail.ru)

<sup>1</sup> Сибирский государственный индустриальный университет

(654007, Россия, Кемеровская обл., Новокузнецк, ул. Кирова, 42)

<sup>2</sup> Новокузнецкий институт (филиал) Кемеровского государственного университета

(654041, Россия, Кемеровская обл., Новокузнецк, пр. Циолковского, 23)

**Аннотация.** Задачи повышения прочности термоупрочненного проката требуют использования целенаправленного поиска технических решений, что определяется уровнем изученности процессов, протекающих в технологических устройствах термоупрочнения, главным из которых является процесс взаимодействия воды с горячим прокатом. Этот сложный комплекс явлений включает движение потоков воды относительно движущегося проката, возникновение паровой прослойки между водой и прокатом, образование наноразмерных капель и их движение через слой пара, удар этих капель о поверхность, возбуждение упругих волн в материале проката. Проведен анализ ранее выведенного дисперсионного уравнения для неустойчивости Кельвина–Гельмгольца границы раздела пар – вода. Показано, что при разности скоростей движения слоев жидкости и пара 30 – 60 м/с наблюдается максимум инкремента в наноразмерном диапазоне длин волн. Средний размер образовавшихся капель определяется длиной волны, при которой достигается максимум зависимости инкремента. Таким образом, предложенный ранее механизм ускоренного охлаждения проката подтвержден количественными расчетами. Капли, попадая на прокат, возбуждают термоупругую волну, которая при распространении по его сечению способствует увеличению ударной вязкости. Для выявления закономерностей распространения упругих волн, созданных каплями в прокате, была поставлена и решена методом интегральных преобразований Фурье и Лапласа несвязная задача теории термоупругости при охлаждении. Оказалось, что поставленная задача аналогична задаче о нагреве поверхности с треугольным профилем температуры. Исследована эволюция волн напряжений. В начальные моменты времени передний фронт волны представляет собой волну растяжения. При отражении от свободного конца волна становится волной сжатия с напряжениями, приводящими к закрытию трещин, и тем самым приводит к повышению ударной вязкости. Полученные результаты могут быть использованы для поиска оптимальных режимов термической обработки проката, обеспечивающих высокие механические свойства.

**Ключевые слова:** ускоренное охлаждение проката, коэффициент теплопередачи, неустойчивость Кельвина–Гельмгольца, наноклапты, тепловой удар.

DOI: 10.17073/0368-0797-2018-4-326-332

Термомеханическое упрочнение проката в потоке непрерывных станов является одним из наиболее прогрессивных технологических процессов, обеспечивающих существенное повышение комплекса механических и эксплуатационных свойств арматуры [1 – 5]. Задачи повышения прочности термоупрочненного проката требуют использования целенаправленного поиска технических решений. А это, в свою очередь, определяется уровнем изученности процессов, протекающих в технологических устройствах термоупрочнения, главным из которых является процесс взаимодействия воды

с горячим прокатом. Как правило, сложный комплекс явлений при этом взаимодействии не анализируется в работах по термоупрочнению и скрыт в использовании коэффициента теплопередачи. Это в определенном смысле подгоночный параметр и его большое значение в расчетах (примерно 100 кВт/(м<sup>2</sup>·К)) не вызывает сомнений [6]. Близкие значения указывались в работе [7], где отмечается, что коэффициент теплопередачи имеет порядок от 1 до 100 кВт/(м<sup>2</sup>·К).

В работе [8] предложен механизм, объясняющий высокое значение коэффициента теплопередачи при ускоренном охлаждении проката. При скоростях больше критической возникает неустойчивость Кельвина–

\* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта РФФИ № 16-48-420530.

Гельмгольца в нанодиапазоне, что приводит к формированию нанокпель. Охлаждение ведется с помощью нанокпель, движущихся через такую паровую пленку. Это позволяет при моделировании структурно-фазовых превращений использовать коэффициент теплопередачи, рассчитанный по формуле, в которой учитывается теплопроводность воды. Вторая роль нанокпель состоит в генерации теплового удара, за счет которого формируются мощные термоупругие волны. Роль упругих волн заключается в повышении ударной вязкости, так как возникшие на первой стадии охлаждения трещины в последующих секциях при взаимодействии упругой волны со свободными берегами трещин «захлопываются». Математическим вопросам моделирования и посвящена настоящая работа.

Рассмотрим кратко механизм возникновения неустойчивостей Кельвина–Гельмгольца. В зоне контакта воду можно считать неподвижной вязкой жидкостью, а образовавшийся пар – идеальной жидкостью, движущейся со скоростью проката. Известно, что в такой системе возникают неустойчивости Кельвина–Гельмгольца – периодические возмущения границы раздела жидкость – пар. Именно этот период и определяет размер капель, проникающих сквозь тонкий слой пара. Для такой системы в случае коротких волн  $vk^2 \gg \omega$  было выведено дисперсионное уравнение [9]

$$\omega^2 + 2\omega(a + ib) - c = 0, \quad (1)$$

где  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число;  $\lambda$  – длина волны возмущения границы;  $\omega$  – циклическая частота;  $v$  – кинематическая вязкость жидкости;  $a$ ,  $b$  и  $c$  – постоянные.

