

УДК 621.771.068

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ РУЛОНА НА МОТАЛКЕ

*Бельский С.М., д.т.н., профессор кафедры «Обработка металлов давлением» (BelSky-55@yandex.ru)
Шопин И.И., аспирант кафедры «Обработка металлов давлением»*

Липецкий государственный технический университет
(398600, Россия, Липецк, ул. Московская, 30)

Аннотация. Представлена математическая модель напряженно-деформированного состояния рулона в процессе смотки полосы с учетом совместного влияния неплоскостности, шероховатости поверхности и поперечной разнотолщинности (выпуклости профиля поперечного сечения). Напряженно-деформированное состояние рулона тонкой стальной полосы оказывает существенное влияние на распределение температуры в рулоне и образование окалины во время остывания при горячей прокатке, свариваемость витков при отжиге холоднокатаной полосы, форму самого рулона и т. п. В основе математической модели лежит представление рулона в качестве отдельных вложенных друг в друга полых цилиндров конечной длины. Цилиндры разбиваются на отдельные участки по ширине. Показано, что при этом сумма решений уравнения Ляме для отдельных участков сходится с решением для цилиндра в целом. Модель позволяет рассчитывать напряженно-деформированное состояние рулона с учетом образования зазора между соседними витками из-за поперечной разнотолщинности полосы. Показано распределение в рулоне радиальных и тангенциальных напряжений, сформированных при смотке полосы. Разработанная модель позволяет рассчитывать напряженно-деформированное состояние рулона при смотке ровной полосы, при смотке выпуклой ровной полосы без натяжения, при неплотной смотке выпуклой ровной полосы с натяжением, меньшим натяжения плотной смотки, при плотной смотке выпуклой ровной полосы с натяжением, обеспечивающим плотную смотку, а также при смотке выпуклой неровной полосы без натяжения. Расчет величины сближения контактирующих поверхностей с учетом шероховатости осуществляется на основе вероятностного подхода. Представлен алгоритм расчета напряженно-деформированного состояния рулона. Показанное распределение напряжений в рулоне является характерным для смотки стальных полос. Проверена адекватность данной модели для случая смотки горячекатаной полосы по величине зоны плотного прижатия соседних витков. Плотность прижатия витков в рулоне оценивалась по цветам побежалости на кромках горячекатаной полосы. Расхождение между измеренной и расчетной зонами плотного прижатия составляет 3 %.

Ключевые слова: тонколистовая прокатка, смотка, напряженно-деформированное состояние рулона, поперечная разнотолщинность, шероховатость, плоскостность.

DOI: 10.17073/0368-0797-2017-11-925-931

Напряженно-деформированное состояние (НДС) стального листа и рулона тонкой стальной полосы оказывает существенное влияние на распределение температуры в листе и рулоне, образование окалины во время остывания при горячей прокатке, свариваемость витков при отжиге холоднокатаной полосы, форму стального листа и рулона и т. п. [1 – 25]. Известны модели напряженно-деформированного состояния рулона, учитывающие раздельное влияние таких факторов, как натяжение [1 – 2], шероховатость [5 – 6], поперечная разнотолщинность [8 – 9] и неплоскостность полосы [3, 4, 7]. Тем не менее, существует потребность в математической модели, которая учитывает одновременное влияние всех этих факторов. В настоящей работе представлена модель, учитывающая взаимное влияние шероховатости, неплоскостности и поперечной разнотолщинности на НДС рулона.

Рассмотрим смотку полосы толщиной $h(z, x)$, где z – координата по ширине полосы; x – координата по длине. Смотка производится с натяжением T на барабан моталки, представленный эквивалентным цилиндром. При пересчете декартовых координат (z, x) полосы в

цилиндрические координаты (r – радиальная координата, φ – угловая координата) допустим, что толщина в пределах одного витка постоянна по координате φ . Тогда величину $h(z, x)$ можно заменить величиной

$$h_i(z) = h_i + \Delta h_i(z), \quad (1)$$

где h_i – минимальная толщина в пределах i -го витка; $\Delta h_i(z)$ – поперечная разнотолщинность полосы в пределах i -го витка.

Геометрические характеристики сматываемого витка в радиальных координатах представлены на [рис. 1](#), где приняты следующие обозначения: T_{nc} – натяжение, при котором витки плотно прилегают друг к другу по всей ширине; $r_i(z)$ – внутренний радиус i -го витка в деформированном состоянии на участке плотной смотки; r_0 – внутренний радиус барабана моталки в деформированном состоянии; r_i^B – внутренний радиус i -го витка на участке ширины с минимальной толщиной полосы; $r_i^H(z)$ – наружный радиус i -го витка в несжатом состоянии; $r_i^B(z)$ – внутренний радиус i -го витка в несжатом состоянии; l – ширина полосы; l_{nc} – длина участка плот-

