

УДК 531.01

ВОЗМОЖНЫЕ МЕХАНИЗМЫ ДИССИПАЦИИ ЭНЕРГИИ ПРИ ПЕРЕХОДЕ ОТ ОБРАТИМОЙ ДЕФОРМАЦИИ К НЕОБРАТИМОЙ

*Алюшин Ю.А., д.т.н., профессор кафедры теоретической, прикладной механики
и сопротивления материалов (alyushin@isis.ru)*

Горбатюк С.М., д.т.н., профессор, зав. кафедрой «Инжиниринг технологического оборудования»

**Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»
(119049, Россия, Москва, Ленинский пр., 4)**

Аннотация. Физически наблюдаемые механизмы перехода от обратимой деформации к необратимой не имеют адекватной математической модели в механике деформируемого твердого тела. В работе предпринята попытка описать наблюдаемые явления на основе энергетических принципов механики. Рассмотрено две модели, первая из которых предусматривает двухэтапную картину равномерной по объему деформации при линейном растяжении однородного образца с изотропными свойствами. На первом этапе использованы общепринятые уравнения движения в форме Лагранжа, соотношение между продольными и поперечными деформациями определяет коэффициент Пуассона. После достижения критического состояния деформация остается равномерной с уравнениями движения, подобными принятым на первом этапе, но отношение поперечных и продольных деформаций изменяется, способствуя возврату объема частиц к их исходному значению. При этом энергия частиц, определяемая изменением их объема и формы, уменьшается, избыточная часть выделяется в виде тепла в окружающее пространство. Во второй модели материал деформируемого тела предполагается идеальной жесткопластической средой, для которой исходное недеформированное состояние переходит в пластическое при достижении касательными напряжениями критического значения. Положение плоскостей сдвига определено из экстремальных принципов теории пластичности. Наиболее вероятным является скольжение по плоскостям, нормали к которым ориентированы под углом 45° к оси максимального нормального напряжения. Показано, что за счет изменения схемы напряженного состояния после образования первичных полос скольжения возможно последовательное образование нескольких других семейств плоскостей скольжения. При этом сдвиг по второму, а затем третьему и прочим семействам требует меньших энергетических затрат. Однако одновременное существование нескольких плоскостей скольжения невозможно, так как снижение усилий приводит к прекращению скольжения по начальной плоскости. Тепловые источники на плоскостях скольжения приводят к диссипации энергии и снижению усилий. Для дальнейшего развития деформации требуется увеличение усилий до критического значения, соответствующего началу первого этапа. Обе модели согласуются с экспериментально наблюдаемыми механизмами необратимой деформации, в частности при статическом растяжении в условиях плоской деформации разрушение образцов чаще всего происходит под углом около 21° .

Ключевые слова: уравнения движения, кинематически возможные поля скоростей, энергия деформации, диссипация.

DOI: 10.17073/0368-0797-2018-3-223-229

Из всего многообразия фактически наблюдаемых механизмов обратимой и необратимой деформации в качестве основных [1 – 4] обычно рассматривают скольжение и двойникование. Избирательность плоскостей скольжения объясняют наличием линейных микродефектов, называемых дислокациями. Теория дислокаций оказалось весьма плодотворной, в том числе для объяснения изгиба и скручивания плоскостей скольжения.

Однако, из-за несоответствия теоретических и фактически наблюдаемых значений напряжений, требуемых для развития дислокаций, к началу 80-х годов прошлого века перешли от простых дислокационных моделей к более сложным. Сформировалась идея двухуровневого подхода к описанию пластичности с использованием автоволн локализованного пластического течения. В работе [5] обоснован релаксационный характер пластической деформации с перераспределением напряжений и снижением их общего уровня за счет сдвиговых процессов, которые активируют смежные объемы с зарождением новых очагов, определяя в об-

щем ее автокаталитический характер, когда конечный результат возвращает систему в исходное состояние с последующим повторением аналогичных циклов.

Сходные механизмы обнаружены и в монокристаллах [6 – 7], в том числе трансляционное скольжение, когда одни слои атомов кристалла скользят по другим слоям с перемещениями, кратными межатомным расстояниям. Механизмы деформации одинаковы для любых реальных материалов [8 – 10], однако общепринятой физической модели до сих пор нет.

Не существует адекватной математической модели и на основе механики деформируемого твердого тела. Более того, в современной теории пластичности нет общепринятой методики учета истории нагружения от исходного состояния до критического. Существует ряд противоречий, например, о равномерном напряженном и деформированном состояниях в элементарных объемах и возможности скачков касательной компоненты на поверхностях разрыва скорости в модели идеальной пластичности.

С энергетической точки зрения [11 – 12] необратимые деформации могут возникать, когда объемная плотность энергии, возрастающая под влиянием упругой деформации, при достижении критических значений способствует запуску релаксационных процессов. В результате энергия уменьшается и может вернуться к своему исходному устойчивому значению при существенном изменении размеров частиц с учетом действующей нагрузки.