Значения постоянных  $a$ ,  $b$  и  $c$  определяются следующим образом:

$$a = a_0 k^2; \quad b = b_0 k; \quad c = \left(1 + \frac{1}{\mu}\right) b^2 - \frac{\omega_0^2}{1 + \mu}; \quad (2)$$

$$a_0 = \frac{v}{1 + \mu}; \quad b_0 = \frac{\mu u_0}{1 + \mu}; \quad \omega_0^2 = \frac{\sigma_0}{\rho_1} k^3,$$

где  $\mu \approx 10$  – постоянная;  $u_0$  – относительная скорость движения слоев;  $\sigma_0$  – поверхностное натяжение жидкости;  $\rho_1$  – плотность жидкости.

С помощью подстановки  $\omega = \alpha + i\Omega$  в уравнение (1) и выделения действительной и мнимой частей можно получить [9] следующую зависимость инкремента колебаний от длины волны:

$$\alpha = \sqrt{\frac{\delta + \sqrt{\delta^2 + 4a^2 b^2}}{2}} - a; \quad \delta = a^2 + c - b^2. \quad (3)$$

Расчеты проводили при  $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$  (плотность воды),  $v = 3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$  (кинематическая вязкость воды при  $100^\circ\text{C}$ ),  $\sigma_0 = 0,059 \text{ Н/м}$  (поверхностное натяжение воды при  $100^\circ\text{C}$ ) [10] и относительных скоростях дви-

жения слоев  $u_0 = 20 \div 60 \text{ м/с}$ . Результаты приведены на рис. 1. При скоростях  $30 - 60 \text{ м/с}$  наблюдается максимум инкремента в диапазоне десятков нанометров, что, как предполагается, соответствует размеру капель. С ростом скорости прокатки размер капель уменьшается. При уменьшении относительной скорости движения слоев инкремент уменьшается, максимум менее выражен, значения инкремента становятся менее  $0,1 \text{ нс}^{-1}$ . Таким образом, при малых скоростях прокатки образованием неустойчивостей Кельвина–Гельмгольца можно пренебречь, капельный механизм охлаждения не реализуется. При скоростях больше критической возникает неустойчивость Кельвина–Гельмгольца в нанодиапазоне, что приводит к формированию нанокпель. Охлаждение ведется с помощью нанокпель, движущихся через такую паровую пленку; это позволяет при моделировании структурно-фазовых превращений использовать коэффициент теплопередачи, рассчитанный по формуле с учетом теплопроводности воды.

Время воздействия капли на жесткую поверхность порядка  $d/c \sim 10^{-11} \text{ с}$  (где  $d$  – диаметр капли;  $c$  – скорость звука), поэтому при таком времени воздействия происходит термоудар, генерирующий упругую волну [11]. Роль упругих волн заключается в повышении ударной

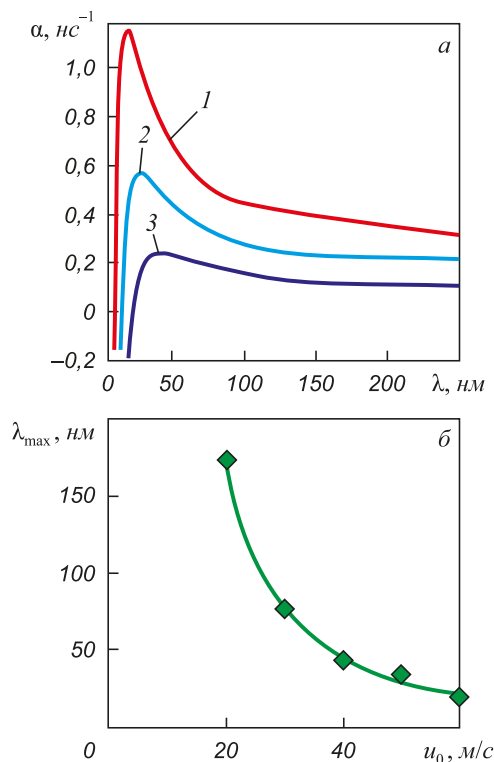


Рис. 1. Зависимость (а) инкремента неустойчивостей Кельвина–Гельмгольца от длины волны при  $u_0 = 60 \text{ м/с}$  (1),  $u_0 = 50 \text{ м/с}$  (2),  $u_0 = 40 \text{ м/с}$  (3) и зависимость (б) длины волны максимума инкремента от скорости прокатки

Fig. 1. Dependence (a) of the Kelvin-Helmholtz instability increment on wavelength at  $u_0 = 60 \text{ м/с}$  (1),  $u_0 = 50 \text{ м/с}$  (2),  $u_0 = 40 \text{ м/с}$  (3) and dependence (b) of the wavelength of increment maximum on rolling speed

вязкости, так как возникшие на первой стадии охлаждения трещины в последующих секциях при взаимодействии упругой волны со свободными берегами трещин «захлопываются». Результаты исследований, свидетельствующие об успешном применении различного рода воздействий с целью торможения и остановки разрушения, приведены в работе [12]. Возможность закрытия трещин при импульсных нагрузках, соответствующих области линейно-упругих деформаций материала, установлена в работе [13].

