

УДК 669.046

РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ СИСТЕМЫ ОТЛИВКА – ПЕСЧАНО-ГЛИНИСТАЯ ФОРМА

А.С. Савинов, к.т.н., доцент

С.М. Андреев, к.т.н., доцент

А.С. Тубольцева, ст. преподаватель

Е.В. Синицкий, к.т.н., доцент

Магнитогорский государственный технический университет (Магнитогорск, Россия)

Аннотация. Рассмотрен вопрос моделирования температурного поля системы отливка – песчано-глинистая форма. Полученное в настоящей работе решение позволяет моделировать тепловой процесс изготовления литой детали как из чистых металлов, так и из сплавов, затвердевающих в температурном интервале ликвидус – солидус, в сухих и сырых песчано-глинистых формах влажностью 2 – 14 %.

Ключевые слова: моделирование процесса, сырая песчано-глинистая форма, температурное поле формы, тепловой баланс, удельная теплоемкость, эквивалентная теплоемкость, проверка адекватности модели.

E-MAIL: savinov_nis@mail.ru

Прогнозирование возникновения критических напряжений, приводящих к браку в отливках, на основе математического анализа напряженно-деформированного состояния литой детали в процессе ее кристаллизации и охлаждения напрямую связано с тепловыми условиями ее формирования, а, следовательно, качественное моделирование теплового поля системы отливка – форма является актуальной задачей.

Рассмотрим последовательность расчета теплового поля системы отливка – сырая песчано-глинистая форма (ПГФ). Для отливки простой конфигурации (плоская стенка) описание теплообмена может быть представлено одномерным уравнением теплопроводности. Рассматриваемая задача осложнена необходимостью учета выделения скрытой теплоты кристаллизации металла и испарения влаги в форме под воздействием теплового потока отливки.

В качестве расчетной схемы теплового поля примем неявную разностную схему, аппроксимирующую решение линейной одномерной задачи теплопроводности, получение которой детально описано в работе [1]. В отличие от аналогичных явных разностных схем применение выбранной методики расчета характеризуется большей устойчивостью [2], что позволяет применять ее в широком диапазоне временных и пространственных интервалов расчетной модели.

Принимая объект отливка – форма как систему из двух сопряженных элементов толщиной δ_1 , δ_2 с различными теплофизическими характеристиками (рис. 1), разбив систему на ряд слоев толщиной h . Определив начальные условия (температуры заливки сплава, формы, окружающей среды) расчета в момент времени $n = 0$, рассчитаем температуру в i -м узле пространственной решетки в момент времени $n + 1$ следующим образом [1]:

$$T_i^{n+1} = \alpha_i T_{i+1}^{n+1} + \beta_i, \quad i = 1, \dots, N-1, \quad (1)$$

где T_i^{n+1} – температура в i -м узле системы в $n + 1$ момент времени, К; α_i , β_i – прогностические коэффициенты.

Коэффициенты α_i , β_i определим по формулам

$$\alpha_i = \frac{A_i}{B_i - C_i \alpha_{i-1}}; \quad (2)$$

$$\beta_i = \frac{C_i \beta_{i-1} - F_i}{B_i - C_i \alpha_{i-1}}. \quad (3)$$

В свою очередь, коэффициенты A_i , B_i , C_i и F_i определим из следующих уравнений [1]:

$$A_i = C_i = \frac{\lambda}{h^2}; \quad (4)$$

$$B_i = \frac{2\lambda}{h^2} + \frac{\rho c}{\tau}; \quad (5)$$

$$F_i = -\frac{\rho c}{\tau} T_i^n, \quad (6)$$

где λ – теплопроводность i -го слоя, Вт/(м·К); h – величина i -го слоя, м; ρ – плотность материала в i -м слое, кг/м³; c – теплоемкость i -го слоя, Дж/(кг·К); τ – временной интервал между n и $n + 1$ моментом времени, с; T_i^n – температура i -го слоя в момент времени n , К.

Для определения α_i и β_i по формулам (2), (3) необходимо знать α_1 и β_1 (граничные условия для центра стенки отливки), которые применительно к условиям решения рассматриваемой задачи определяются из условия симметрии [1]

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0. \quad (7)$$

Применив условие симметричности (7) к выражению (1), получим $\alpha_1 = 1, \beta_1 = 0$.