В частности, при линейном растяжении энергия накапливается на этапе упругого нагружения за счет изменения объема и формы. Возврат объема к исходному значению возможен только при дополнительной деформации с уменьшением размеров в поперечном направлении и одновременном увеличении размера в направлении внешних усилий. Накопленная энергия должна быть не меньше критической, которая необходима для запуска механизма необратимой деформации. Процесс должен сопровождаться снижением энергетического потенциала частиц и выделением избыточной части энергии в виде тепла.

Рассмотрим возможный двухэтапный механизм пластической деформации на примере линейного растяжения в направлении оси x . На первом этапе $0 \leq t \leq t_s$ происходит упругая деформация $0 \leq \varepsilon_x \leq \varepsilon_s$ с отношением поперечных и продольных деформаций $\left| \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \right| = \mu$ в соответствии с уравнениями движения (параметром времени является деформация ε_x)

$$x = \alpha \exp(\varepsilon_x); y = \beta \exp(-\mu \varepsilon_x); z = \gamma \exp(-\mu \varepsilon_x), \quad (1)$$

где $\alpha = x_0$, $\beta = y_0$, $\gamma = z_0$ – начальные координаты (переменные Лагранжа). Поскольку предполагается анализ как обратимых, так и необратимых деформаций, уравнения движения записаны с учетом логарифмической меры деформации Генки $\varepsilon = \ln\left(\frac{l}{l_0}\right)$ в отличие от меры

Коши $\varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0}$, где l и l_0 – текущая и начальная длина [13 – 14]. Производные $x_{i,p} \equiv \frac{\partial x_i}{\partial \alpha_p}$ от переменных Эйлера $x_i \in (x, y, z)$ по переменным Лагранжа $\alpha_p \in (\alpha, \beta, \gamma)$

$$\frac{\partial x}{\partial \alpha} \equiv x_\alpha = \exp(\varepsilon_x), \quad \frac{\partial y}{\partial \beta} \equiv y_\beta = z_\gamma = \exp(-\mu \varepsilon_x) \quad (2)$$

определяют относительное изменение объема R , среднюю длину ребер e , основной энергетический инвариант Γ_e^2 , а также среднеквадратическое отклонение Γ длин ребер бесконечно малого параллелепипеда от их среднего значения e [15]:

$$R = \frac{\delta V}{\delta V_0} = |x_{i,p}|; \quad e = \frac{e_\alpha + e_\beta + e_\gamma}{3}; \quad e_p^2 = x_p^2 + y_p^2 + z_p^2; \quad (3)$$

$$\Gamma_e^2 = x_{i,p} x_{i,p} = x_\alpha^2 + x_\beta^2 + x_\gamma^2 + y_\alpha^2 + \dots + z_\gamma^2; \quad \Gamma^2 = \Gamma_e^2 - 3e^2.$$

Накопленная энергия может привести к самопроизвольной деформации $\Delta \varepsilon_x \geq 0$, которая отличается от деформации на первом этапе отношением поперечных и продольных деформаций $\left| \frac{\Delta \varepsilon_y}{\Delta \varepsilon_x} \right| = \mu'$ и обеспечивает на втором этапе $t_s \leq t \leq t_k$ возврат объема частиц к исходному значению при одновременном росте деформации в направлении растяжения с увеличением среднеквадратического отклонения длин ребер бесконечно малого параллелепипеда от их среднего значения:

$$x = \alpha \exp(\Delta \varepsilon_x), y = \beta \exp(-\mu' \Delta \varepsilon_x),$$

$$z = \gamma \exp(-\mu' \Delta \varepsilon_x). \quad (4)$$

Чтобы сохранить в уравнениях (4) единую с (1) систему отсчета времени, а, следовательно, и деформаций, достаточно воспользоваться принципом суперпозиции [11], заменив переменные Лагранжа в уравнениях (1) выражениями для соответствующих переменных Эйлера системы (4) при $\varepsilon_x = \varepsilon_s = \text{const}$:

$$x = \alpha \exp(\varepsilon_s + \Delta \varepsilon_x), y = \beta \exp(-\mu \varepsilon_s - \mu' \Delta \varepsilon_x),$$

$$z = \gamma \exp(-\mu \varepsilon_s - \mu' \Delta \varepsilon_x). \quad (5)$$

С учетом фактических значений производных (2) в начале второго этапа для инвариантных характеристик (3) получаем (окончательные значения приведены для $\mu = 0,25$):

$$R = \exp[\varepsilon_s(1 - 2\mu)] = \exp\left(\frac{\varepsilon_s}{2}\right) = 0,5\varepsilon_s + \frac{\varepsilon_s^2}{8};$$