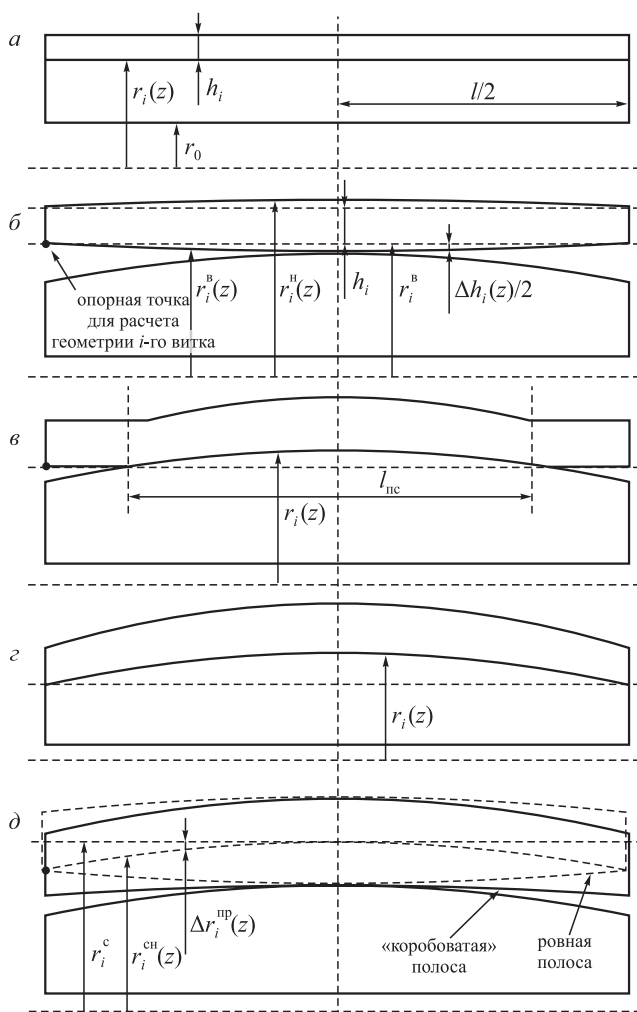


Рис. 1. Расчетная схема модели НДС рулона:

a – смотка ровной полосы; *б* – смотка выпуклой ровной полосы без натяжения; *в* – неплотная смотка выпуклой ровной полосы с натяжением $T < T_{nc}$; *г* – плотная смотка выпуклой ровной полосы с натяжением $T \geq T_{nc}$; *д* – смотка выпуклой неровной полосы без натяжения

Fig. 1. Calculation scheme of the model of stress-strain state of a roll: *a* – coiling of a flat strip; *б* – coiling of a convex flat strip without tension; *в* – a loose coiling of a convex flat strip with tension $T < T_{nc}$; *г* – tight coiling of a convex flat strip with tension $T \geq T_{nc}$; *д* – coiling of a convex non-flat strip without tension

ной смотки; r_i^c – радиус среднего сечения *i*-го витка при смотке плоской полосы; $r_i^{CH}(z)$ – радиус среднего сечения *i*-го витка при смотке неплоской полосы; $\Delta r_i^{np}(z) = r_i^{CH}(z) - r_i^c$ – разница между радиусом среднего сечения *i*-го витка при смотке неплоской и такой же плоской полосы.

Разобьем рулон на *M* отдельных участков по ширине, как это сделано в работе [11], где показано, что сумма решений уравнения Ляме для отдельных участков по ширине цилиндра сходится с решением для цилиндра в целом.

Тогда формула (1) примет вид:

$$h_{ij} = h_i + \Delta h_{ij}, \quad (2)$$

где *j* – номер участка по ширине полосы; Δh_{ij} – приращение толщины полосы для *i*-го витка на *j*-ом участке по ширине.

Аналогичным образом заменим непрерывные величины $r_i(z)$, $r_i^H(z)$, $r_i^B(z)$, $\Delta r_i^{np}(z)$, $r_i^{CH}(z)$ дискретными величинами на отдельных участках: r_{ij} , r_{ij}^H , r_{ij}^B , Δr_{ij}^{np} , r_{ij}^{CH} .

Геометрия *i*-го витка однозначно определяется наружными и внутренними радиусами на отдельных участках по ширине полосы. Выберем внутренний радиус в точке минимальной толщины полосы r_i^B в качестве опорной точки, относительно которой определим r_{ij}^H и r_{ij}^B по формулам

$$r_{ij}^B = r_i^B - \frac{\Delta h_{ij}}{2}; \quad (3)$$

$$r_{ij}^H = r_{ij}^B + h_{ij}. \quad (4)$$

Неплоскость полосы, как правило, определяется в относительных деформациях $\Delta \epsilon_i(z)$:

$$\Delta \epsilon_i(z) = \frac{\Delta L_i(z)}{L_i} = \frac{\Delta r_i^{np}(z)}{r_i^c}, \quad (5)$$

где L_i – длина витка; $\Delta L_i(z)$ – изменение длины витка из-за неплоскости смотываемой полосы.

С учетом (5) определим наружные и внутренние радиусы *i*-го витка:

$$r_i^c = r_i^B + \frac{h_i}{2}; \quad (6)$$

$$r_{ij}^{CH} = r_i^c (1 + \Delta \epsilon_{ij}); \quad (7)$$

$$r_{ij}^B = r_{ij}^{CH} - \frac{h_{ij}}{2}; \quad (8)$$

$$r_{ij}^H = r_{ij}^{CH} + \frac{h_{ij}}{2}. \quad (9)$$

С учетом того, что сила натяжения T_{CH} вычисляется только для текущего внешнего *i*-го витка, формула расчета запишется как сумма отдельных сил на каждом *j*-ом участке по ширине полосы [11]:

$$T_{CH} = -\sum_{j=1}^M l_j r_{ij}^B \sigma_{ij}^B = -\frac{\sum_{j=1}^M l_j E u_{ij}^B}{\left[\frac{2(r_{ij}^B)^2}{h_{ij}(2r_{ij}^B + h_{ij})} + 1 + \nu \right]}, \quad (10)$$

где l_j – ширина *j*-го участка по ширине полосы; σ_{ij}^B – радиальное напряжение (межвитковое давление) на внутреннем радиусе *i*-го витка на *j*-ом участке по ширине полосы; u_{ij}^B – перемещение внутреннего радиуса *i*-го витка на *j*-ом участке по ширине полосы; *M* – количество участков по ширине полосы; *E* – модуль упругости; ν – коэффициент Пуассона.

