

УДК 621.735.32

## ВЛИЯНИЕ ПЕРЕМЕННЫХ СИЛ ТРЕНИЯ НА РАЗМЕРЫ ЗОН СКОЛЬЖЕНИЯ, ТОРМОЖЕНИЯ И ЗАСТОЯ ПРИ ОСАДКЕ ПОЛОСЫ

*Баранов Г.Л., д.т.н., профессор кафедры «Детали машин» (bargeleo@mail.ru)*

Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина  
(620002, Россия, Екатеринбург, ул. Мира, 19)

**Аннотация.** Получены новые аналитические решения для анализа напряженного состояния при осадке полосы из идеального жесткопластического материала в условиях плоской деформации. Рассмотрены участки с переменными силами трения. Основное отличие полученных решений от известных заключается в использовании точного условия пластичности Мизеса вместо приближенного, записанного в главных напряжениях. Для расчета контактных напряжений на участке скольжения принят закон трения Амонтона–Кулона. Из интегрального условия равновесия торца полосы получена зависимость контактных напряжений на торце от коэффициента трения. Установлено, что в сечении, расположенном на расстоянии  $x$  от торца, производная от контактного напряжения по координате  $x$  обращается в нуль в конце участка скольжения при достижении касательными напряжениями предела текучести при чистом сдвиге. Показано, что замена точного условия пластичности приближенным приводит к существенному уменьшению размеров участка скольжения. Из решения уравнений равновесия плоской задачи с использованием параболической аппроксимации условия пластичности получены рекуррентные зависимости для определения контактных напряжений на участке застоя. Установлено, что с уменьшением силы трения на границе участка застоя его ширина увеличивается. В результате численного анализа напряженного состояния на участке застоя предложены эмпирические зависимости ширины участка от значения контактных касательных напряжений на его границе. Найдены условия существования участков торможения и скольжения, предложены зависимости для вычисления равнодействующих нормальных контактных напряжений на этих участках. С учетом полученных распределений контактных напряжений уточнены выражения для определения усилия осадки полосы. Выполнено сопоставление полученных результатов с известными экспериментальными и теоретическими данными. Дана оценка погрешности расчета усилия осадки инженерным методом.

**Ключевые слова:** осадка, условия трения, контактные напряжения, условия существования и размеры участков скольжения, торможения и застоя, усилие осадки.

**DOI:** 10.17073/0368-0797-2017-9-691-697

Величина и характер приложения технологических нагрузок к исполнительным органам машин для обработки металлов давлением, а также качество получаемых изделий в значительной степени определяются распределением напряжений на контактной поверхности очага деформации [1 – 2]. Экспериментально установлено, что при осадке полосы в условиях плоской деформации на контактной поверхности в общем случае можно выделить три характерные зоны: скольжения, торможения и застоя [3 – 7]. В зоне скольжения касательные контактные напряжения возрастают по направлению от торца полосы к ее оси, в зоне торможения остаются неизменными, равными  $\tau_s$  – пределу текучести при чистом сдвиге, а в зоне застоя уменьшаются до нуля в нейтральном сечении полосы. С уменьшением ширины полосы сначала пропадает зона торможения, и эпюра контактных напряжений становится двухзонной. Затем происходит уменьшение ширины зоны скольжения вплоть до ее исчезновения и на эпюре контактных напряжений остается только зона застоя.

Для анализа напряженного состояния при осадке полосы из идеального жестко-пластического материала используют следующие дифференциальные уравнения равновесия

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0; \quad (1, a)$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau}{\partial x} = 0 \quad (1, б)$$

совместно с условием пластичности Мизеса:

$$\sigma_x - \sigma_y = 2\tau_s \sqrt{1 - \left(\frac{\tau}{\tau_s}\right)^2}, \quad (2)$$

где  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  – нормальные напряжения;  $\tau$  – касательные напряжения.

Точные решения системы уравнений (1) – (2) для зон с постоянными силами трения приведены в работах [7 – 10]. Для зон скольжения и застоя имеются решения [3, 11 – 13], основанные на использовании приближенного условия пластичности, записанного в главных напряжениях. При определении контактных напряжений в этих зонах широко применяется инженерный метод [3], суть которого заключается в том, что из двух уравнений равновесия рассматривают только уравнение (1, а). На основании экспериментальных исследований принимают, что в зоне сколь-

жения контактные напряжения подчиняются закону трения Амонтона–Кулона. Для зоны застоя используют допущения о линейной зависимости контактных касательных напряжений от расстояния до нейтрального сечения полосы и о равенстве ширины этой зоны  $L_3$  толщине полосы  $2h$ . При указанных допущениях получены аналитические выражения для описания контактных напряжений в зонах скольжения и застоя и определения усилия осадки [3].