$$3e = 3 + \varepsilon_s(1 - 2\mu) + 0,5\varepsilon_s^2(1 + 2\mu^2) = 3 + \frac{\varepsilon_s}{2} + \frac{9\varepsilon_s^2}{16}; \quad (6)$$

$$\Gamma_e^2 = 3 + 2\varepsilon_s(1 - 2\mu) + 2(1 + 2\mu)\varepsilon_s^2 = 3 + \varepsilon_s + 3\varepsilon_s^2;$$

$$\Gamma^2 = x_\alpha^2 + y_\beta^2 + z_\gamma^2 - 3e^2 = \frac{2}{3}[\varepsilon_s(1 + \mu)^2] = \frac{50}{48}\varepsilon_s^2.$$

На втором этапе при значении $\varepsilon_x = \varepsilon_s = \text{const}$ и росте $\Delta \varepsilon_x$ с учетом производных

$$x_\alpha = \exp(\varepsilon_s + \Delta \varepsilon_x), y_\beta = z_\gamma = \exp(-\mu \varepsilon_s - \mu' \Delta \varepsilon_x) \quad (7)$$

инвариантные характеристики (3) составят:

$$R = \exp[\varepsilon_s(1 - 2\mu) + \Delta \varepsilon_x(1 - 2\mu')];$$

$$3e = 3 + \varepsilon_s(1 - 2\mu) + 0,5\varepsilon_s^2(1 + 2\mu^2) + \Delta \varepsilon_x(1 - 2\mu') +$$

$$+ 0,5\varepsilon_s^2[1 + 2(\mu')^2];$$

$$\Gamma_e^2 = 3 + 2\varepsilon_s(1 - 2\mu) + 2\Delta \varepsilon_x(1 - 2\mu') +$$

$$+ 2(\varepsilon_s + \Delta \varepsilon_x)^2 + 4(\mu \varepsilon_s + \mu' \Delta \varepsilon_x)^2; \quad (8)$$

$$\Gamma^2 = \frac{2}{3}[\varepsilon_s(1 + \mu) + \Delta \varepsilon_x(1 + \mu')]^2.$$

Различным сочетаниям значений параметров, входящих в уравнения движения и характеризующих свойства среды, будут соответствовать различные степени восстановления объема и доли выделяемой энергии. Объем частицы возвращается к своему исходному значению, если дополнительная деформация удовлетворяет условию

$$\Delta \varepsilon_x = -\frac{\varepsilon_s(1-2\mu)}{1-2\mu'}.$$

Чтобы она оставалась положительной (в этом случае продолжается растяжение образца), должно выполняться условие $\mu' > 0,5$. Конечно, полное восстановление объема не является обязательным и диапазон возможного изменения отношения μ' на втором этапе может быть достаточно широким. Восстановление объема зависит также от отношения деформаций $\frac{\Delta \varepsilon_x}{\varepsilon_s}$. Вариант полного восстановления объема возможен, например, при равенстве деформаций на первом и втором этапах $\varepsilon_s = \Delta \varepsilon_x$, тогда $\mu' = 1 - \mu$. При таких значениях из (8) с учетом $e_\alpha = x_\alpha = \exp(2\varepsilon_s)$, $e_\beta = e_\gamma = \exp(-\varepsilon_s)$ получаем

$$R = 1; e = 1 + \varepsilon_s^2; \Gamma_e^2 = 3 + 12\varepsilon_s^2; \Gamma^2 = 6\varepsilon_s^2.$$

В итоге объем возвращается к исходному значению при существенном изменении размеров частицы, среднеквадратическое отклонение Γ^2 возрастает почти в 6 раз.

Используя напряжения τ_{pi} и деформации $x_{i,p}$ Лагранжа [11, 14], с учетом $\tau_{pi} = \phi x_{i,p}$ общее приращение энергии частицы в конце первого этапа составит

$$E_{\text{деф}} = \phi \varepsilon_s (1 + 3\varepsilon_s).$$

Разгрузка на втором этапе в соответствии с уравнениями (5), когда объем возвращается к исходному значению, приводит к уменьшению удельной энергии частиц до $E_\phi = 6\phi \varepsilon_s^2$, работа внешних сил практически полностью преобразуется в тепловую и переходит в окружающее пространство [15–16]

$$E_{\text{дисс}} = \phi \varepsilon_s (1 - 3\varepsilon_s).$$

Если учесть, что второй этап должен сопровождаться выделением тепла, тогда отношение деформаций на этом этапе (для изотропного материала) будет $\mu' = 1$, так как деформации от повышения температуры во всех направлениях одинаковы, $\Delta \varepsilon_y = \Delta \varepsilon_x$. В этом случае, уже при $\Delta \varepsilon_x = 0,5\varepsilon_s$, возможно полное восстановление исходного объема с диссипацией накопленной энергии.