Учитывая, что сопряжение стенки отливки и формы происходит в узле i^* по координатам x^* (рис. 1), применим для него граничное условие IV рода. Это условие применимо после заливки формы и до начала усадочных процессов. Прогночные коэффициенты для этого узла определяются по формуле

$$\begin{cases} \alpha_{i^*} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 + \lambda_1(1 - \alpha_{i^*-1})}; \\ \beta_{i^*} = \frac{\lambda_1 \beta_{i^*-1}}{\lambda_2 + \lambda_1(1 - \alpha_{i^*-1})}. \end{cases} \quad (8)$$

Таким образом, при определении температурного поля в области $0 \leq x < x^*$ (рис. 1) используем прогнозные коэффициенты (2), (3), построенные на основе теплофизических характеристик среды 1. В области $x^* < x \leq M$ – среды 2. При $x = x^*$ используем систему уравнений (8).

Температуру поверхности формы в слое $i = N$ найдем по формуле [1]

$$T_N^{n+1} = \frac{\lambda_2 h^2 T_N^n + 2a_2 \tau (\lambda_2 \beta_{N-1} + h \gamma T_0)}{\lambda_2 h^2 + 2a_2 \tau (h \gamma + \lambda_2 (1 - \alpha_{N-1}))}, \quad (9)$$

где T_0 – температура окружающей среды, К; T_N^n – температура границы в точке M (рис. 1), К; $a_2 = \lambda_2 / (c_2 \rho_2)$ – температуропроводность среды 2, м²/с; γ – коэффициент теплоотдачи.

Коэффициент теплоотдачи γ , применяемый в уравнении (9), рассчитаем по формуле Стефана-Больцмана [3]:

$$\gamma = \frac{\varepsilon' \sigma_0 \left[\left(\frac{T_N^n}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_0}{100} \right)^4 \right]}{T_N^n - T_0} + \gamma_{\text{конв}}, \quad (10)$$

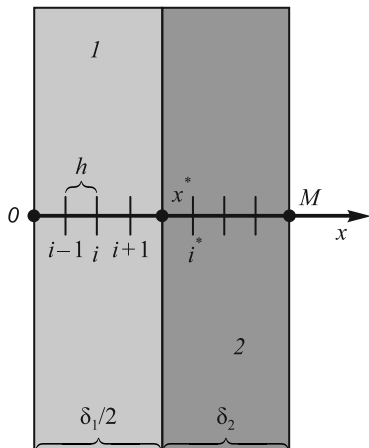


Рис. 1. Схема к расчету теплового поля:
1 – отливка; 2 – форма

где ε' – степень черноты; $\sigma_0 = 5,67$ – постоянная Стефана-Больцмана; $\gamma_{\text{конв}}$ – конвективная теплоотдача, Вт/(м²·К).

Точность любого теплотехнического расчета зависит, прежде всего, от качественного определения теплофизических коэффициентов среды, температурное поле которой находится. Рассмотрим вопрос о нахождении теплоемкости формовочной смеси сырой ПГФ.

Тепловой баланс i -го слоя формы запишется как

$$Q^i - (Q_{\text{см}}^i + Q_{\text{воды}}^i + Q_{\text{исп}}^i) = 0, \quad (11)$$

где $Q_{\text{см}}^i$ – тепло, затраченное на прогрев слоя смеси, Дж/кг смеси; $Q_{\text{воды}}^i$ – тепло, затраченное на нагрев воды, содержащейся в 1 кг смеси, Дж/кг смеси; $Q_{\text{исп}}^i$ – тепло, затраченное на парообразование влаги в 1 кг смеси, Дж/кг смеси.

Для расчета тепла, затраченного на нагрев формы, требуется найти значение удельной теплоемкости для каждого из слагаемых выражения (11).

Температурное изменение теплоемкости в процессе нагрева сухого слоя смеси в первом приближении можно выразить через удельную теплоемкость основного компонента ПГФ – оксида кремния SiO₂ по следующей формуле [4]:

$$C_{\text{SiO}_2} = 952,5 + 184,33 T_i^n \cdot 10^{-3}, \quad (12)$$

где C_{SiO_2} – удельная теплоемкость оксида кремния, Дж/(кг·К).

Значение теплоемкости, рассчитанное по выражению (12), используется при расчете теплового поля сухих ПГФ.