Для моделирования термоупругих волн используются уравнения и методы динамической теории термоупругости. Данилевская В.И. в 50-х годах впервые решила задачу о тепловом ударе о полубесконечную плоскость в модели несвязной динамической теории упругости. Было получено точное аналитическое решение, описывающее зависимости напряжений от времени и расстояния от границы при заданном на границе скачке температуры. Позднее решение задачи В.И. Данилевской было обобщено на случай линейного роста температуры на поверхности и проанализировано в работе [14]. Основные классические задачи динамической теории упругости рассмотрены в работах [15 – 17]. Внимание к задачам термоупругости существенно возросло в 80-х годах в связи с появлением и использованием лазерных источников. В настоящее время интерес к этим задачам еще больше усилился из-за использования в научных и практических целях лазеров с нано- и пикосекундной длительностью [18 – 29].

Рассмотрим задачу о температурных напряжениях для свободного от напряжений плоского образца с температурой  $T_0$  и толщиной  $l_0$ , который охлаждается с постоянной скоростью  $V$  в течение времени  $t_1$ . Ось  $x$  направлена перпендикулярно поверхности образца, а две другие оси лежат в плоскости воздействия потока энергии. Плоскость  $x = 0$  – лицевая поверхность, а плоскость  $x = l_0$  – тыльная. Предполагаем, что в поперечном сечении поток энергии однороден, поэтому выбираем одномерную постановку задачи: все функции зависят от одной пространственной переменной  $x$ . Рассмотрим одноосное напряженно-деформируемое состояние, при котором ненулевыми являются компоненты тензоров деформаций  $\epsilon_x(x, t)$ .

Для постановки математической задачи используем уравнения движения и теплопроводности, а также соотношения Дюгамеля–Неймана – так называемую динамическую задачу несвязанной термоупругости [14]:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x}; \quad \frac{\partial T}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}; \quad \sigma_x = \rho c^2 \frac{\partial u}{\partial x} - \gamma T; \quad (4)$$

здесь  $\rho$  и  $\chi$  – плотность и температуропроводность материала;  $c = \sqrt{\frac{2\mu + \lambda}{\rho}}$  – скорость распространения продольных волн;  $\gamma = (3\lambda + 2\mu)\alpha_t$  – коэффициент термоупругой связи;  $\lambda, \mu$  – коэффициенты Ламе;  $\alpha_t$  – коэффи-

циент линейного расширения;  $u = u(t, x)$  – компонента вектора перемещений;  $T = T(t, x)$  – распределение температуры.

Тепловую ситуацию со стороны лицевой поверхности зададим в виде линейного во времени охлаждения от температуры  $T_0$  до температуры  $T_1$  в течение времени  $t_1$  с последующим линейным повышением температуры до исходной за время  $t_3$ :

$$T(t, 0) = T_0 - (T_0 - T_1) \left[ H(t) - H(t - t_1) \right] \frac{t}{t_1} + (T_0 - T_1) \left[ H(t - t_1) - H(t - t_1 - t_3) \right] \left( \frac{t - t_1}{t_3} - 1 \right), \quad (5)$$

где  $H(z)$  – функция Хэвисайда.

Пренебрегаем давлением от потока энергии и считаем, что отсутствует закрепление образца в области действия потока. Тогда граничные и начальные условия для напряжения нулевые:

$$\sigma_x(t, 0) = \sigma_x(t, l_0) = 0; \quad \sigma_x(0, x) = 0; \quad T(0, x) = T_0; \quad \frac{\partial \sigma_x}{\partial t}(0, x) = 0. \quad (6)$$

Поставленная задача имеет два характерных пространственных масштаба: динамический, равный толщине образца  $l_0 \sim 1$  мм, и тепловой –  $l_T \sim 10$  мкм. Поэтому уравнение динамики рассматриваем на отрезке от нуля до  $l_0$ , а уравнение теплопроводности – на полубесконечной прямой с температурой  $T_0$  на бесконечности.

В безразмерных переменных математическая задача (1) – (4) приводится к системе двух краевых задач

$$\begin{aligned} \alpha \dot{\theta} &= \theta''; \quad \xi > 0; \quad \tau > 0; \\ \theta(\tau, 0) &= \tau \frac{H(\tau) - H(\tau - \tau_1)}{\tau_1}; \quad \theta(\tau, \infty) = 0; \quad \theta(0, \xi) = 0; \\ \ddot{\sigma} + \ddot{\theta} &= \sigma''; \quad 0 < \xi < 1; \quad \tau > 0; \\ \sigma(\tau, 0) &= \sigma(\tau, 1) = 0; \quad \sigma(0, \xi) = \dot{\sigma}(0, \xi) = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Безразмерные переменные задаются формулами

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{x}{l_0}; \quad \tau = \frac{tc}{l_0}; \quad \sigma = \frac{\sigma_x}{\gamma(T_1 - T_0)}; \quad \theta = \frac{T_0 - T}{T_0 - T_1}; \\ \alpha &= \frac{l_0 c}{\chi}; \quad \tau_1 = \frac{t_1 c}{l_0}. \end{aligned} \quad (8)$$

Эта задача является частным случаем задачи, решенной в работе [11], формулами из которой можно воспользоваться. Решение для безразмерных напряжений может быть представлено в виде

$$\sigma(t, \xi) = \sigma_\infty(t, \xi) + \sigma_\rightarrow(t, \xi) + \sigma_\leftarrow(t, \xi). \quad (9)$$

Первое слагаемое в уравнении (9) представляет собой напряжение в волне, генерируемой температурным нагре-

вом, а второе слагаемое выражает суперпозицию прямой и отраженной от тыльной и лицевой поверхностей волн.