Радиальные перемещения наружной u_{ij}^H и внутренней u_{ij}^B поверхностей i -го витка на j -ом участке по ширине полосы выразим через радиусы:

$$u_{ij}^H = r_{(i+1)j} - u_{ij} - r_{ij}^H; \quad (11)$$

$$u_{ij}^B = r_{ij} - r_{ij}^B, \quad (12)$$

где r_{ij}^H и $r_{(i+1)j}$ – внутренний и наружный радиусы i -го витка, который находится в деформированном под натяжением состоянии на j -ом участке по ширине полосы.

Отклонение поверхности контакта от средней линии профиля между i -ом и $(i+1)$ -ом витком (расстояние между соседними витками, возникающее вследствие шероховатости поверхностей витков) на j -ом участке по ширине полосы (для наружного витка рулона $u_{kj} = 0$; k – количество витков):

$$u_{ij} = 3d - \Delta\delta_{ij}, \quad (13)$$

где $d = 1,25R_a$ – дисперсия процесса шероховатости [12]; R_a – шероховатость полосы; $\Delta\delta_{ij}$ – величина сближения контактирующих шероховатых поверхностей при действии среднего контактного давления q между ними.

$$\frac{\Delta\delta}{d} = \frac{A_k q}{HB} + B_k; \quad (14)$$

$$\frac{q}{HB} = \frac{1}{A_k} \left(\frac{\Delta\delta}{d} - B_k \right), \quad (15)$$

где HB – твердость полосы; A_k и B_k – коэффициенты, полученные при аппроксимации интеграла вероятностей; $q = \sigma_{ij}^H = \sigma_{(i+1)j}^B$; σ_{ij}^H – радиальное напряжение на наружной поверхности i -го витка на j -ом участке по ширине полосы; $\sigma_{(i+1)j}^B$ – радиальное напряжение на внутренней поверхности $(i+1)$ -го витка на j -ом участке по ширине полосы.

Радиальные напряжения на наружной и внутренней поверхностях i -го витка на j -ом участке по ширине полосы выразим через радиальные перемещения:

$$\sigma_{ij}^H = d_{ij}^{HH} u_{ij}^H + d_{ij}^{HB} u_{ij}^B; \quad \sigma_{ij}^B = d_{ij}^{BH} u_{ij}^H + d_{ij}^{BB} u_{ij}^B, \quad (16)$$

где d_{ij}^{HH} , d_{ij}^{HB} , d_{ij}^{BH} и d_{ij}^{BB} – коэффициенты, которые рассчитываются по следующим формулам [13]:

$$d_{ij}^{HH} = -\frac{E(r+v)}{r_{ij}^H(v-1)(v+1)}; \quad (17)$$

$$d_{ij}^{HB} = -\frac{2Er_{ij}^B}{\left[(r_{ij}^H)^2 - (r_{ij}^B)^2 \right] (v-1)(v+1)}; \quad (18)$$

$$d_{ij}^{BH} = -\frac{2Er_{ij}^H}{\left[(r_{ij}^H)^2 - (r_{ij}^B)^2 \right] (v-1)(v+1)}; \quad (19)$$

$$d_{ij}^{BB} = -\frac{E(R-v)}{r_{ij}^B(v-1)(v+1)}; \quad (20)$$

где

$$R = -\frac{(r_{ij}^H)^2 + (r_{ij}^B)^2}{(r_{ij}^H)^2 - (r_{ij}^B)^2}. \quad (21)$$

Приравнивая радиальные напряжения на внутренней поверхности i -го витка на j -ом участке по ширине полосы σ_{ij}^B к радиальным напряжениям на наружной поверхности $(i-1)$ -го витка на j -ом участке по ширине полосы $\sigma_{(i-1)j}^H$ (напряжения на внутренней поверхности барабана и внешней поверхности внешнего витка равны нулю)

$$\sigma_{nj}^H = 0; \quad \sigma_{ij}^B = \sigma_{(i+1)j}^H; \quad \sigma_{0j}^B = 0, \quad (22)$$

получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} d_{nj}^{HH} r_{(n+1)j} + d_{nj}^{HB} r_{nj} &= -(v+1); \\ d_{ij}^{BH} r_{(n+1)j} + d_{ij}^{BB} r_{ij} - d_{(i-1)j}^{HH} r_{ij} - d_{(i-1)j}^{HB} r_{(i-1)j} &= \\ &= d_{ij}^{BH} u_{ij} - d_{(i-1)j}^{HH} u_{(i-1)j}; \\ d_{0j}^{BH} r_{1j} + d_{0j}^{BB} r_{0j} &= d_{0j}^{HB} u_{0j} - (v+1), \end{aligned} \quad (23)$$