В работах [14, 15] найдены замкнутые решения уравнения (1, а) совместно с условием пластичности (2) для контактных напряжений в зонах с переменными силами трения. Установлено, что замена точного условия пластичности приближенным существенно меняет ширину зоны скольжения и характер изменения контактных напряжений. Применяя метод послойного деления очага деформации изолиниями касательных напряжений совместно с параболической аппроксимацией условия пластичности, в работах [15, 16] нашли распределения контактных напряжений в зоне застоя и зависимость ширины этой зоны от показателя трения  $\mu = \tau_m / \tau_s$ , где  $\tau_m$  – максимальное касательное напряжение в зоне застоя.

Цель данной работы – совершенствование методики расчета размеров зон скольжения, торможения и застоя при осадке полосы с учетом распределения контактных напряжений в пределах этих зон, полученных из решения системы уравнений (1) – (2), и уточнение зависимостей для определения усилия осадки полосы.

Используя закон трения Амонтона–Кулона совместно с допущением о линейном распределении касательных напряжений по толщине полосы, зависимость между касательными и нормальными контактными напряжениями для зоны скольжения представили в виде

$$z = \frac{\tau}{\tau_s} = \left(\frac{y}{h}\right) pf, \quad (3)$$

где  $f$  – коэффициент трения;  $p = \frac{|\sigma_y|}{\tau_s}$  – относительные нормальные контактные напряжения (далее просто нормальные контактные напряжения).

Примем обозначение  $z_k = z$  при  $y = h$ . Распределение нормальных контактных напряжений в зоне скольжения для условия пластичности в форме (2) задается выражением [15]

$$\frac{\ln pf}{f} + 2 \arcsin(pf) = \frac{x}{h} + C_1, \quad (4)$$

где  $x$  – координата контактной поверхности;  $C_1$  – произвольная постоянная, определяемая из граничных условий.

Располагая начало координат на торце полосы, получили выражение для  $C_1$ :

$$C_1 = \frac{\ln p_0 f}{f} + 2 \arcsin(p_0 f),$$

где  $p_0$  – нормальные напряжения на торце.

Величина  $p_0$  зависит от распределения касательных контактных напряжений в зоне скольжения [9]. Как показано в работе [10], при постоянной силе контактного трения, характеризуемой показателем трения  $\mu$ , максимальному возможному значению  $\mu = 1$  соответствует  $p_0 = 0,5\pi$ . В случае отсутствия силы трения ( $\mu = 0$ ) получено  $p_0 = 2$ . Определим  $p_0$  при использовании закона трения Амонтона–Кулона из условия отсутствия нормальной силы на торце:

$$\int_0^h \sigma_x dy = 0. \quad (5)$$

Из уравнения (1, б) с учетом (3) получили зависимость для определения  $\sigma_y$  в торцевом сечении:

$$\sigma_y = -\int \frac{\partial \tau}{\partial x} dy = \tau_s \left[ C_2 - 0,5 \left(\frac{y}{h}\right)^2 uf \right], \quad (6)$$

где  $C_2$  – произвольная постоянная;  $u = hdp/dx$  при  $x = 0$ .

Значение  $u$  определили, дифференцируя по  $x$  правую и левую части уравнения (4) с учетом обозначения  $t = p_0 f$ :

$$u = \frac{t\sqrt{1-t^2}}{\sqrt{1-t^2} + 2tf}.$$

Выразили  $\sigma_x$  из условия пластичности (2), подставили в уравнение (5) и, принимая во внимание (6), записали после преобразований:

$$C_2 = \frac{uf}{6} - \sqrt{1-t^2} - \frac{\arcsin t}{t}.$$

Из выражения (6) при  $y = h$  и  $\sigma_y = -p_0/\tau_s$  с учетом  $C_2$  получили трансцендентное уравнение для определения  $p_0$ :

$$p_0 - \sqrt{1-t^2} - \frac{\arcsin t}{t} - \frac{uf}{3} = 0. \quad (7)$$

Как следует из уравнения (7), максимальное возможное значение коэффициента трения  $f_{\max} = 2/\pi$  соответствует  $t = 1$  и  $p_0 = \pi/2$ . В этом случае ширина зоны скольжения и производная  $dp/dx$  обращаются в нуль. Результаты вычислений  $p_0$  по уравнению (7) с погрешностью не более 0,5 % аппроксимировали выражением