Введем функции

$$F(\tau, \xi) = H(\tau - \xi) \left[ \exp(\alpha(\tau - \xi)) - 1 \right] + \operatorname{erfc} \left( \frac{\xi}{2} \sqrt{\frac{\alpha}{\tau}} \right) - \frac{1}{2} \left[ \exp(\alpha(\tau - \xi)) \operatorname{erfc} \left( \frac{\xi - 2\tau}{2} \sqrt{\frac{\alpha}{\tau}} \right) + \exp(\alpha(\tau + \xi)) \operatorname{erfc} \left( \frac{\xi + 2\tau}{2} \sqrt{\frac{\alpha}{\tau}} \right) \right]; \quad (10)$$

$$\Phi(z) = F(z, 1);$$

здесь

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-z^2) dz \quad (11)$$

– дополнительная функция ошибок [14].

Тогда

$$\sigma_{\infty}(\tau, \xi) = \frac{1}{\tau_1 \alpha} [F(\tau, \xi) - H(\tau - \tau_1) F(\tau - \tau_1, \xi)] - \frac{1}{\tau_3 \alpha} [H(\tau - \tau_1) F(\tau - \tau_1, \xi) - H(\tau - \tau_1 - \tau_3) F(\tau - \tau_1 - \tau_3, \xi)]; \quad (12)$$

$$\sigma_{n \leftarrow}(\tau, \xi) = -\frac{1}{\tau_1 \alpha} [\Phi(\tau + \xi - 2n - 1) - \Phi(\tau - \tau_1 + \xi - 2n - 1)] + \frac{1}{\tau_3 \alpha} [\Phi(\tau - \tau_1 + \xi - 2n - 1) - \Phi(\tau - \tau_1 - \tau_3 + \xi - 2n - 1)]; \quad (13)$$

$$\sigma_{n \rightarrow}(\tau, \xi) = \frac{1}{\tau_1 \alpha} [\Phi(\tau - \xi - 2n - 1) - \Phi(\tau - \tau_1 - \xi - 2n - 1)] - \frac{1}{\tau_3 \alpha} [\Phi(\tau - \tau_1 - \xi - 2n - 1) - \Phi(\tau - \tau_1 - \tau_3 - \xi - 2n - 1)].$$

Расчеты проводили при  $\chi = 6 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $c = 6 \cdot 10^3 \text{ м/с}$ ,  $\alpha_t = 13 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ ,  $K = \frac{3\lambda + 2\mu}{3} = 1,7 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$  (параметры для стали);  $l_0 = 10^{-3} \text{ м}$  – толщина металла;  $\gamma = 6 \cdot 10^{-6} \text{ Н/(м}^2 \cdot ^\circ\text{C)}$ ;  $\alpha = 10^6$  – безразмерный параметр. Выберем  $T_0 = 1000 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $T_1 = 800 \text{ }^\circ\text{C}$ . Тогда  $\sigma_x = \sigma \gamma (T_1 - T_0) = -1,2 \cdot 10^9 \sigma \text{ (Н/м}^2 \text{)}$ .

При фиксированном значении  $\tau_3/\tau_1$  безразмерные напряжения обратно пропорциональны  $\alpha t_1$ . Выбираем  $\tau_1 = 0,2$ ,  $\tau_3/\tau_1 = 0,5$ . Несмотря на кажущуюся сложность формул (12), (13), волна напряжения при таких параметрах  $\alpha t_1 \approx 10^5$  имеет очень простой вид. Она представляет собой ступеньку длиной  $\tau_1$  и высотой  $1/(\alpha t_1)$ , за которой следует ступенька противоположного знака

длиной  $\tau_3$  и высотой  $1/(\alpha t_3)$ . Таким образом, выполняется закон сохранения импульса. На рис. 2 приведены графики приведенных напряжений  $\sigma_p = -\sigma \alpha t_1$ . Сначала передний фронт волны представляет собой волну растяжения, при отражении от свободного конца волна переворачивается. Это приводит к интересным эффектам: в момент времени 1, когда передняя часть первой полуволны доходит до границы  $\xi = 1$ , она начинает переворачиваться, отражаться и компенсировать заднюю часть этой полуволны, которая еще падает. Передняя часть волны сужается, и волна как бы отступает от края. Так продолжается до момента времени  $1 + \tau_1/2$ , когда первая полуволна исчезает совсем. Затем она, отражаясь, усиливает вторую полуволну, и та вырастает в  $1 + \tau_3/\tau_1$  раза. Первая волна движется в обратном, а вторая в прямом направлении, и на волне возникает ступенька. Ступенька исчезает в момент  $1 + \tau_1 + \tau_3/2$ , и первая обратная полуволна мгновенно уменьшается до «номинала». Затем она движется в обратном направлении, а за ней возникает вторая обратная полуволна. В момент времени  $1 + \tau_1 + \tau_3$  она заканчивает расширяться и вся волна движется как единое целое в обрат-