где d_{ij}^{HH} , d_{ij}^{HB} , d_{ij}^{BH} и d_{ij}^{BB} – коэффициенты, которые находятся из следующих выражений [13]:

$$d_{ij}^{HH} = -\left[\frac{(r_{ij}^H)^2 + (r_{ij}^B)^2}{(r_{ij}^H)^2 - (r_{ij}^B)^2} + v \right] \frac{1}{r_{ij}^H}; \quad (24)$$

$$d_{ij}^{HB} = \frac{2r_{ij}^B}{(r_{ij}^H)^2 - (r_{ij}^B)^2}; \quad (25)$$

$$d_{ij}^{BH} = -\frac{2r_{ij}^H}{(r_{ij}^H)^2 - (r_{ij}^B)^2}; \quad (26)$$

$$d_{ij}^{BB} = \left[\frac{(r_{ij}^H)^2 + (r_{ij}^B)^2}{(r_{ij}^H)^2 - (r_{ij}^B)^2} - v \right] \frac{1}{r_{ij}^B}. \quad (27)$$

Для однозначного определения НДС рулона по уравнениям Ляме необходимо знать радиальные напряжения на поверхностях каждого витка, которые определяются по формуле (16). Для этого, в свою очередь, необходимо знать перемещения наружной u_{ij}^H и внутренней u_{ij}^B поверхностей витков на различных участках ширины. Перемещения связаны с наружными и внутренними радиусами витков в деформированном состоя-

нии (11) и (12), которые находятся решением системы уравнений (23). Учет шероховатости осуществляется расширением системы (23) уравнениями (13). Ниже представлен алгоритм расчета.

1. Задаем исходные данные для модели: внутренний r_{0j}^B и наружный r_{0j}^H радиусы барабана моталки; толщина полосы для всех витков и участков по ширине h_{ij} ; шероховатость полосы R_a ; натяжение полосы T .

2. Задаем радиус сматываемого витка r_i^B , равный наружному радиусу предыдущего витка r_{i-1}^H . С учетом толщины h_{ij} определяются геометрические размеры витка r_{ij}^H и r_{ij}^B .

3. Рассчитываем перемещения на внутреннем радиусе u_{ij}^B по формуле (11) с учетом, что $\Delta\delta_{ij} = 0$. По формуле (10) рассчитываем напряжения в месте контакта σ_{ij}^B .

4. По формуле (14) определяем $\Delta\delta_{ij}$.

5. Рассчитываем перемещения на внутреннем радиусе u_{ij}^B по формуле (12) с учетом $\Delta\delta_{ij}$. Рассчитываем напряжения σ_{ij}^B в месте контакта по формуле (10).

6. Сравниваем напряжения на текущем и предыдущем шагах. Если разница больше заданной погрешности, то переходим на п. 4, если меньше, то продолжаем дальше.

7. По формуле (10) рассчитываем силу натяжения $T_{сн}$ и сравниваем с T . Если сила натяжения $T_{сн}$ меньше натяжения T , то уменьшаем r_i^B и переходим к п. 4. Если сила натяжения $T_{сн}$ больше натяжения T , то увеличиваем r_i^B и переходим на п. 4. Если разница между силой натяжения $T_{сн}$ и натяжением T меньше заданной погрешности $|T_{сн} - T| < \varepsilon$, расчет продолжается дальше.

8. Решаем систему уравнений (22) при $\Delta\delta_{ij} = 0$. По формулам (11) и (12) находим перемещения. По формуле (16) находим радиальные напряжения.

9. По формуле (15) находим радиальное напряжение и сравниваем с радиальным напряжением по формуле (16) для всех витков i и участков j . Если радиальное напряжение по формуле (16) больше для витка i на участке j , увеличиваем $\Delta\delta_{ij}$. Если радиальное напряжение по формуле (16) меньше для витка i на участке j , увеличиваем $\Delta\delta_{ij}$. Если радиальное напряжение по формуле (16) отличается от рассчитанного по формуле (15) для витка i на всех участках по ширине не больше величины заданной погрешности, то переходим на п. 11.

10. Решаем систему уравнений (22) для новых $\Delta\delta_{ij}$. По формулам (11) и (12) находим перемещения. По формуле (16) находим радиальные напряжения.

11. По формуле (10) вычисляем силу натяжения $T_{сн}$ и сравниваем с T . Если сила натяжения $T_{сн}$ больше натяжения T , то увеличиваем r_i^B и переходим на п. 4. Если сила натяжения $T_{сн}$ меньше, то уменьшаем r_i^B и переходим на п. 4. Если разница между силой натяжения $T_{сн}$ и натяжением T меньше заданной погрешности $|T_{сн} - T| < \varepsilon$, запоминаем размер текущего витка r_i^B , добавляем следующий виток и переходим на п. 2. Когда все витки добавлены – расчет окончен.

Для иллюстрации расчета зададим параметры модели, характерные для условия смотки горячекатаной полосы: удельное натяжение $T/S = 30$ МПа, где S – площадь поперечного сечения полосы; профиль наматываемой полосы параболический с выпуклостью +30 мкм; минимальная толщина $h = 2,5$ мм; геометрические размеры барабана моталки – внутренний радиус 0,34 м и наружный радиус 0,425 м; число витков 244; ширина полосы $l = 1,25$ м; шероховатость полосы $R_a = 1,5$ мкм; упругие свойства E и ν для стали.