Описанный механизм предусматривает изменение характера перемещений на втором этапе, допуская даже однородную деформацию, по аналогии с упругой областью. Это усложняет понимание механизма дисси-

пации, который обычно связывают с линиями Чернова-Людерса [1, 10]. Действительно, являясь точечными тепловыми источниками, такие сдвиги способствуют диссипации накопленной энергии и циклическому развитию процессов пластического течения в прилегающих объемах.

Для построения простейшей энергетической модели локализации зон пластической деформации можно воспользоваться свойствами идеальной жесткопластической среды и экстремальным принципом [11, 16], в соответствии с которым мощность, требуемая для деформации при любом кинематически возможном поле скоростей, всегда превышает реализуемую в действительном процессе деформации. Это позволяет найти верхнюю оценку мощности или усилий деформации, а также поле скоростей, приближенное к фактически возникающему в реальных условиях.

Кинематически возможными для жесткопластических сред называют поля скоростей, которые удовлетворяют условию постоянства объема и граничным условиям для скоростей [16]. Особенность идеальной жесткопластической среды состоит в том, что при интенсивности касательных напряжений $\tau_e = k$ материал может находиться как в жестком, так и в пластическом состояниях. При деформации материала с такими свойствами внутри тела могут возникать поверхности разрыва скорости (рис. 1, 2), по обеим сторонам которых материал остается жестким. Эти поверхности аналогичны поверхностям контакта двух перемещающихся относительно друг друга жестких тел, однако действующие на них касательные напряжения должны соответствовать условию перехода материала в пластическое состояние и составляют $\tau_{\text{max}} = k$.

Например, при растяжении образца прямоугольного сечения $h \times b$ можно предположить, что сдвиг происходит по плоскости $ABCD$ (рис. 1) с углами α и β . Из условия компланарности векторов AB , AC и AD [17]

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ b & 0 & b \tan \alpha \\ b & h & b \tan \alpha + h \tan \beta \end{vmatrix} = 0$$

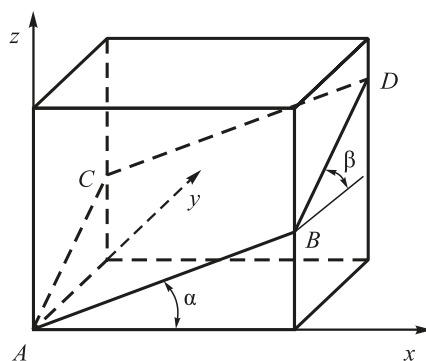


Рис. 1. Поверхность сдвига при линейном растяжении

Fig. 1. Plane of sliding under linear tension

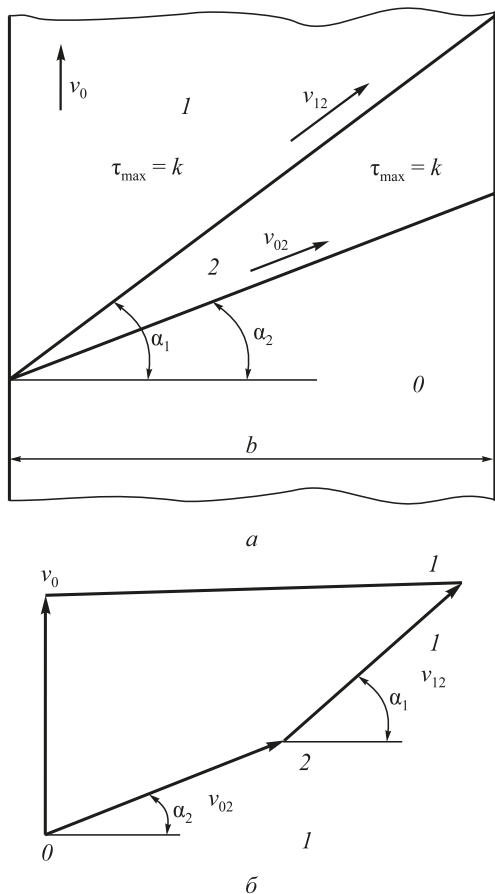


Рис. 2. Схема предшествующей и последующей полос скольжения: a – физическая плоскость; b – годограф скоростей

Fig. 2. Scheme of pre- and post-sliding bands: a – physical plane; b – velocity hodograph

находим уравнение плоскости сдвига $ABCD$

$$x \operatorname{tg} \alpha + y \operatorname{tg} \beta - z = 0$$

и ее площадь при размерах поперечного сечения $f_0 = bh$

$$f_{12} = bh(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta)^{1/2}.$$

Объем образца ниже плоскости $ABCD$ остается неподвижным. Для соблюдения условия сплошности скорость перемещения верхней части относительно нижней $\vec{v}_{12} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$ должна быть параллельной плоскости сдвига при соотношении между компонентами

$$w = v_0 = u \operatorname{tg} \alpha + v \operatorname{tg} \beta$$

и скорости относительного перемещения точек на двух сторонах поверхности $ABCD$

$$v_{12} = \sqrt{u^2 + v^2 + (u \operatorname{tg} \alpha + v \operatorname{tg} \beta)^2}.$$