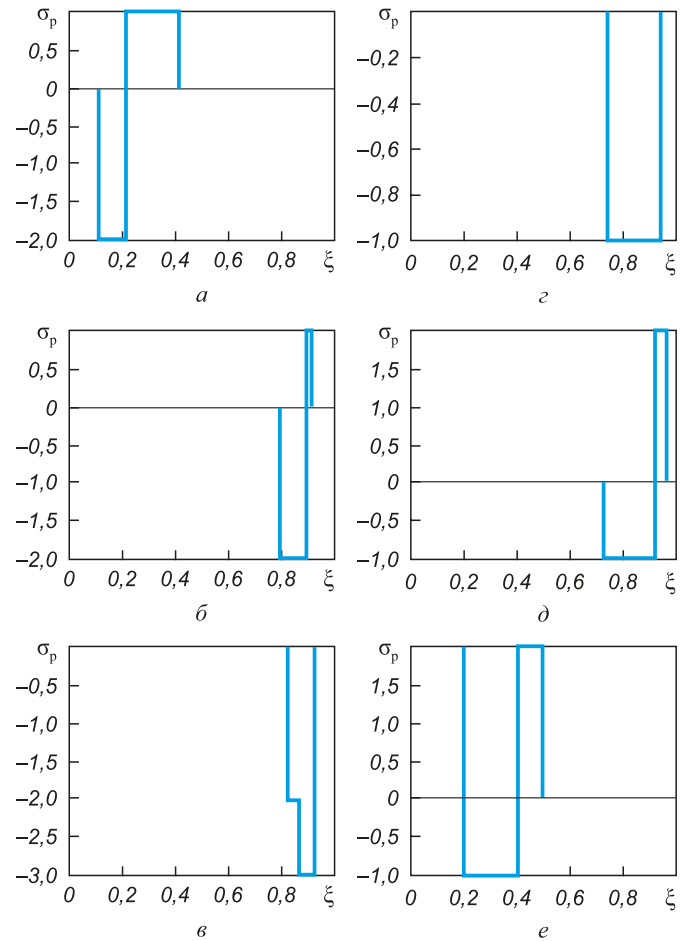


Рис. 2. Зависимость приведенного напряжения от координаты в моменты времени 0,41 (а), 1,09 (б), 1,13 (в), 1,25 (г), 1,27 (д) и 1,8 (е)

Fig. 2. Dependence of reduced voltage on coordinate at time points 0,41 (a), 1,09 (b), 1,13 (c), 1,25 (d), 1,27 (e) and 1,8 (f)



ном направлении. При отражении от передней стенки все повторяется. Таким образом, зона максимального напряжения возникает в момент  $1 + \tau_1/2$  на расстоянии  $\tau_1/2$  от свободного края, движется к нему и достигает его в момент  $1 + \tau_1$ , затем сужается и исчезает в момент  $1 + \tau_1 + \tau_3/2$ .

Абсолютные значения напряжений при времени  $t_1 \approx 10^{-12}$  с достигают порядка  $10^6$  Н/м<sup>2</sup>. Такие напряжения могут приводить к закрытию трещин и тем самым повысить ударную вязкость.