Миграция влаги, происходящая при парообразовании в слое формовочной смеси под воздействием теплового потока от отливки, требует учета затрат тепла, которые зависят от начальной влажности формы [5].

При применении разностных схем расчета теплового поля системы учет рассматриваемого эффекта осуществим за счет изменения в сторону увеличения теплоемкости формы на температурном интервале $(T_{\text{исп}} - T_0)$ таким образом, чтобы выполнялось условие теплового баланса, отнесенное на 1 кг смеси:

$$\int_{T_0}^{T_{\text{исп}}} C_{\text{доб } 2} dT = L \frac{U_0}{100}, \quad (13)$$

где $(T_{\text{исп}} - T_0)$ – температурный интервал полного испарения влаги в слое формы, К; $T_{\text{исп}} = 373$ К – температура полного испарения влаги в i -м слое смеси; $C_{\text{доб } 2}$ – добавочное значение теплоемкости, компенсирующее теплопоглощение при парообразовании и нагреве начальной влажности смеси на температурном отрезке $(T_{\text{исп}} - T_0)$, Дж/(кг·К); U_0 – начальная влажность формы, %; $L = 2,26 \cdot 10^6$ Дж/кг – теплота парообразования воды.

Таким образом, эквивалентная объемная теплоемкость $C_{\text{экв } 2}$ слоя формы с учетом затрат тепла на нагрев

и парообразование влаги в i -м слое смеси может быть отображена следующей зависимостью:

$$C_{\text{экв}2} = \rho_{\text{сух}} C_{\text{SiO}_2} + \rho_{\text{ф}} C_{\text{доб}2}, \quad (14)$$

где $C_{\text{экв}2}$ – эквивалентная теплоемкость, Дж/(м³·К); $\rho_{\text{ф}}$ и $\rho_{\text{сух}}$ – плотность формы и сухого слоя смеси формы при полном испарении влажности, кг/м³.

Ввиду того, что измельчение расчетных, временных и пространственных интервалов ведет к увеличению точности расчета, в большинстве случаев принимаемые пространственные интервалы при моделировании теплового поля формовочной смеси на порядок меньше толщины δ_2 всего слоя формы. Это дает основание предполагать, что в первом приближении вид функции распределения добавочной теплоемкости $C_{\text{доб}2}$ по толщине единичного пространственного интервала незначительно влияет на конечный результат расчета. Однако выбранная функция должна учитывать распределение добавочной теплоемкости так, чтобы ее значение в точке полного испарения влажности $T_{\text{исп}}$ было равно нулю. Исходя из этого условия в качестве функции распределения было выбрано следующее выражение для расчета добавочной теплоемкости $C_{\text{доп}}$ от температуры T материала [6]:

$$C_{\text{доп}} = 1 - th^a \left(\frac{T}{2} \right). \quad (15)$$

Уравнение (15) позволяет отобразить качественное распределение добавочной теплоемкости в исследуемом интервале температуры. Адаптируя эту функцию к требуемым условиям, было получено выражение добавочной теплоемкости $C_{\text{доб}2}$ [7, 8]:

$$C_{\text{доб}2} = K \left[1 - th^{0,672} \exp(2,87 \cdot 10^{-3} U_0^2 + 29,428 \cdot 10^{-2} U_0 - 1,849) \times \left(\frac{T_i^n - T_0}{19,306 - 0,046 U_0 \ln(U_0) - 2,5022 \ln(U_0)} \right) \right] \times \frac{61800}{9,653 - 0,023 U_0 \ln(U_0) - 1,2511 \ln(U_0)}; \quad 2 \leq U_0 \leq 14, \quad (16)$$

где $K = 0,98$ – поправочный коэффициент.

Изменение добавочной теплоемкости смеси на температурном интервале ($T_{\text{исп}} - T_0$) при различных значениях начальной влажности представлено на рис. 2.