$$p_0 = 2 - 1,22f^{2,3}.$$

Максимальную возможную ширину зоны скольжения  $L_c$  нашли из уравнения (4) при  $pf = 1$ :

$$\frac{L_c}{h} = \pi - C_1. \quad (8)$$

Как следует из сопоставления результатов расчета  $L_c$ , полученных по формуле (8) и инженерным методом [3], использование приближенного условия пластичности при  $f = 0,2$  приводит к уменьшению ширины зоны скольжения на 60 %, при  $f = 0,4$  – более, чем в четыре раза.

В работе [15] из решения системы уравнений (1) и (2) с использованием параболической аппроксимации условия пластичности получены рекуррентные зависимости для определения касательных и нормальных контактных напряжений в зоне застоя:

$$\frac{\tau_k}{\tau_s} = \mu |\operatorname{th} \lambda_i|; p = G_i + 2\sqrt{1 - \mu^2 \operatorname{th}^2 \lambda_i} - \frac{0,25}{B_i} \ln(\operatorname{ch} \lambda_i), \quad (9)$$

где  $\lambda_i = 4\mu B_i \frac{x_2 - S_i}{h}$ ;  $x_2$  – координата, отсчитываемая от оси симметрии полосы;  $B_i, S_i, G_i$  – произвольные постоянные, определяемые номером участка аппроксимации  $i$ .

При наличии на контактной поверхности очага деформации зоны торможения, показатель трения на границе зон застоя и торможения  $\mu = 1$ . В этом случае ширина зоны застоя  $L_3 = 0,72h$  [15]. Запишем условие существования зоны торможения  $a > a_1$ , где  $a$  – половина ширины полосы;  $a_1 = L_c + 0,72h$ . Если  $a < a_1$ , то на контактной поверхности при  $L_c > 0$  остаются две зоны: скольжения и застоя. На границе этих зон касательное контактное напряжение достигает максимального значения  $\tau_m < \tau_s$ , которому соответствует показатель трения  $\mu = \tau_m / \tau_s$ . Как показано в работе [15], уменьшение показателя трения приводит к увеличению ширины зоны застоя. С погрешностью не более 5 % зависимость  $L_3$  от  $\mu$  аппроксимируем функциями:

$$\begin{aligned} L_3/h &= 5,5(0,86 - \mu + 0,27\mu^2) \text{ при } 0,5 \leq \mu < 1; \\ L_3/h &= 1,32/\mu \text{ при } \mu < 0,5. \end{aligned} \quad (10)$$

Рассмотрим порядок определения ширины зон скольжения и застоя для двухзонных эпюр при  $a < a_1$ . На границе зон скольжения и застоя контактные касательные напряжения  $\tau_m$  пропорциональны нормальным напряжениям  $p_1$ :

$$\mu = fp_1. \quad (11)$$

Зависимость между напряжением  $p_1$  и шириной зоны скольжения  $L_{c1} = a - L_3$  получили из формулы (4) после подстановки  $p = p_1$  и  $x = L_{c1}$  с учетом (10):

$$\frac{\ln fp_1}{f} + 2 \arcsin fp_1 = \frac{a - L_3}{h} + C_1. \quad (12)$$

Исключая  $L_3$  и  $p_1$  из выражений (10) – (12), численными методами нашли  $\mu$  по заданным значениям  $f$  и  $a/h$ . Далее с использованием (10) вычислили ширину зоны застоя  $L_3$ . Для определения ширины полосы  $a_2$ , при которой двухзонная эпюра контактных напряжений переходит в однозонную, определили показатель трения на торце полосы  $\mu_0 = fp_0$  и подставили  $\mu = \mu_0$  в выражения (10).

Результаты расчета граничных значений относительной ширины полосы  $a_1/h$  (кривая 1) и  $a_2/h$  (кривая 2) представлены на рис. 1. Точки, расположенные выше кривой 1, соответствуют трехзонным, между кривыми 1 и 2 – двухзонным и ниже кривой 2 – однозонным эпюрам контактных напряжений. На рис. 2 показаны двухзонные (а) и трехзонные (б) эпюры нормальных (кривые 1) и касательных (кривые 2) контактных напряжений, построенные при  $f = 0,3$  по предложенной методике. Здесь же для сравнения приведены эпюры нормальных контактных напряжений, полученные инженерным методом (кривые 3). Из анализа полученных результатов следует, что для холодной осадки с изменением коэффициента трения в пределах 0,15 – 0,25 [3] зона торможения может появиться лишь при  $a_0 = a/h > 6 - 8$ . Здесь большее значение относится к осадке со смазкой, меньшее – без смазки. Следовательно, экспериментально полученные в работе [3] эпюры контактных напряжений, с точки зрения приведенного выше математического описания, являются двухзонными. Это позволяет объяснить экспериментально установленное различие углов наклона участков эпюр, относящихся, по мнению автора работы [3], к зоне торможения, для осадки со смазкой и без смазки.