Результаты расчета представлены на рис. 2. Распределение напряжений в рулоне является типичным и при изменении параметров модели меняется в основном по величине.

Проверим адекватность модели НДС рулона с учетом шероховатости и поперечной разнотолщинности полосы, сравнив фактическую зону плотной смотки с расчетной. Фактическая зона плотного прижатия витков определялась по цветам побежалости на кромках полосы. Измерения проводились на горячекатаной полосе стали 08Ю (предел текучести при температуре смотки $\sigma_T = 250$ МПа; удельное натяжение при смотке $T/S = 18,3$ МПа) толщиной 2,5 мм и шириной 1270 мм. В расчетах использовали не идеализированный, а реальный профиль полосы, так как НДС рулона чувствительно к форме профиля.

Результаты сравнения представлены на рис. 3. Расчетная ширина зоны плотного прижатия витков в рулоне отличается от фактической в среднем на 3 %. Это свидетельствует об адекватности разработанной модели.

Выводы. Разработана математическая модель расчета НДС рулона, учитывающая шероховатость, неплоскостность и поперечную разнотолщинность сматываемой полосы.

Выполнена проверка адекватности математической модели сравнением фактической и расчетной ширины зоны плотного прижатия витков в горячекатаном рулоне. Среднее отклонение составляет 3 %.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Мазур В.Л., Ноговицын А.В. Теория и технология тонколистовой прокатки. Численный анализ и технические приложения. – Днепропетровск: ПВА «Дніпро-VAL», 2010. – 500 с.
2. Mazur V.L. Production of cold-rolled steel coils // *Steel in Translation*. 2011. Vol. 41. No. 9. P. 756 – 760.
3. Belsky S.M., Mazur I.P., Lezhnev S.N., Panin E.A. A two-zone model of bowdening during rolling // *Journal of Chemical Technology and Metallurgy*. 2017. Vol. 52. No. 2. P. 180 – 185.
4. Belskiy S., Mazur I., Lezhnev S., Panin E. Distribution of linear pressure of thin-sheet rolling across strip width // *Journal of Chemical Technology and Metallurgy*. 2016. Vol. 51. No. 4. P. 371 – 378.
5. Ларин Ю.И., Мухин Ю. А., Шкатов В. В. и др. Разработка математических моделей формирования свойств и режимов рекристаллизационного отжига раскисленных алюминием низкоуглеродистых сталей в колпаковых печах. Часть 2 // *Производство проката*. 2006. № 11. С. 31 – 35.
6. Ларин Ю.И., Мухин Ю.А., Шкатов В. В. и др. Разработка математических моделей формирования свойств и режимов рекри-