Учитывая формулы (12), (16), выражение (14) эквивалентной теплоемкости преобразуется к следующему виду:

$$C_{\text{экв}2} = (952,5 + 184,33 T_i^n \cdot 10^{-3}) \rho_{\text{сух}} + K \left[1 - th^{0,672} \exp(2,87 \cdot 10^{-3} U_0^2 + 29,428 \cdot 10^{-2} U_0 - 1,849) \right] \times$$

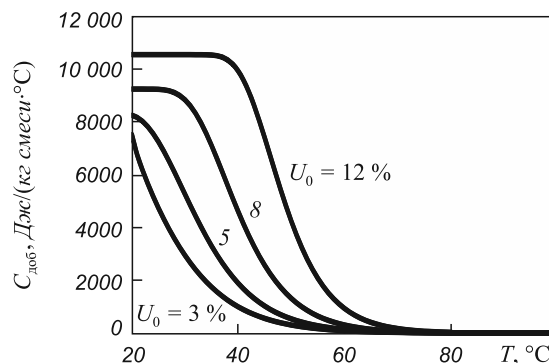


Рис. 2. Графики добавочной теплоемкости смеси при различных значениях начальной влажности формы

$$\times \left(\frac{T_i^n - T_0}{19,306 - 0,046 U_0 \ln(U_0) - 2,5022 \ln(U_0)} \right) \times \frac{61800 \rho_{\text{ф}}}{9,653 - 0,023 U_0 \ln(U_0) - 1,2511 \ln(U_0)}; \quad 2 \leq U_0 \leq 14, \quad (17)$$

Таким образом, при расчете прогоночных коэффициентов среды 2 по уравнениям (5), (6) в качестве теплоемкости используется значение $C_{\text{экв}2}$, найденное по выражению (17). Эта формула учитывает температурное изменение теплоемкости песчано-глинистой смеси, а также тепло, затраченное на нагрев и парообразование влаги в сырой литейной ПГФ с начальной влажностью 2 – 14 %.

Аналогично для учета теплоты кристаллизации, выделяющейся в стенке отливки, при прогнозировании температурного поля среды 1, в интервале $T_{\text{ликв}} - T_{\text{сол}}$ (температур начала – конца кристаллизации) увеличим теплоемкость охлаждаемого материала таким образом, чтобы добавочная теплоемкость $C_{\text{доб}1}$ компенсировала выделение скрытой теплоты кристаллизации.

Эквивалентная теплоемкость стенки отливки определяем по следующему уравнению:

$$C_{\text{экв}1} = C_{\text{Me}} + C_{\text{доб}1}, \quad (18)$$

где $C_{\text{экв}1}$ – эквивалентная удельная теплоемкость отливки, Дж/(кг·К); C_{Me} – удельная теплоемкость металла, Дж/(кг·К).

В работе [9] предложено использование аналогичного выражения, в котором добавочная теплоемкость имела постоянную величину в диапазоне температур кристаллизации. Для сталей и сплавов определение точной зависимости выделения теплоты кристаллизации представляет определенные трудности. В первом приближении можно предположить, что зависимость имеет вид, описываемый функцией [6]

$$y = e^{-\frac{x^2}{a}}. \quad (19)$$

Действительно, на начальном этапе охлаждения стенки при достижении сплавом температуры ликвидус происходит плавное нарастание тепловыделения в металле, которое заканчивается в районе температуры солидус в связи с уменьшением жидкой фазы металла.

Адаптируя функцию (19) к требуемым условиям, было получено выражение добавочной теплоемкости $C_{доб1}$ [10], величина и положение экстремума которой зависят от теплоты кристаллизации металла и значений температур солидус $T_{сол}$ и ликвидус $T_{ликв}$, определяемых по диаграммам состояния сплавов:

$$C_{доб1} = \left(\omega \exp \left[- \left(T_i^n \frac{T_{ликв} - T_{сол}}{2} \right)^2 \right] \times \right. \\ \times \left[(T_{ликв} - T_{сол})^{2,0055} \exp(-3,342 - 3 \cdot 10^{-5} \times \right. \\ \times (T_{ликв} - T_{сол})) \left. \left. \right]^{-1} \right] / (0,337(T_{ликв} - T_{сол})), \\ 2,5 \leq (T_{ликв} - T_{сол}) \leq 333, \quad (20)$$

где ω – удельная теплота кристаллизации, Дж/кг.

Проверку работы модели при прогнозировании полей сырой песчано-глинистой формы осуществляли на основе экспериментальных данных работы [11].