При касательных напряжениях $\tau_{\max} = k$ на деформацию сдвига потребуется мощность $W_{12} = k f_{12} v_{12}$, ко-

торая должна поступать от внешнего источника. При удельных усилиях на верхнем торце q из условия равенства мощностей внешних и внутренних сил

$$q b h v_0 = k f_{12} v_{12}$$

находим

$$\frac{q}{k} = \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta}}{\operatorname{tg} \alpha + \psi \operatorname{tg} \beta} \sqrt{1 + \psi^2 + (\operatorname{tg} \alpha + \psi \operatorname{tg} \beta)^2}, \quad (9)$$

где величина $\psi = v/u$ характеризует отношение скоростей перемещения верхней части в направлениях осей y и x соответственно.

При любых значениях ψ, α, β поле скоростей является кинематически возможным. Поскольку эти параметры независимы, их значения могут быть определены из условия минимума удельных усилий:

$$\frac{\partial q}{\partial \alpha} = 0; \quad \frac{\partial q}{\partial \beta} = 0; \quad \frac{\partial q}{\partial \psi} = 0.$$

При выполнении условий

$$\psi \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta, \quad \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta = 1 \quad (10)$$

удельные усилия (9) составляют $q = 2k$, в том числе для плоского деформированного состояния при $\alpha = 45^\circ, \beta = 0, \psi = 0$. Если свойства в направлениях x и y одинаковы (среда изотропна), тогда при соизмеримых размерах $b \approx h$ можно принять $\psi = 1$ и из второго уравнения (10) находим $\alpha = \beta = 35^\circ 16' 20''$. Именно этот результат подтверждается экспериментальными данными [18–20].

После появления поверхности сдвига схема нагружения изменяется. Теперь нижняя часть находится под действием касательных напряжений $\tau_{\max} = k$ на плоскости $ABCD$, которую для простоты графического представления будем характеризовать наклоном ее нормали по отношению к вертикали (растягивающему усилию) углом α_1 . При этом не исключается появление новой плоскости сдвига с углом α_2 . Схема и годограф скоростей на рис. 2 показывают скорость подвижной зоны 2 между зонами 0 и 1 при равенстве нормальных компонент скорости на всех плоскостях сдвига. Касательные напряжения $\tau_{12} = \tau_{\max} = k$ на поверхности f_{12} между зонами 1 и 2 образуют силу $F_{12} = \frac{k b h}{\cos \alpha_1}$, направленную под углом α_1 к горизонтали. Мощность определим скалярным произведением векторов силы и скорости с углом между ними $(\alpha_1 - \alpha_2)$:

$$W_{12} = k v_{02} \left(\frac{b}{\cos \alpha_1} \right) \cos(\alpha_1 - \alpha_2).$$

Потребляемая на поверхности новой плоскости мощность составляет

$$W_{02} = kv_{02} \left(\frac{b}{\cos \alpha_2} \right).$$

Деформация с образованием вторичной системы скольжения возможна, если $W_{12} \geq W_{02}$ или

$$\tau_{12} v_{02} \left(\frac{b}{\cos \alpha_1} \right) \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \geq \tau_{02} v_{02} \left(\frac{b}{\cos \alpha_2} \right).$$

При $\tau_{12} = \tau_{02} = k$ этому условию удовлетворяют любые значения углов $0 \leq \alpha_2 \leq \alpha_1$, иначе говоря, вторичные полосы могут быть от параллельных до горизонтальных. Наиболее вероятными будут такие, для которых требуемая мощность будет минимальна. Положение таких плоскостей определяет условие минимума отношения

$$\theta = \frac{\cos(\alpha_1 - \alpha_2) \cos \alpha_2}{\cos \alpha_1}.$$

Из условия $\frac{d\theta}{d\alpha_2} = 0$ получаем

$$\sin(\alpha_1 - \alpha_2) \cos \alpha_2 - \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \sin \alpha_2 = 0,$$

откуда $\sin(\alpha_1 - 2\alpha_2) = 0$ или $\alpha_2 = \frac{\alpha_1}{2}$.

Поскольку анализ выполнен для произвольных значений углов α_1 и α_2 , этот результат может быть распространен на любые последующие поверхности разрыва скорости.

Расчеты показывают, что сдвиг по плоскостям последующих систем возможен, при этом мощность сдвига на предшествующем семействе превышает требуемую почти на 17,2 % для второй (с углом наклона 22,50), всего на 4 % для третьей (с углом наклона 11,250), и только на 1 % для четвертой (с углом наклона 5,6250) систем скольжения.