Усилие осадки определим по формуле

$$P = 2aBp_{cp},$$

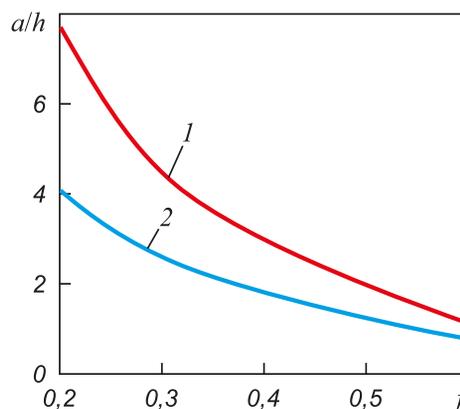


Рис. 1. Влияние коэффициента трения на граничные значения ширины полосы для двухзонных эпюр контактных напряжений:

$$1 - a_1/h; 2 - a_2/h$$

Fig. 1. Influence of friction coefficient on the boundary values of strip width for bizonal curves of contact stresses:

$$1 - a_1/h; 2 - a_2/h$$

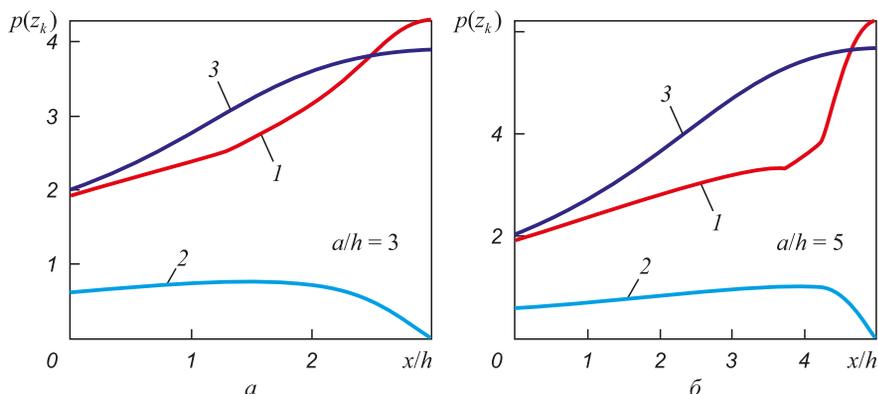


Рис. 2. Двухзонные (а) и трехзонные (б) эпюры нормальных (1) и касательных (2) контактных напряжений, полученные предложенным методом, и эпюры нормальных контактных напряжений (3), построенные инженерным методом при  $f=0,3$

Fig. 2. Bizonal (a) and three-zone (b) curves of the normal (1) and tangential (2) contact stresses, calculated by the proposed method, and curves of normal contact stress, calculated by the engineering method (3), when  $f=0.3$

где  $B$  – длина полосы;  $p_{cp}$  – среднее давление на контактной поверхности.

В общем случае имеем:

$$p_{cp} = \tau_s \frac{S_c + S_T + S_3}{a}, \quad (13)$$

где  $S_c, S_T, S_3$  – площади эпюры нормальных напряжений в зонах скольжения, торможения и застоя.

Как следует из формулы (4), в зоне скольжения давление  $p$  является монотонно возрастающей функцией от координаты  $x$ :

$$x = h \left( \frac{\ln pf}{f} + 2 \arcsin pf - C_1 \right).$$

Используя обратную функцию, исходный интеграл для определения  $S_c$  представили в следующем виде:

$$S_c = \int_0^{L_c} p dx = p_1 L_{c1} - \int_{p_0}^{p_1} x dp,$$

где  $p_1 = \mu/f$  – нормальное контактное напряжение на границе зоны застоя.