Расчет теплового поля формы велся при следующих условиях: температура заливки алюминиевой плиты $T_{зал} = 980$ К; $T_{ликв} = 947$ К; $T_{сол} = 942$ К; $T_0 = 273$ К; теплоемкость алюминия $C_{Me} = 880$ Дж/(кг·К); толщина стенки отливки $\delta_1 = 0,015$ м, формы $\delta_2 = 0,20$ м; $\lambda_1 = 250$ Вт/(м·К); $\lambda_2 = 0,9$ Вт/(м·К); $\rho_1 = 2700$ кг/м³; $\rho_\phi = 1600$ кг/м³; $U_0 = 4,7$ %; $\omega = 2,7 \cdot 10^5$ Дж/кг (рис. 3).

Некоторое отклонение экспериментальных и расчетных данных в начальный момент времени проис-

ходит ввиду того, что при расчете не учитывали нагрев смеси от тепла, выделившегося при конденсации водяного пара из сухого слоя формы. Это допущение принято вследствие того, что исходя из теплового баланса, теплота, отданная конденсированной влагой на нагрев формы, будет возвращена за счет теплового потока отливки при повторном нагреве и испарении конденсата, а следовательно, эту теплоту в расчете не учитывали. Сравнение расчетных и экспериментальных данных (рис. 3) показало удовлетворительную сходимость.

Выводы. Анализ теплового состояния системы отливка – форма может быть направлен на прогнозирование в динамике ее прочностных свойств с учетом миграции влаги при различных значениях начальной влажности формы. Представленный расчет является составной частью задачи напряженно-деформированного состояния системы. Предложенная в настоящей работе методика расчета параметров эквивалентной теплоемкости для отливки и формы может быть использована в тепловых моделях расчета отливок.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. Разностные методы решения задач теплопроводности. – Томск: Изд-во ТПУ, 2007. – 172 с.
2. Вержбицкий В.М. Основы численных методов. – М.: Высшая школа, 2002. – 840 с.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. – М.: Астрель, 2001. – 208 с.
4. Физико-химические свойства окислов: справочник / Под ред. Г.В. Самсонова. – М.: Металлургия, 1978. – 320 с.
5. Савинов А.С., Тубольцева А.С. // Вестник МГТУ им. Г.И. Носова. 2010. № 2. С. 30 – 33.
6. Рыбасенко В.Д., Рыбасенко И.Д. Элементарные функции: формулы, таблицы, графики. – М.: Наука, 1987. – 416 с.

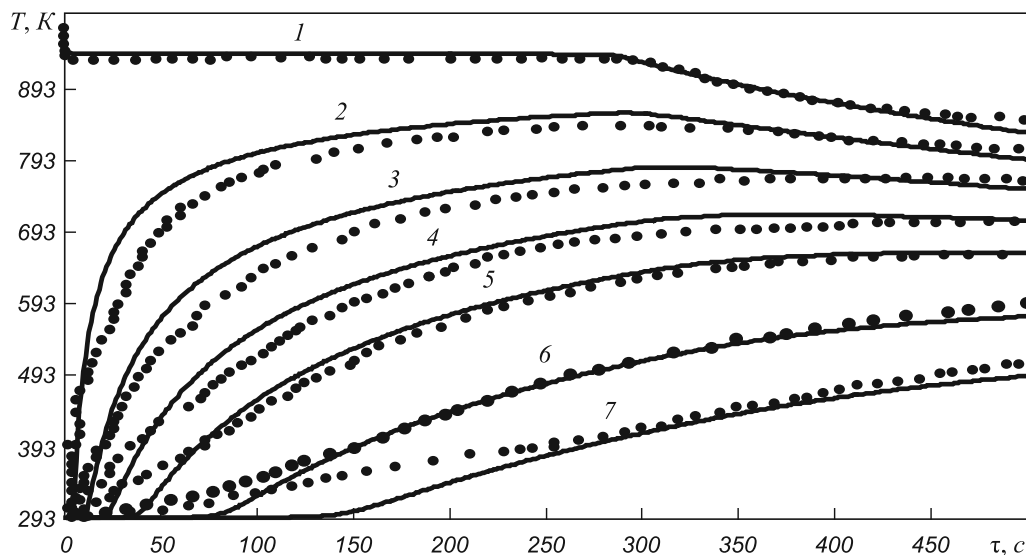


Рис. 3. Температурные кривые системы отливка – сырая ПГФ:

— расчет; ● – эксперимент; 1 – температура отливки; 2 – 7 – температура формы на расстоянии 2,5; 5,0; 7,5; 10,0; 15,0; 20,0 мм от границы с металлом