Таким образом, каждая предшествующая система скольжения может породить последующую, однако их одновременное существование невозможно. Действующих в зоне I удельных усилий $q = 2k$ недостаточно даже для поддержания скольжения на двух первых семействах полос скольжения. Действительно, с учетом скоростей скольжения v_{02} и v_{12} на поверхностях f_{02} и f_{12} с углами наклона α_2 и α_1 эти удельные усилия производят мощность

$$W_q = qbh(v_{02} \sin \alpha_2 + v_{12} \sin \alpha_1), \quad (11)$$

тогда как расходуемая (при напряжениях сдвига k) мощность составляет

$$W_k = W_{02} + W_{12} = kbh \left(\frac{v_{02}}{\cos \alpha_2} + \frac{v_{12}}{\cos \alpha_1} \right). \quad (12)$$

Обозначим отношение скоростей $\psi = \frac{v_{02}}{v_{12}}$, тогда условие равенства мощностей (11) и (12) можно записать в виде

$$qv_{12}(\psi \sin \alpha_2 + \sin \alpha_1) = kv_{12} \left(\frac{\psi}{\cos \alpha_2} + \frac{1}{\cos \alpha_1} \right).$$

При $q = 2k$ и значениях $\alpha_1 = 45^\circ$, $\sin \alpha_1 = \cos \alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$,

$2 \sin \alpha_1 = \frac{1}{\cos \alpha_1}$ для первого семейства равенство

$$2(\psi \sin \alpha_2 + \sin \alpha_1) = \frac{\psi}{\cos \alpha_2} + \frac{1}{\cos \alpha_1}$$

выполняется только при $\psi = 0$ или $\alpha_2 = \alpha_1 = 45^\circ$.

Таким образом, при достижении удельных усилий $q = 2k$ появляется первичная система скольжения с углом наклона $\alpha_1 = 45^\circ$. В расположенном ниже этой плоскости объеме образца предпочтительной становится деформация сдвига по плоскости с углом наклона $\alpha_2 = 22,5^\circ$, так как в возникших условиях такая деформация требует меньшей мощности. Не исключено возникновение и последующих полос скольжения, вплоть до горизонтальных. Но внешние силы не могут поддерживать одновременное существование двух семейств и поэтому сдвиг по поверхности между зонами 0 и I прекращается.

Снижение мощности деформации на вторичной плоскости скольжения на 17,2 % приводит к падению нагрузки и появлению «зуба текучести» на диаграмме «усилие – перемещение», который наблюдается экспериментально [10, 20]. При статическом растяжении в условиях плоской деформации разрушение образцов чаще всего происходит под углом около 21° [20 – 22]. Следовательно, сдвиги по второму семейству более значимы, чем по первому.

Обе предложенные модели подтверждаются экспериментальными данными на различных материалах и позволяют количественно определить степень диссипации энергии при переходе от обратимой деформации к необратимой.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Хоникомб Р. Пластическая деформация металлов. – М.: Мир, 1972. – 408 с.
2. Коттрелл А.Х. Дислокации и пластическое течение в кристаллах. – М.: Металлургиздат, 1958. – 316 с.
3. Де Вит Р. Континуальная теория дисклиаций. – М.: Мир, 1977. – 208 с.
4. Gorbatyuk S.M., Kochanov A.V. Equipment and methods of mechanical hardening of the surface of rolling rolls // Metallurgist. 2012. No. 56 (3 – 4). P. 279 – 283.
5. Зуев Л.Б., Данилов В.И., Баранникова С.А. Физика макролокализации пластического течения. – Новосибирск: Наука, 2008. – 328 с.