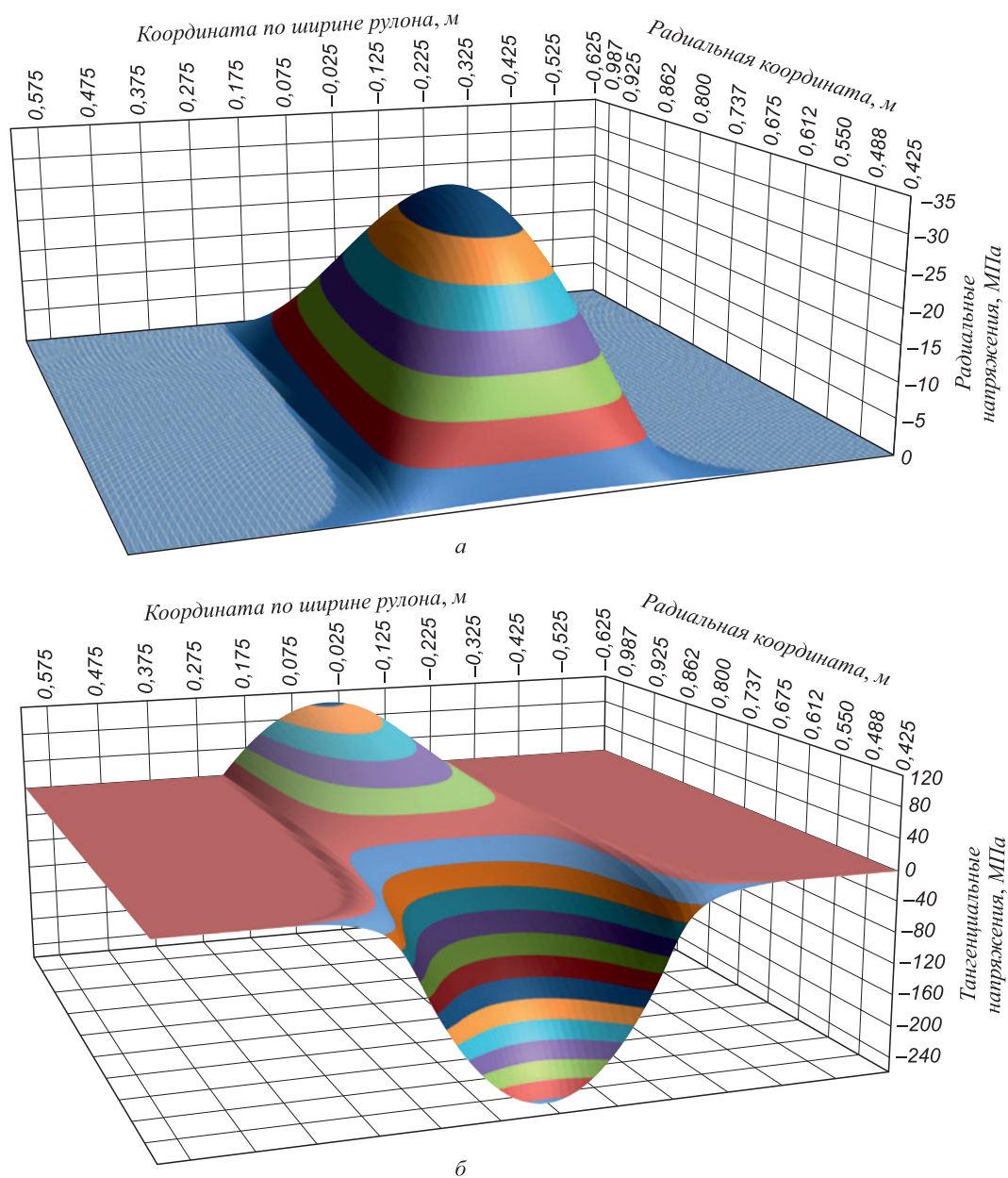


Рис. 2. Напряженное состояние рулона, снятого с барабана моталки:
 а – радиальные напряжения; б – тангенциальные напряжения

Fig. 2. Stress state of a roll, removed from the coiler:
 а – radial stresses; б – tangential stresses

- таллизационного отжига раскисленных алюминием низкоуглеродистых сталей в колпаковых печах. Часть 3 // Производство проката. 2006. № 12. С. 12 – 15.
7. Belskiy S.M., Yankova S., Chuprov V.B. etc. Temperature field of stripes under hot rolling // Journal of Chemical Technology and Metallurgy. 2015. Vol. 50. No. 6. P. 613 – 616.
 8. Ашихмин Г.В., Ирошников С.А. Формирование профиля образующей рулона при намотке полосы // Производство проката. 2002. № 9. С. 14 – 17.
 9. Ашихмин Г.В., Ирошников С.А. Взаимосвязь распределения продольных напряжений по ширине полосы в рулоне и профиля его образующей // Производство проката. 2002. № 10. С. 16 – 22.
 10. Shinkin V.N., Kolikov A.P. Engineering calculations for processes involved in the production of large-diameter pipes by the SMS Meer technology // Metallurgist. 2012. Vol. 55. No. 11-12. P. 833 – 840.
 11. Шопин И.И., Бельский С.М. Упрощенная модель напряженно-деформированного состояния рулона на моталке // Производство проката. 2016. № 5. С. 13 – 17.
 12. Мазур В.Л. Производство листа с высококачественной поверхностью. – Киев: Техника, 1982. – 166 с.
 13. Шопин И.И., Бельский С.М. Слоистая модель напряженно-деформированного состояния рулона на моталке // Производство проката. 2016. № 8. С. 13 – 17.
 14. Shinkin V.N., Kolikov A.P. Simulation of the shaping of blanks for large-diameter pipe // Steel in Translation. 2011. Vol. 41. No. 1. P. 61 – 66.
 15. Shinkin V.N., Kolikov A.P. Elastoplastic shaping of metal in an edge-bending press in the manufacture of large-diameter pipe // Steel in Translation. 2011. Vol. 41. No. 6. P. 528 – 531.
 16. Shinkin V.N. The mathematical model of the thick steel sheet flattening on the twelve-roller sheet-straightening machine. Massage 1.

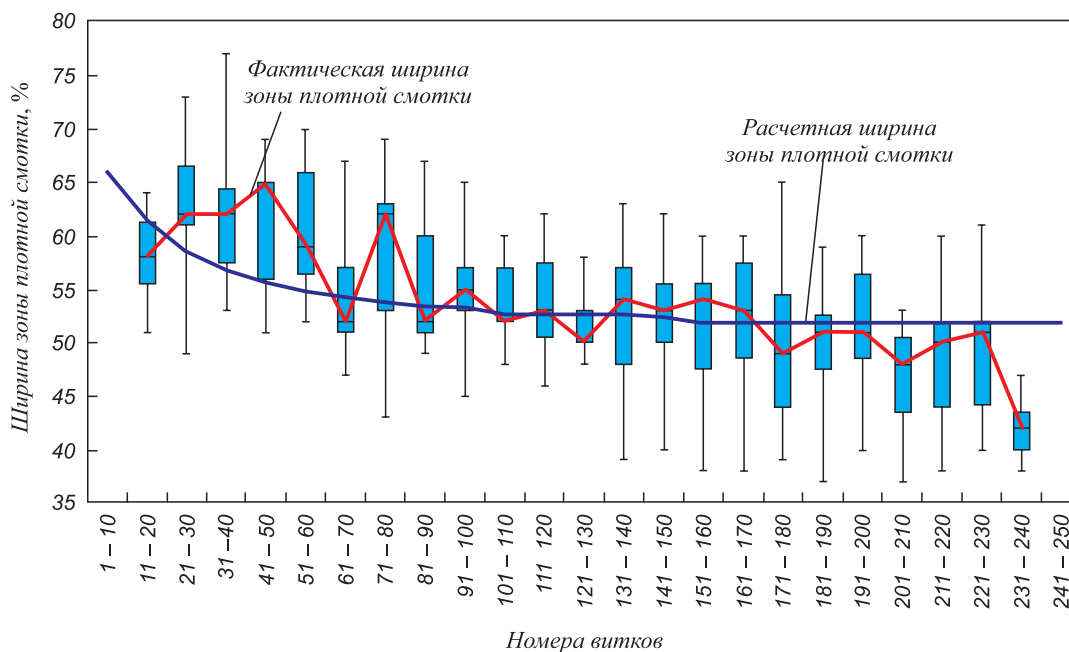


Рис. 3. Сравнение фактической и расчетной зон плотного прижатия витков

Fig. 3. Comparison of the actual and calculated zones of the tightly pressed rounds