7. Савинов А.С., Тубольцева А.С., Варламова Д.В. // Черные металлы. 2011. Спец. выпуск. С. 36 – 38.
8. Савинов А.С., Тубольцева А.С., Радомская В.В. и др. – В кн.: Современная металлургия начала нового тысячелетия: Сб. науч. тр. Ч. I. – Липецк: изд. ЛГТУ, 2010. С. 32 – 36.
9. Лисин В.С., Селянинов А.А. Модели и алгоритмы расчета термомеханических характеристик совмещенных литейно-прокатных процессов. – М.: Высшая школа, 1995. – 144 с.

10. Савинов А.С. // Альманах современной науки и образования. 2011. № 6. С. 81 – 84.
11. Вейник А.И. Термодинамика литейной формы. – М: Машиностроение, 1968. – 335 с.

© 2014 г. А.С. Савинов, С.М. Андреев,
А.С. Тубольцева, Е.В. Синицкий
Поступила 11 апреля 2013 г.

THE CALCULATION OF THE TEMPERATURE FIELD OF «SAND AND CLAY FORM – CAST» SYSTEM

A.S. Savinov, Cand. Eng., Assist. Professor
S.M. Andreev, Cand. Eng., Assist. Professor
A.S. Tuboltseva, senior Lecturer
E.V. Sinitskii, Cand. Eng., Assist. Professor

Magnitogorsk State Technical University (Magnitogorsk, Chelyabinsk region, Russia)

E-MAIL: savinov_nis@mail.ru

Abstract. The article considers the temperature field modeling issue in «sand and clay form – cast» system. The results obtained during the research allow modeling a thermal process of moulded piece production made both with pure metals and alloys, which solidify in a liquidus – solidus temperature range in dry and wet sand and clay forms with 2 – 14 % moisture.

Keywords: process modeling; wet sand and clay form; temperature field of the form, heat balance; specific heat, equivalent heat capacity, model validation.

REFERENCES

1. Kuznetsov G.V., Sheremet M.A. *Raznostnye metody resheniya zadach teploprovodnosti* (Difference methods for solving heat conduction). Tomsk: Izd-vo TPU, 2007. 172 p.
2. Verzhbitskiy V.M. *Osnovy chislennih metodov* (Fundamentals of numerical methods). Moscow: Vysshaya shkola, 2002. 840 p.

3. Savel'ev I.V. *Kurs obshchey fiziki* (General physics course). Moscow: Astrel', 2001. 208 p.
4. *Fiziko-himicheskie svoystva okislov: spravochnik* (Physico-chemical properties of oxides: a guide). Pod red. G.V. Samsonova. Moscow: Metallurgiya, 1978. 320 p.
5. Savinov A.S., Tubol'tseva A.S. *Vestnik MGTU im. G.I. Nosova*. 2010. № 2. Pp. 30 – 33.
6. Rybasenko V.D., Rybasenko I.D. *Jelementarnye funkicii: formuly, tablitsi, grafiki* (Elementary functions: formulas, tables, graphs). Moscow: Nauka, 1987. 416 p.
7. Savinov A.S., Tubol'tseva A.S., Varlamova D.V. *Chernye metally*. 2011. Spets. vypusk. Pp. 36 – 38.
8. Savinov A.S., Tubol'tseva A.S., Radomskaya V.V. etc. *V kn.: Sovremennaya metallurgiya nachala novogo tysyachetletiya: Sb. nauch. tr. Ch. I.* (In the book.: Contemporary Metallurgy beginning of the new millennium: Sat scientific. tr. Part I.). Lipetsk: izd. LGTU, 2010. Pp. 32 – 36.
9. Lisin V.S., Selyaninov A.A. *Modeli i algoritmy rascheta termomehanicheskikh harakteristik sovmeshennykh litejno-prokatnyh protsessov* (Models and algorithms for calculating the thermomechanical characteristics combined casting-rolling process). Moscow: Vysshaya shkola, 1995. 144 p.
10. Savinov A.S. *Al'manakh sovremennoy nauki i obrazovaniya*. 2011. № 6. Pp. 81 – 84.
11. Veynik A.I. *Termodinamika liteynoy formi* (Thermodynamics mold). Moscow: Mashinostroenie, 1968. 335 p.

Received April 11, 2013