6. Николаева Е. Сдвиговые механизмы пластической деформации монокристаллов. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2011. – 51 с.
7. Баранникова С.А., Зуев Л.Б. Автоволновая деформация монокристаллов легированного аустенита // Изв. вуз. Черная металлургия. 2002. № 8. С. 65 – 69.
8. Gorbatyuk S.M., Pavlov S.M., Shapoval A.N., Gorbatyuk M.S. Experimental study of rotary rolling mills for deformation of refractory metals // Metallurgist. 1998. No. 42 (5 – 6). P. 178 – 183.
9. Олемской А.И., Хоменко А.В. Синергетика пластической деформации // Успехи физики металлов. 2001. Т. 2. № 1. С. 189 – 263.
10. Zuev L.B. On the waves of plastic flow localization in pure metals and alloys // Ann. Phys. 2007. Vol. 16. No. 4. P. 286 – 310.
11. Алюшин Ю.А. Энергетические основы механики. – LAP Lambert Academic Publishing, 2016. – 281 с.
12. Алюшин Ю.А. Энергетическая модель обратимых и необратимых деформаций в пространстве переменных Лагранжа // Прогрессивные технологии пластической деформации. – М.: НИТУ МИСИС, 2009. С. 44 – 67.
13. Алюшин Ю.А., Скрипаленко М.М. Энергетические особенности и ускорения при обратимых и необратимых деформациях // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2011. № 40 (2). С. 154 – 160.
14. Алюшин Ю.А. Обобщенная модель обратимых и необратимых деформаций при описании процессов в форме Лагранжа // Кузнечно-штамповочное производство. 1997. № 6. С. 2 – 5.
15. Алюшин Ю.А. Механика процессов деформации в пространстве переменных Лагранжа. – М.: Машиностроение, 1997. – 136 с.
16. Томленов А.Д. Механика процессов обработки металлов давлением. – М.: Машгиз, 1963. – 236 с.
17. Алюшин Ю.А. Теория обработки металлов давлением. – Ростов-на-Дону: Изд-во РИСХМ, 1977. – 88 с.
18. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел. – М.: Мир, 1969. – 864 с.
19. Meyers M.A., Nesterenko V.F., LaSalvia J.C., Qing Xue. Shear localization in dynamic deformation of materials: microstructural evolution and self-organization // Mater. Sci. and Engineering. 2001. Vol. A317. No. 1. P. 204 – 225.
20. Зуев Л.Б., Баранникова С.А. Физика прочности и экспериментальная механика. – Новосибирск: Наука, 2011. – 350 с.
21. Белл Д. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел. – М.: Наука, 1984. – 600 с.
22. Фридман Я.Б. Механические свойства металлов. Ч. 1. Деформация и разрушение. – М.: Машиностроение, 1974. – 472 с.

Поступила 22 марта 2017 г.

IZVESTIYA VUZOV. CHERNAYA METALLURGIYA = IZVESTIYA. FERROUS METALLURGY. 2018. VOL. 61. NO. 3, PP. 223–229.

POSSIBLE MECHANISMS OF ENERGY DISSIPATION IN THE TRANSITION FROM REVERSIBLE DEFORMATION TO IRREVERSIBLE

Yu.A. Alyushin, S.M. Gorbatyuk

National University of Science and Technology “MISIS” (MISIS),
Moscow, Russia

Abstract. Physically observed mechanisms of transition from reversible deformation to irreversible do not have an adequate mathematical model in the mechanics of a deformed solid. An attempt is made to describe the observed phenomena on the basis of the energy principles of mechanics. Two models are considered, the first of which provides for a two-stage picture of a uniform strain with linear stretching of a homogeneous sample with isotropic properties. At the first stage, the generally accepted equations of motion in the form of Lagrange are used, the relationship between longitudinal and transverse deformations determines the Poisson’s ratio. After reaching the critical state, the deformation remains uniform with the equations of motion similar to those adopted in the first stage, but the ratio of transverse and longitudinal deformations varies, facilitating the return of the volume of particles to their original value. In this case, the energy of the particles, determined by the change in their volume and shape, decreases, the excess part is released as heat to the surrounding space. In the second model, the material of the deformable body is assumed to be an ideal rigid-plastic medium, for which the initial undeformed state becomes plastic when the tangential stresses reach a critical value. The position of the shear planes is determined from the extreme principles of the theory of plasticity. The most probable is sliding along planes, the normals to which are oriented at an angle of 45° to the axis of maximum normal stress. It is shown that, due to the change in the stress state scheme after the formation of primary slip bands, several other families of slip planes can be successively formed. Moreover, a shift in the second, and then in the third and other families, requires less energy. But the simultaneous existence of several slip planes is impossible, since a reduction in effort leads to the termination of sliding along the initial plane. Thermal sources on slip planes result in energy dissipation, reduction in effort and further development of deformation requires an increase in effort to a critical value corresponding to the beginning of the first stage. Both

models are consistent with the experimentally observed mechanisms of irreversible deformation, in particular when static stretching under the conditions of planar deformation, fracture of samples most often occurs at an angle of about 21°.

Keywords: motion equations, kinematically possible velocity fields, strain energy, dissipation.