**Выводы.** Предложены математические модели и механизм, объясняющие высокое значение коэффициента теплопередачи при ускоренном охлаждении проката. При скоростях больше критической возникает неустойчивость Кельвина–Гельмгольца в нанодиапазоне, что приводит к формированию нанокაпель. Это позволяет при моделировании структурно-фазовых превращений использовать коэффициент теплопередачи, рассчитанный по формуле, в которой учитывается теплопроводность воды. Нанокაпли генерируют тепловой удар, за счет которого формируются мощные термоупругие волны, роль которых заключается в повышении ударной вязкости: при взаимодействии упругой волны со свободными берегами трещин они захлопываются.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Юрьев А.Б. Упрочнение строительной арматуры и прокатных валков. – Новосибирск: Наука, 2006. – 227 с.
2. Liska S., Wozniak J. Model vyvoje struktury a mechanich vlastnosti oceli pri valcovani za tepla // Kovove materialy. Bratislava. 1982. Vol. 20. No. 5. P. 562 – 572.
3. Рудской А.И., Колбасников Н.Г. Управление структурой и свойствами сталей при горячей деформации // Заготовительные производства в машиностроении. 2012. № 10. С. 22 – 30.
4. Платов С.И., Ярославцев А.В., Тумбасов К.С. Повышение качества горячекатаного сортового арматурного проката из низко- и среднеуглеродистых марок стали за счет выбора оптимальных термомеханических режимов обработки // Производство проката. 2016. № 10. С. 21 – 25.
5. Ноговицын А.В., Богачева А.В., Евсюков Н.Ф., Лошкарев Д.В. Прогнозирование процессов структурообразования при охлаждении металлопроката с применением математической модели // Металлургическая и горнорудная промышленность. 1999. № 5. С. 75 – 78.
6. Сарычев В.Д., Громов В.Е., Грановский А.Ю., Шляпников С.С., Ильяшенко А.В. Математическая модель расчета температурных полей при прерывистом охлаждении проката // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. 2016. № 3. С. 339 – 342.
7. Губинский В.И., Минаев А.Н., Гончаров Ю.В. Уменьшение окалинообразования при производстве проката. – Киев: Техника, 1981. – 135 с.
8. Сарычев В.Д., Невский С.А., Ильяшенко А.В. О механизме ускоренного охлаждения при термоупрочнении проката // Изв. вузов. Черная металлургия. 2017. Т. 60. № 12. С. 1005 – 1007.
9. Sarychev V.D., Nevskii S.A., Sarycheva E.V., Kononov S.V., Gromov V.E. Viscous flow analysis of the Kelvin–Helmholtz instability for short waves // AIP Conference Proceedings. 2016. Vol. 1783. P. 020198.
10. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. – М.: Энергия, 1977. – 344 с.
11. Сарычев В.Д., Волошина М.С., Громов В.Е. Математическая модель генерации термоупругих волн при воздействии концентрированных потоков энергии на материалы // Фундаментальные проблемы современного материаловедения. 2011. Т. 8. № 4. С. 71 – 77.
12. Финкель В.М. Физические основы торможения разрушения. – М.: Металлургия, 1977. – 360 с.
13. Фомин И.М. Залечивание трещин волнами напряжений в щелочно-галлоидных кристаллах. Автореф. ... канд. физ.-мат. наук, Ростов-на-Дону, 1984. – 20 с.
14. Паркус Г. Неустановившиеся температурные напряжения / Под ред. Г.С. Шапиро. – М.: ГИФМЛ, 1963, 252 с.
15. Новацкий В. Динамические задачи термоупругости. – М.: Мир, 1970. – 256 с.
16. Коваленко А.Д. Термоупругость. – Киев: Вища школа, 1975. – 216 с.
17. Hetnarski R.B., Eslami M.R. Thermal stresses – advanced theory and applications. – Springer, 2009. – 579 p.
18. Jordan P.M., Puri P. Revisiting the Danilovskaya problem // Journal of Thermal Stresses. 2006. Vol. 29. P. 865 – 878.
19. Youssef H.M., Al-Felali A.S. Generalized thermoelasticity problem of material subjected to thermal loading due to laser pulse // Appl. Math. 2012. No. 3. P. 142 – 146.
20. Kumar R., Kumar A., Singh D. Thermomechanical interactions due to laser pulse in microstretch thermoelastic medium // Arch. Mech. 2015. Vol. 67. No. 6. P. 439 – 456.
21. Sur A., Kanoria M. Three dimensional viscoelastic medium under thermal shock // Engineering Solid Mechanics. 2016. Vol. 4. P. 187 – 200.
22. Nikolarakis A.M., Theotokoglou E.E. Thermal shock problem of a three-layered functionally graded zirconia/titanium alloy strip based on a unified generalized thermoelasticity theory // Journal of Thermal Stresses. 2016. Vol. 40. No. 5. P. 583 – 602.
23. Wang Y.Z., Liu D., Wang Q., Zhou J. Z. Generalized solutions of transient thermal shock problem with bounded boundaries // Meccanica. 2016. Vol. 52. No. 8. P. 1935 – 1945.
24. Othman M.I.A., Atwa S.Y., Elwan A.W. Effect of thermal loading due to laser pulse on 3-D problem of micropolar Thermoelastic solid with energy dissipation // Mechanics and Mechanical Engineering. 2017. Vol. 21. No. 3. P. 679 – 701.
25. Liang W., Huang S., Tan W. S., Wang Y.Z. Asymptotic approach to transient thermal shock problem with variable material properties // Mechanics of Advanced Materials and Structures. 2017. Vol. 23. No. 5. P. 586 – 592.
26. Kant S., Mukhopadhyay S. Investigation of a problem of an elastic half space subjected to stochastic temperature distribution at the boundary // Applied Mathematical Modelling. 2017. Vol. 46. No. 6. P. 492 – 518.
27. Babenkov M.B., Ivanova E.A. Analysis of the wave propagation processes in heat transfer problems of the hyperbolic type // Continuum Mechanics and Thermodynamics. 2014. Vol. 26. No.4. P. 483 – 502.
28. Вовненко Н.В., Зимин Б.А., Судьенков Ю.В. Экспериментальные исследования термоупругих напряжений в тепло- и нетеплопроводящих твердых телах при субмикросекундных длительностях лазерного нагрева // Журнал технической физики. 2011. Т. 81. № 6. С. 56 – 62.
29. Зубко А.Е., Самохин А.А. О наносекундном фотоакустическом эффекте в поглощающих конденсированных средах // Инженерная физика. 2017. № 7. С. 69 – 72.

Поступила 8 ноября 2017.