- Curvature of sheet // CIS Iron and Steel Review. 2016. Vol. 12. P. 37 – 40.
17. Shinkin V.N. The mathematical model of the thick steel sheet flattening on the twelve-roller sheet-straightening machine. *Massage 2. Forces and moments* // CIS Iron and Steel Review. 2016. Vol. 12. P. 40 – 44.
 18. Shinkin V.N. Geometry of steel sheet in a seven-roller straightening machine // *Steel in Translation*. 2016. Vol. 46. No. 11. P. 776 – 780.
 19. Shinkin V.N. Preliminary straightening of thick steel sheet in a seven-roller machine // *Steel in Translation*. 2016. Vol. 46. No. 12. P. 836 – 840.
 20. Groshkova A.L., Polulyakh L.A., Travyanov A.Ya. etc. Phosphorus distribution between phases in smelting high-carbon ferromanganese in the blast furnace // *Steel in Translation*. 2007. Vol. 37. No. 11. P. 904 – 907.
 21. Podgorodetskii G.S., Yusfin Yu.S., Sazhin A.Yu. etc. Production of generator gas from solid fuels // *Steel in Translation*. 2015. Vol. 45. No. 6. P. 395 – 402.
 22. Orelkina O.A., Petelin A.L., Polulyakh L.A. Distribution of secondary gas emissions around steel plants // *Steel in Translation*. 2015. Vol. 45. No. 11. P. 811 – 814.
 23. Polulyakh L.A., Dashevskii V.Ya., Yusfin Yu.S. Manganese-ferroalloy production from Russian manganese ore // *Steel in Translation*. 2014. Vol. 44. No. 9. P. 617 – 624.
 24. Hu J., Marciniak Z., Duncan J. *Mechanics of Sheet Metal Forming*. – Butterworth-Heinemann, 2002. – 211 p.
 25. Banabic D. *Multiscale modeling in sheet metal forming*. – Springer, 2016. – 405 p.

Поступила 5 сентября 2016 г.

PARAMETRICAL MODEL OF STRESS-STRAIN STATE OF THE ROLL ON A COILER

S.M. Belskii, I.I. Shopin

Lipetsk State Technical University, Russia, Lipetsk

Abstract. The article presents a mathematical model of stress-strain state of the roll in the process of coiling at the simultaneous action of nonflatness, surfaces' roughness and gage transverse variation (a convexity of the cross-sectional profile). The stress-strain state of a thin steel strip roll has a significant effect on the distribution of temperature in the roll and the formation of scale during cooling at hot rolling, the weldability of the turns during annealing of the cold-rolled strip, the shape of the coil itself, etc. The mathematical model is based on representation the roll as separate embedded hollow cylinders of finite length. Cylinders are divided into separate sections in width. It is shown that, in this case, the sum of the solutions of the Lamé equation for individual sections converges with the solution for the cylinder as a whole. The model makes it possible to calculate the stress-strain state of a roll taking into account the formation of a gap between adjacent turns due to the

transverse strip thickness. The distribution in the roll of the radial and tangential stresses formed when the strip is under coiling is shown. The developed model makes it possible to calculate the stress-strain state of a roll when coiling an even strip, when coiling a convex flat strip without tension, when coiling a convex flat strip with a tension, less than tight tension, when coiling a convex flat strip with a tight tension, and also when coiling a convex uneven strip without tension. The calculation of convergence of the contacting surfaces taking into account the roughness is based on a probabilistic approach. The article presents an algorithm for calculating the stress-strain state of a roll. The present distribution of stresses in the roll is characteristic of coiling steel strips. Distribution in a roll of the radial and tangential tension created when coiling a strip is shown. Adequacy of this model in a case of coiling of a hot-rolled strip is checked by means of size of a zone of dense pressing of adjacent rounds. An estimation of density of pressing of rounds in a roll was evaluated by means of tarnishing on edges of a hot-rolled strip. The discrepancy between the measured and calculated areas of dense pressing is about 3 %.

Keywords: thin sheet rolling, coiling, stress-strain state of the coil, gage variation, roughness, flatness.