DOI: 10.17073/0368-0797-2018-3-223-229

REFERENCES

1. Honeycombe R.W.K. *The plastic deformation of metals*. Edward Arnold Ltd., 2nd. ed., 1984, 483 p. (Russ. ed.: Honeycombe R. *Plasticheskaya deformatsiya metallov*. Moscow: Mir, 1972, 408 p.).
2. Cottrell A.H. *Dislocation and plastic flow in crystals*. Oxford: Clarendon press, 1953. (Russ. ed.: Cottrell A.H. *Dislokatsii i plasticheskoe techenie v kristallakh*. Moscow: Metallurgizdat, 1958, 267 p.).
3. De Vit R. *Kontinual'naya teoriya disklinatsii* [Continuum theory of disclinations]. Moscow: Mir, 1977, 208 p. (In Russ.).
4. Gorbatyuk S.M., Kochanov A.V. Equipment and methods of mechanical hardening of the surface of rolling rolls. *Metallurgist*. 2012, no. 56 (3-4). pp. 279–283.
5. Zuev L.B., Danilov V.I., Barannikova S.A. *Fizika makrolokalizatsii plasticheskogo techeniya* [Physics of macrolocalization of plastic flow]. Novosibirsk: Nauka, 2008, 328 p. (In Russ.).
6. Nikolaeva E. *Sdvigovye mekhanizmy plasticheskoi deformatsii monokristallov* [Shifting mechanisms of plastic deformation of single crystals]. Izd-vo Perm. gos. tekhn. un-ta, 2011, 51 p. (In Russ.).
7. Barannikova S.A., Zuev L.B. Autowave deformation of single crystals of alloyed austenite. *Izvestiya VUZov. Chernaya metallurgiya = Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2002, no. 8, pp. 65-69. (In Russ.).
8. Gorbatyuk S.M., Pavlov S.M., Shapoval A.N., Gorbatyuk M.S. Experimental study of rotary rolling mills for deformation of refractory metals. *Metallurgist*. 1998, no. 42 (5-6), pp. 178–183.
9. Olemskoi A.I., Khomenko A.V. Synergetics of plastic deformation. *Uspekhi fiziki metallov*. 2001, vol. 2, no. 1, pp. 189–263. (In Russ.).

10. Zuev L.B. On the waves of plastic flow localization in pure metals and alloys. *Ann. Phys.* 2007, vol. 16, no. 4, pp. 286–310.
11. Alyushin Yu.A. *Energeticheskie osnovy mekhaniki* [Energy foundations of mechanics]. LAP Lambert Academic Publishing, 2016, 281 p. (In Russ.).
12. Alyushin Yu.A. Energy model of reversible and irreversible deformations in the space of Lagrange variables. In: *Progressivnye tekhnologii plasticheskoi deformatsii* [Progressive technologies of plastic deformation]. Moscow: MISiS, 2009, pp. 44–67. (In Russ.).
13. Alyushin Yu.A., Skripalenko M.M. Energy features and accelerations with reversible and irreversible deformations. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin.* 2011, no. 40 (2), pp. 154–160. (In Russ.).
14. Alyushin Yu.A. Generalized model of reversible and irreversible deformations in the description of processes in the form of Lagrange. *Kuznechno – shtampovnoye proizvodstvo.* 1997, no. 6, pp. 2–5. (In Russ.).
15. Alyushin Yu.A. *Mekhanika protsessov deformatsii v prostranstve peremennykh Lagranzha* [Mechanics of deformation processes in the space of Lagrange variables]. Moscow: Mashinostroenie, 1997, 136 p. (In Russ.).
16. Tomlenov A.D. *Mekhanika protsessov obrabotki metallov davleniem* [Mechanics of metal forming processes]. Moscow: Mashgiz, 1963, 236 p. (In Russ.).
17. Alyushin Yu.A. *Teoriya obrabotki metallov davleniem* [Theory of metal forming]. Rostov-on-Don: Izd-vo RISKhM, 1977, 88 p. (In Russ.).
18. Nadai A.L. *Theory of flow and fracture of solids*. New York, McGraw-Hill, 1950. (Russ. ed.: Nadai A. *Plastichnost' i razrushenie tverdykh tel.* Moscow: Mir, 1969, 864 p.).
19. Meyers M.A., Nesterenko V.F., LaSalvia J.C., Qing Xue. Shear localization in dynamic deformation of materials: microstructural evolution and self-organization. *Mater. Sci. and Engineering.* 2001, vol. A317, no. 1, pp. 204–225.
20. Zuev L.B., Barannikova S.A. *Fizika prochnosti i eksperimental'naya mekhanika* [Physics of strength and experimental mechanics]. Novosibirsk: Nauka, 2011, 350 p. (In Russ.).
21. Bell J.F. *Mechanics of Solids*. Vol. I: *The Experimental Foundations of Solid Mechanics*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1973. (Russ. ed.: Bell J. *Eksperimental'nye osnovy mekhaniki deformiruemyykh tverdykh tel.* Moscow: Nauka, 1984, 600 p.).
22. Fridman Ya.B. *Mekhanicheskie svoystva metallov. Ch. 1. Deformatsiya i razrushenie* [Mechanical properties of metals. Part. 1. Deformation and destruction]. Moscow: Mashinostroenie, 1974, 472 p. (In Russ.).

Information about the authors:

Yu.A. Alyushin, Dr. Sci. (Eng.), Professor of the Chair “Theoretical and Applied mechanics and resistance of materials”
(alyushin@misis.ru)

S.M. Gorbatyuk, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Head of the Chair “Engineering of Technological Equipment”

Received March 22, 2017