## MATHEMATICAL MODELS OF MECHANISMS FOR ROLLED PRODUCTS ACCELERATED COOLING

V.D. Sarychev<sup>1</sup>, B.B. Khaimzon<sup>2</sup>, S.A. Nevskii<sup>1</sup>,  
A.V. Il'yashchenko<sup>1</sup>, V.A. Grishunin<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Siberian State Industrial University, Novokuznetsk, Kemerovo Region, Russia

<sup>2</sup> Novokuznetsk Institute – Branch of Kemerovo State University, Kemerovo Region, Novokuznetsk, Russia

**Abstract.** The tasks of increasing strength of heat-strengthened rolled products require thorough search for technical solutions, determined by level of understanding of processes occurring in thermal strengthening devices, of which the main is the process of water interaction with hot rolled product. This complex set of phenomena includes movement of water flows relative to moving rolled metal, emergence of vapor gap between water and rolled metal, generation of nanosized droplets and their movement through the layer of vapor, the droplets impact on surface, excitation of elastic waves in rolled material. Analysis of previously derived dispersion equation for Kelvin-Helmholtz instability of vapor-water interface was carried out. It is shown that for 30–60 m/s difference in velocities of liquid and vapor layers, the maximum increment in nanoscale range of wavelengths is observed. Average size of generated drops is determined by wavelength at which the maximum increment dependence is reached. Thus, mechanism of accelerated cooling of rolled steel proposed earlier is confirmed by quantitative calculations. Drops, reaching rolled metal, excite thermoelastic wave which being distributed along its section promotes increase in impact strength. To reveal regularities of propagation of elastic waves created by drops in rolled metal, problem of theory of thermoelasticity in cooling was solved by method of Fourier and Laplace integral transformations. It turned out that the problem posed is analogous to the problem of heating the surface with triangular temperature profile. Evolution of stress waves was investigated. At initial moments, the front of wave appeared to be a stretching wave. When reflected from the free end, the wave becomes a compression wave with stresses leading to cracks closure, and thus it leads to increase in toughness. Obtained results can be used in search for optimal modes of heat treatment of rolled products, providing high mechanical properties.

**Keywords:** rolling, cooling, Kelvin-Helmholtz instability, impact strength, thermoelastic wave, half-wave.

**DOI:** 10.17073/0368-0797-2018-4-326-332

### REFERENCES

1. Yur'ev A.B. *Uprochnenie stroitel'noi armatury i prokatnykh valkov* [Strengthening of building fittings and rolling rolls]. Novosibirsk: Nauka, 2006, 227 p. (In Russ.).
2. Liska S., Wozniak J. Model vyvoje struktury a mechanich vlastnosti oceli pri valcovani za tepla. *Kovove materialy (Bratislava)*. 1982, vol. 20, no. 5, pp. 562–572.
3. Rudskoi A.I., Kolbasnikov N.G. Control of the structure and properties of steels during hot deformation. *Zagotovitel'nye proizvodstva v mashinostroenii*. 2012, no. 10, pp. 22–30. (In Russ.).
4. Platov S.I., Yaroslavtsev A.V., Tumbasov K.S. Improving the quality of hot-rolled bars made of low- and medium-carbon steel through the selection of optimal thermomechanical processing modes. *Proizvodstvo prokata*. 2016, no. 10, pp. 21–25. (In Russ.).
5. Nogovitsyn A.V., Bogacheva A.V., Evsyukov N.F., Loshkarev D.V. Prediction of structure formation during cooling of rolled metal using mathematical model. *Metallurgicheskaya i gornorudnaya promyshlennost'*. 1999, no. 5, pp. 75–78. (In Russ.).
6. Sarychev V.D., Gromov V.E., Granovskii A.Yu., Shlyapnikov S.S., Il'yashchenko A.V. Mathematical model of calculation of temperature fields at intermittent cooling of rolled products. *Fundamental'nye problemy sovremennogo materialovedeniya*. 2016, no. 3, pp. 339–342. (In Russ.).
7. Gubinskii V.I., Minaev A.N., Goncharov Yu.V. *Umen'shenie okalinoobrazovaniya pri proizvodstve prokata* [Reduction of scale formation in production of rolled products]. Kiev: Tekhnika, 1981, 135 p. (In Russ.).
8. Sarychev V.D., Nevskii S.A., Il'yashchenko A.V. On accelerated cooling mechanisms in thermal hardening of rolled metal. *Izvestiya VUZov. Chernaya metallurgiya = Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2017, vol. 60, no. 12, pp. 1005–1007. (In Russ.).
9. Sarychev V.D., Nevskii S.A., Sarycheva E.V., Kononov S.V., Gromov V.E. Viscous flow analysis of the Kelvin-Helmholtz instability for short waves. *AIP Conference Proceedings*. 2016, vol. 1783, pp. 020198.
10. Mikheev M.A., Mikheeva I.M. *Osnovy teploperedachi* [Fundamentals of heat transfer]. Moscow: Energiya, 1977, 344 p. (In Russ.).
11. Sarychev V.D., Voloshina M.S., Gromov V.E. Mathematical model of thermoelastic waves generation under the influence of concentrated energy fluxes on materials. *Fundamental'nye problemy sovremennogo materialovedeniya*. 2011, vol. 8, no. 4, pp. 71–77. (In Russ.).
12. Finkel' V.M. *Fizicheskie osnovy tormozheniya razrusheniya* [Physical basics of fracture deceleration]. Moscow: Metallurgiya, 1977, 360 p. (In Russ.).
13. Fomin I.M. *Zalechivanie treshchin volnami napryazhenii v shchelochno-galoidnykh kristallakh: Avtorefer. dis. ... kand. fiz.-mat. nauk* [Cracks healing by stress waves in alkali-halide crystals: Extended Abstract of Cand. Sci. Diss.]. Rostov-on-Don, 1984, 20 p. (In Russ.).
14. Parkus Heinz. *Instationare Warmespannungen*. Wien: Springer-Verl., 1959. (Russ.ed.: Parkus H. *Neustanovivshiesya temperaturnye napryazheniya*. Shapiro G.S. ed. Moscow, GIFML, 1963, 252 p.).
15. Novatskii V. *Dinamicheskie zadachi termouprugosti* [Dynamic problems of thermoelasticity]. Transl. from Polish. Moscow: Mir, 1970, 256 p. (In Russ.).
16. Kovalenko A.D. *Termouprugost'* [Thermoelasticity]. Kiev: Vishcha shkola, 1975, 216 p. (In Russ.).
17. Hetnarski R.B., Eslami M.R. *Thermal stresses – advanced theory and applications*. Springer, 2009, 579 p.
18. Jordan P.M., Puri P. Revisiting the Danilovskaya problem. *Journal of Thermal Stresses*. 2006, vol. 29, pp. 865–878.
19. Youssef H.M., Al-Felali A.S. Generalized thermoelasticity problem of material subjected to thermal loading due to laser pulse. *Appl. Math.* 2012, no. 3, pp. 142–146.
20. Kumar R., Kumar A., Singh D. Thermomechanical interactions due to laser pulse in microstretch thermoelastic medium. *Arch. Mech.* 2015, vol. 67, no. 6, pp. 439–456.
21. Sur A., Kanoria M. Three dimensional viscoelastic medium under thermal shock. *Engineering Solid Mechanics*. 2016, vol. 4, pp. 187–200.
22. Nikolarakis A.M., Theotokoglou E.E. Thermal shock problem of a three-layered functionally graded zirconia/titanium alloy strip based on a unified generalized thermoelasticity theory. *Journal of Thermal Stresses*. 2016, vol. 40, no. 5, pp. 583–602.
23. Wang Y.Z., Liu D., Wang Q., Zhou J. Z. Generalized solutions of transient thermal shock problem with bounded boundaries. *Meccanica*. 2016, vol. 52, no. 8, pp. 1935–1945.