Подставив сюда  $x$ , получили после преобразований:

$$S_c = h \frac{p_1 - p_0 + 2\sqrt{1 - (fp_0)^2} - 2\sqrt{1 - \mu^2}}{f}. \quad (14)$$

В случае трехзонной эпюры в этом выражении следует принять  $\mu = 1$ . На основании решения Прандтля для зоны торможения площадь  $S_T$  определим по формуле

$$S_T = 0,5(p_1 + p_2)L_T, \quad (15)$$

где  $L_T$  – ширина зоны торможения,  $L_T = a - L_c - L_3$ ;  $p_2$  – нормальное напряжение на границе зон торможения и застоя,  $p_2 = p_1 + L_T/h$ .

Для зоны застоя

$$S_3 = \int_0^{L_3} p dx. \quad (16)$$

Подставив сюда  $p$  из (9), выполнили численное интегрирование, используя методику работы [15]. В результате получили для трехзонной эпюры

$$S_3 = (1,52 + p_2)L_3. \quad (17)$$

После подстановки полученных площадей эпюр в (13) и преобразований, зависимость удельного давления  $q$  от  $a_0$  для трехзонной эпюры представили в виде трехчлена:

$$q = \frac{p_{cp}}{2\tau_s} = K_0 a_0 + K_1 + \frac{K_2}{a_0}, \quad (18)$$

где  $K_0 = 0,25$ ;  $K_1 = 0,5 \left( \frac{1}{f} - \frac{L_c}{h} \right)$ ;

$$K_2 = 0,5 \left( \frac{S_c}{h} - L_c \frac{\frac{1}{f} - 0,5 \frac{L_c}{h}}{h} + 0,83 \right).$$

С увеличением коэффициента трения  $f$  значения  $K_1$  увеличиваются,  $K_2$  – уменьшаются (рис. 3). При действии на контактной поверхности максимальной силы трения  $f = f_{max}$ , участок скольжения отсутствует и на основании (18)  $K_1 = 0,25\pi$ ,  $K_2 = 0,415$ . Пренебрегая участком падения касательных напряжений в зоне застоя, на основании решения Прандтля в работе [9] получили при  $\tau_k = \tau_s$  следующие значения коэффициентов:  $K_1 = 0,25\pi$ ,  $K_2 = 0$ . При использовании инженерного метода в этом случае для  $a_0 \geq 2$  имеем  $K_1 = 1$ ,  $K_2 = -0,33$ . Коэффициент  $K_2$  учитывает влияние зоны застоя на расчетное усилие осадки. Из приведенного сопоставления значений  $K_2$  следует, что учет зоны застоя совместно с точным условием пластичности (2) приводит

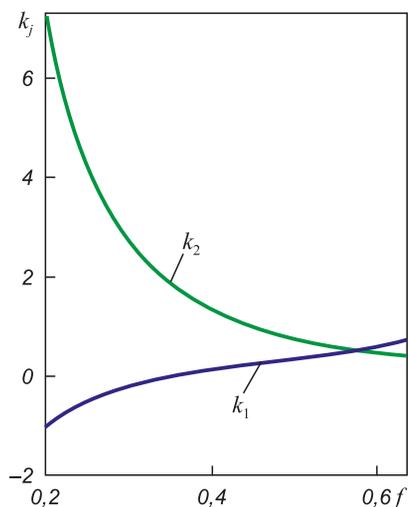


Рис. 3. Влияние коэффициента трения на коэффициенты  $K_i$  формулы (18)

Fig. 3. Influence of friction coefficient on  $K_i$  coefficients from formula (18)

к увеличению расчетного усилия осадки по сравнению со случаем, когда на всей контактной поверхности очага деформации действуют максимальные по величине касательные напряжения  $\tau_k = \tau_s$ . Этот вывод хорошо согласуется с данными работ [13, 14, 17]. Зависимости, аналогичные формуле (18), при различных значениях коэффициентов  $K_i$  находят широкое применение не только для осадки, но и для определения усилия горячей прокатки полосы [18 – 20].

Анализ результатов расчета удельного давления по формуле (18), представленных на рис. 4, а, позволил установить, что для трехзонных эпюр при  $a > (1 + 2,5f^2)a_1$  удельное давление практически линейно зависит от  $a_0$  и последним членом в формуле (18) можно пренебречь. В случае небольших коэффициентов трения  $f \leq 0,25$ , характерных для холодной осадки, зона торможения может появиться лишь при  $a_0 > 6$ . Сравнение удельных

давлений, полученных при максимальной силе контактного трения предложенным (кривая  $f_{max}$ ) и инженерным (кривая  $W$ ) методами, показало, что при  $a_0 = 3$  они практически совпадают, при  $a_0 < 3$  инженерный метод дает заниженные значения  $q$ . Указанное различие в результатах расчета растет с уменьшением  $a_0$ , достигая 26 % при  $a_0 = 2$ .