DOI: 10.17073/0368-0797-2017-11-925-931

REFERENCES

- Mazur V.L., Nogovitsyn A.V. *Teoriya i tekhnologiya tonkolistovoi prokatki. Chislennyye analiz i tekhnicheskie prilozheniya* [Theory and technology of thin sheet rolling. Numerical analysis and engineering applications]. Dnepropetrovsk: RVA "Dnipro-VAL", 2010, 500 p. (In Russ.).
- Mazur V.L. Production of cold-rolled steel coils. *Steel in Translation*. 2011, vol. 41, no. 9, pp. 756–760.
- Belsky S.M., Mazur I.P., Lezhnev S.N., Panin E.A. A two-zone model of browdening during rolling. *Journal of Chemical Technology and Metallurgy*. 2017, vol. 52, no. 2, pp. 180–185.
- Belskiy S., Mazur I., Lezhnev S., Panin E. Distribution of linear pressure of thin-sheet rolling across strip width. *Journal of Chemical Technology and Metallurgy*. 2016, vol. 51, no. 4, pp. 371–378.
- Larin Yu.I., Mukhin Yu. A., Shkatov V. V., Lukin A.S., Avtsynov V.N. Development of mathematical models of formation of properties and recrystallization annealing regimes of aluminum-killed low-carbon steels in bell furnaces. Part. 2. *Proizvodstvo prokata*. 2006, no. 11, pp. 31–35. (In Russ.).
- Larin Yu.I., Mukhin Yu.A., Shkatov V. V., Lukin A. S., Avtsynov V.N. Development of mathematical models of formation of properties and recrystallization annealing regimes of aluminum-killed low-carbon steels in bell furnaces. Part. 3. *Proizvodstvo prokata*. 2006, no. 12, pp. 12–15. (In Russ.).
- Belskiy S.M., Yankova S., Chuprov V.B., Bakhaev K.V., Stoyakin A.O. Temperature field of stripes under hot rolling. *Journal of Chemical Technology and Metallurgy*. 2015, vol. 50, no. 6, pp. 613–616.
- Ashikhmin G.V., Iroshnikov S.A. Formation of the profile of roll forming during the strip coiling. *Proizvodstvo prokata*. 2002, no. 9, pp. 14–17. (In Russ.).
- Ashikhmin G.V., Iroshnikov S.A. Connection of distribution of longitudinal stresses along the strip width in the roll and profile of its forming. *Proizvodstvo prokata*. 2002, no. 10, pp. 16–22. (In Russ.).
- Shinkin V.N., Kolikov A.P. Engineering calculations for processes involved in the production of large-diameter pipes by the SMS Meer technology. *Metallurgist*. 2012, vol. 55, no. 11-12, pp. 833–840.
- Shopin I.I., Bel'skii S.M. Simplified model of stress-deformed state of roll on coiler. *Proizvodstvo prokata*. 2016, no. 5, pp. 13–17. (In Russ.).
- Mazur V.L. *Proizvodstvo lista s vysokokachestvennoi poverkhnost'yu* [Sheet production of high-quality surface]. Kiev: Tekhnika, 1982, 166 p. (In Russ.).
- Shopin I.I., Bel'skii S.M. Layered model of stress-strain state of roll on coiler. *Proizvodstvo prokata*. 2016, no. 8, pp. 13–17. (In Russ.).
- Shinkin V.N., Kolikov A.P. Simulation of the shaping of blanks for large-diameter pipe. *Steel in Translation*. 2011, vol. 41, no. 1, pp. 61–66.
- Shinkin V.N., Kolikov A.P. Elastoplastic shaping of metal in an edge-bending press in the manufacture of large-diameter pipe. *Steel in Translation*. 2011, vol. 41, no. 6, pp. 528–531.
- Shinkin V.N. The mathematical model of the thick steel sheet flattening on the twelve-roller sheet-straightening machine. *Message 1. Curvature of sheet. CIS Iron and Steel Review*. 2016, vol. 12, pp. 37–40.
- Shinkin V.N. The mathematical model of the thick steel sheet flattening on the twelve-roller sheet-straightening machine. *Message 2. Forces and moments. CIS Iron and Steel Review*. 2016, vol. 12, pp. 40–44.
- Shinkin V.N. Geometry of steel sheet in a seven-roller straightening machine. *Steel in Translation*. 2016, vol. 46, no. 11, pp. 776–780.
- Shinkin V.N. Preliminary straightening of thick steel sheet in a seven-roller machine. *Steel in Translation*. 2016, vol. 46, no. 12, pp. 836–840.
- Groshkova A.L., Polulyakh L.A., Travyanov A.Ya., Dashevskii V.Ya., Yusfin Yu.S. Phosphorus distribution between phases in smelting high-carbon ferromanganese in the blast furnace. *Steel in Translation*. 2007, vol. 37, no. 11, pp. 904–907.
- Podgorodetskii G.S., Yusfin Yu.S., Sazhin A.Yu., Gorbunov V.B., Polulyakh L.A. Production of generator gas from solid fuels. *Steel in Translation*. 2015, vol. 45, no. 6, pp. 395–402.
- Orelkina O.A., Petelin A.L., Polulyakh L.A. Distribution of secondary gas emissions around steel plants. *Steel in Translation*. 2015, vol. 45, no. 11, pp. 811–814.
- Polulyakh L.A., Dashevskii V.Ya., Yusfin Yu.S. Manganese-ferroalloy production from Russian manganese ore. *Steel in Translation*. 2014, vol. 44, no. 9, pp. 617–624.
- Hu J., Marciniak Z., Duncan J. *Mechanics of Sheet Metal Forming*. Butterworth-Heinemann, 2002, 211 p.
- Banabic D. *Multiscale modeling in sheet metal forming*. Springer, 2016, 405 p.

Information about the authors:

S.M. Belskii, Dr Sci. (Eng.), Professor of the Chair "Metal Forming" (Bel'sky-55@yandex.ru)

I.I. Shopin, Postgraduate of the Chair "Metal Forming"

Received September 5, 2016