24. Othman M.I.A., Atwa S.Y., Elwan A.W. Effect of thermal loading due to laser pulse on 3-D problem of micropolar Thermoelastic solid with energy dissipation. *Mechanics and Mechanical Engineering*. 2017, vol. 21, no. 3, pp. 679–701.
  25. Liang W., Huang S., Tan W. S., Wang Y.Z. Asymptotic approach to transient thermal shock problem with variable material properties. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 2017, vol. 23, no. 5, pp. 586–592.
  26. Kant S., Mukhopadhyay S. Investigation of a problem of an elastic half space subjected to stochastic temperature distribution at the boundary. *Applied Mathematical Modelling*. 2017, vol. 46, no. 6, pp. 492–518.
  27. Babenkov M.B., Ivanova E.A. Analysis of the wave propagation processes in heat transfer problems of the hyperbolic type. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*. 2014, vol. 26, no. 4, pp. 483–502.
  28. Vovnenko N.V., Zimin B.A., Sud'enkoy Yu.V. Experimental study of thermoelastic stresses in heat-conducting and non-heat-conducting solids under submicrosecond laser heating. *Technical Physics*. 2011, vol. 56, no. 6, pp. 803–808. (In Russ.).
  29. Zubko A.E., Samokhin A.A. On the nanosecond photoacoustic effect in absorbing condensed media. *Inzhenernaya fizika*. 2017, no. 7, pp. 69–72. (In Russ.).
- Acknowledgements.** The work was performed with the partial financial support of the RFBR grant No. 16-48-420530.
- Information about the authors:**
- V.D. Sarychev**, Cand. Sci. (Eng.), Assist. Professor of the Chair of Science named after V.M. Finkel (sarychev\_vd@mail.ru)
- B.B. Khaimzon**, Cand. Sci. (Phys.–Math.), Assist. Professor of the Chair of Physics and Teaching Methods of Physics (khaimzon@yandex.ru)
- S.A. Nevskii**, Cand. Sci. (Eng.), Assist. Professor of the Chair of Science named after V.M. Finkel (nevskiy.sergei@yandex.ru)
- A.V. Il'yashchenko**, Student (alexshool@mail.ru)
- V.A. Grishunin**, Cand. Sci. (Eng.), Assist. Professor of the Chair of Transport and Logistics (Vladimir.grishunin@mail.ru)

Received November 8, 2017