Рассмотрим порядок определения удельного давления для двухзонных эпюр. Используя выражения (10) – (12), находим параметры  $\mu$  и  $L_3$ , определяющие положение границы зон скольжения и застоя. Среднее контактное давление рассчитаем по формуле (13), в которой  $S_T = 0$ . Значение  $S_c$  найдем по формуле (14). Площадь эпюры в зоне застоя равна  $S_3 = p_3 L_3$ , где  $p_3$  – среднее давление в этой зоне. Величину  $p_3$  определили, вычисляя численными методами интеграл (16) по методике работы [15]. Результаты расчета аппроксимировали выражением

$$p_3 = p_1 + 3,07(1 - 2,44\mu + 1,93\mu^2).$$

Анализ зависимости удельного давления от  $a_0$ , выполненный для двухзонных эпюр по изложенной методике, показал (рис. 4, б), что  $q$  с увеличением  $a$  возрастает при  $f < 0,35$ , остается практически неизменным при  $f \approx 0,4$  и уменьшается при  $f > 0,45$ . Установлено, что при  $f \leq 0,3$  для расчета  $q$  с незначительной погрешностью можно использовать формулу (18), принимая в ней  $K_0 = 0,124f^{0,33}$ ,  $K_1 = 0,77/f^{0,33}$  и  $K_2 = 0$ .

**Выводы.** Для процесса осадки прямоугольной полосы проведен анализ новых решений по определению контактных напряжений в зонах очага деформации с переменными силами трения. Установлено, что использование точного условия пластичности вместо приближенного, записанного в главных напряжениях, меняет характер эпюр контактных напряжений в зонах скольжения и застоя, а также существенно влияет на размеры этих зон. Определены условия существования зон тор-

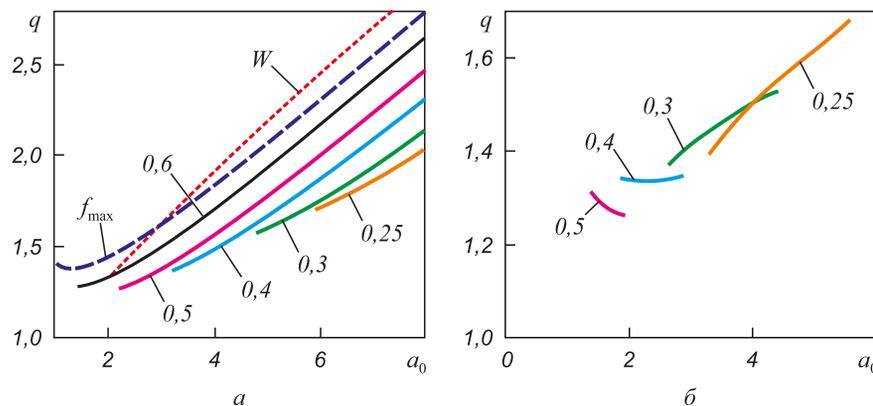


Рис. 4. Зависимость удельного давления от  $a_0$  и коэффициента трения для трехзонных (а) и двухзонных (б) эпюр контактных напряжений (цифры у кривых означают коэффициент трения)

Fig. 4. Dependence of the specific pressure on  $a_0$  and on friction coefficient for the three-zone (a) and bizonal (b) curves of contact stresses (numbers on the curves indicate the friction coefficient)

можения и скольжения в зависимости от коэффициента трения и относительной ширины полосы. С учетом полученных распределений контактных напряжений уточнены выражения для определения усилия осадки полосы. Выполнено сопоставление полученных результатов с известными экспериментальными и теоретическими данными. Дана оценка погрешности расчета усилия осадки инженерным методом.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Контактное трение в процессах обработки металлов давлением / А.Н. Леванов, В.Л. Колмогоров, С.П. Буркин и др. – М.: Металлургия, 1976. – 416 с.
2. Грудев А.П., Зильберг Ю.В., Тилик В.Т. Трение и смазки при обработке металлов давлением. – М.: Металлургия, 1982. – 312 с.
3. Унксов Е.П. Инженерная теория пластичности. – М.: Mashgiz, 1959. – 328 с.
4. Грудев А.П. Теория прокатки. – М.: Интермет Инжиниринг, 2001. – 280 с.
5. Никитин Г.С. Теория непрерывной продольной прокатки. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2009. – 399 с.
6. Сторожев М.В., Попов Е.А. Теория обработки металлов давлением. – М.: Машиностроение, 1977. – 424 с.
7. Теория пластических деформаций металлов / Е.П. Унксов, У. Джонсон, В.Л. Колмогоров и др. – М.: Машиностроение, 1983. – 598 с.
8. Соколовский В.В. Теория пластичности. – М.: Высшая школа, 1969. – 608 с.
9. Малинин Н.Н. Технологические задачи пластичности и ползучести. – М.: Высшая школа, 1979. – 119 с.
10. Третьяков Е.М. Упругие и пластические деформации в тонких полосах при сжатии их между плоскими жесткими штампами // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. 2015. № 3. С. 103 – 118.
11. Смирнов В.С. Теория обработки металлов давлением. – М.: Металлургия, 1973. – 496 с.
12. Воронцов А.Л. Решение плоской задачи теории пластичности при анализе процессов обработки металлов давлением. Часть 2. Напряженное и кинематическое состояние при осадке прямоугольной полосы с трением // КШП. ОМД. 2012. № 7. С. 3 – 15.
13. Гарбер Э.А., Кожевникова И.А., Тарасов П.А. Расчет усилий горячей прокатки тонких полос с учетом напряженно-деформированного состояния в зоне прилипания очага деформации // Прокатное производство. 2007. № 4. С. 7 – 14.
14. Баранов Г.Л. Анализ контактных напряжений в зоне очага пластической деформации со знакопеременными силами трения // Изв. вуз. Черная металлургия. 2015. Т. 58. № 3. С. 192 – 195.
15. Баранов Г.Л. Определение контактных напряжений при осадке прямоугольной полосы // Изв. вуз. Цветная металлургия. 2015. № 4. С. 25 – 31.
16. Баранов Г.Л. Совершенствование методов расчета напряжений в задачах плоской пластической деформации // КШП ОМД. 2015. № 3. С. 3 – 9.
17. Баранов Г.Л. Совершенствование расчета контактных напряжений при прокатке полосы // Сталь. 2015. № 6. С. 34 – 39.
18. Коновалов Ю.В. Справочник прокатчика. Кн. 1. Производство горячекатаных листов и полос. – М.: Теплотехник, 2008. – 640 с.
19. Николаев В.А. Расчет усилия при горячей прокатке // Изв. вуз. Черная металлургия. 2005. № 1. С. 24 – 29.
20. Бровман М.Я. Применение теории пластичности в прокатке. – М.: Металлургия, 1991. – 254 с.

Поступила 19 мая 2016 г.

IZVESTIYA VUZOV. CHERNAYA METALLURGIYA = IZVESTIYA. FERROUS METALLURGY. 2017. VOL. 60. NO. 9, PP. 691–697.

## INFLUENCE OF VARIABLE FRICTION FORCES ON SIZES OF SLIP, RETARDATION AND DEAD ZONES IN UPSETTING PROCESS

G.L. Baranov

Ural Federal University named after the first President of Russia  
B.N. Yeltsin, Ekaterinburg, Russia

**Abstract.** The analyses of new solutions to determine the contact stress in zones with variable frictional forces for upsetting the rectangular strip were executed. It is shown that replacement of the Mises precise plasticity condition by an approximate condition in terms of primary stress changes the character of curves contact stresses in the slip and dead zones, and significantly influences on the dimensions of these zones. It was established that with the decrease of the friction force at the boundary of the dead zone its width increases. As a result of numerical analysis of the stress state at the dead zone dependence of its width from the value of contact shear stresses on the boundary of dead zone was proposed. Conditions of existence and sizes of the slip, retardation and dead zones on the contact surface of the deformation region were installed in dependence on friction coefficient and relative width of the strip. Considering distributions of the contact stresses, expressions to determine the efforts of the upsetting process were found. The results were compared with known experimental and theoretical data. The estimation of error calculation effort of upsetting was obtained by the engineering methods.

**Keywords:** upsetting process, friction conditions, contact stress, slip, retardation and dead zones, upsetting force.

DOI: 10.17073/0368-0797-2017-9-691-697

#### REFERENCES

1. Levanov A.N., Kolmogorov V.L., Burkin S.P. etc. *Kontaktное trenie v protsessakh obrabotki metallov davleniem* [Contact friction in metal forming processes]. Moscow: Metallurgiya, 1976, 416 p. (In Russ.).
2. Grudev A.P., Zil'berg Yu.V., Tiliik V.T. *Trenie i smazki pri obrabotke metallov davleniem* [Friction and lubrication in metal forming]. Moscow: Metallurgiya, 1982, 312 p. (In Russ.).
3. Unksov E.P. *Inzhenernaya teoriya plastichnosti* [Engineering theory of plasticity]. Moscow: Mashgiz, 1959, 328 p. (In Russ.).
4. Grudev A.P. *Teoriya prokatki* [Rolling theory]. Moscow: Internet Inzhiniring, 2001, 280 p. (In Russ.).
5. Nikitin G.S. *Teoriya nepreryvnoi prodol'noi prokatki* [Theory of continuous longitudinal rolling]. Moscow: Izd-vo MGTU im. N.E. Bauman. 2009, 399 p. (In Russ.).
6. Storozhev M.V., Popov E.A. *Teoriya obrabotki metallov davleniem* [Theory of metal forming processes]. Moscow: Mashinostroenie, 1977, 424 p. (In Russ.).
7. Unksov E.P., Johnson W., Kolmogorov V.L. etc. *Teoriya plasticheskikh deformatsii metallov* [Theory of the plastic deformation of metals]. Moscow: Mashinostroenie, 1983, 598 p. (In Russ.).
8. Sokolovskii V.V. *Teoriya plastichnosti* [Theory of plasticity]. Moscow: Vysshaya shkola, 1969, 608 p. (In Russ.).
9. Malinin N.N. *Tekhnologicheskie zadachi plastichnosti i polzuchesti* [Technological problems of plasticity and creep]. Moscow: Vysshaya shkola, 1979, 119 p. (In Russ.).
10. Tret'yakov E.M. Elastic and plastic deformations of thin strips under their compression between plane rigid stamps. *Vestnik MGTU*

- im. N.E. Bauman. Ser. Mashinostroenie*. 2015, no. 3, pp. 103–118. (In Russ.).
11. Smirnov V.S. *Teoriya obrabotki metallov davleniem* [Theory of metal forming]. Moscow: Metallurgiya, 1973, 496 p. (In Russ.).
  12. Vorontsov A.L. Solution of the plane problem of the theory of plasticity in metal forming processes analysis. Part 2. Stress and kinematic states at upsetting the rectangular strip with friction. *Kuznechno-shtampovochnoe proizvodstvo. Obrabotka materialov davleniem*. 2012, no. 7, pp. 3–15. (In Russ.).
  13. Garber E. A., Kozhevnikova I. A., Tarasov P. A. Calculating the hot-rolling forces for thin strip, with allowance for the stress–strain state in adhesion zone of deformation region. *Prokatnoe proizvodstvo*. 2007, no. 4, pp. 7–14. (In Russ.).
  14. Baranov G.L. Analysis of the contact stresses in the zone of plastic deformation with sign-variable friction forces. *Izvestiya VUZov. Chernaya metallurgiya = Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2015, vol. 58, no. 3, pp. 192–195. (In Russ.).
  15. Baranov G.L. Determination of contact stresses when upsetting a rectangular strip. *Izvestiya VUZov. Tsvetnaya metallurgiya*. 2015, no. 4, pp. 25–31. (In Russ.).
  16. Baranov G.L. Improvement of calculation methods for stresses in tasks of flat plastic deformation. *Kuznechno-shtampovochnoe proizvodstvo. Obrabotka materialov davleniem*. 2015, no. 3, pp. 3–9. (In Russ.).
  17. Baranov G.L. Improved calculation of the contact stress in strip rolling. *Steel in Translation*. 2015, vol. 45, no. 6, pp. 447–452.
  18. Kononov Yu.V. *Spravochnik prokatchika. Kniga 1. Proizvodstvo goryachekatanykh listov i polos* [Reference book of rollerman. Book 1. Production of hot-rolled sheets and strips]. Moscow: Teplotekhnika, 2008, 640 p. (In Russ.).
  19. Nikolaev V.A. Effort calculation at hot rolling. *Izvestiya VUZov. Chernaya metallurgiya = Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2005, no. 1, pp. 24–29. (In Russ.).
  20. Brovman M.Ya. *Primenenie teorii plastichnosti v prokatke* [Application of the theory of plasticity in rolling]. Moscow: Metallurgiya, 1991, 254 p. (In Russ.).

**Information about the author:**

**G.L. Baranov**, Dr. Sci. (Eng.), Professor of the Chair “Machinery Parts” (bargeleo@mail.ru)

Received May 19, 2016