

УДК 519.677

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЗАПОЛНЕНИЯ МЕТАЛЛОМ КРИСТАЛЛИЗАТОРА УНРС\*

**Одинокое В.И.<sup>1</sup>**, д.т.н., профессор-консультант кафедры  
«Машиностроение и металлургия» (odinokov@uralweb.ru)

**Дмитриев Э.А.<sup>1</sup>**, д.т.н., профессор, ректор (rector@knastu.ru)

**Евстигнеев А.И.<sup>1,2</sup>**, д.т.н., профессор, советник при ректорате (diss@knastu.ru)

<sup>1</sup> Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет  
(681013, Россия, Хабаровский край, Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27)

<sup>2</sup> Институт машиноведения и металлургии ДВО РАН  
(681005, Россия, Хабаровский край, Комсомольск-на-Амуре, ул. Металлургов, 1)

**Аннотация.** Математическое моделирование течения жидкого расплава в кристаллизаторе установки непрерывной разливки стали до сих пор является малоизученным. Аналитические решения течения расплава в общем случае являются сложной математической задачей. Тем не менее для некоторых случаев точные решения найдены. Такие аналитические решения служат средством проверки результатов численных методов решения. Цель настоящей работы – использование численного метода, предложенного профессором В.И. Одиноким, основанным на конечно-разностном представлении исходной системы уравнений. Метод успешно использован в механике сплошных сред, в литейном производстве при математическом моделировании напряженного деформированного состояния оболочковых форм по выплавляемым моделям, а также и в других технологических работах, что говорит о его универсальности. В настоящей работе объектами исследований стали гидродинамические и тепловые потоки жидкого металла при разливке стали в кристаллизатор прямоугольного сечения установки непрерывной разливки стали, а результатом – пространственная математическая модель, описывающая потоки жидкого металла в кристаллизаторе. Для моделирования процессов, протекающих при заполнении, использован программный комплекс «Одиссей». В основу теоретических расчетов положены основополагающие уравнения гидродинамики, уравнения математической физики (уравнение теплопроводности с учетом массопереноса) и апробированный численный метод. Решение сформулированной в работе системы дифференциальных уравнений осуществляли численным способом. Исследуемую область разбивали на элементы конечных размеров, для каждого элемента записывали в разностном виде полученную систему уравнений. Результат решения – поля скоростей потока металла и температурные поля в объеме кристаллизатора. Для решения полученной системы алгебраических уравнений разработаны численные схемы и алгоритмы расчета. По разработанным численным схемам и алгоритмам составлена программа расчета на языке Fortran-4. Математическая модель позволяет варьировать геометрические размеры кристаллизатора и сечения отверстий выхода металла из погружного стакана, а также может помочь понять схему движения разливаемого металла, влияющую на теплоотвод стенками кристаллизатора, и найти оптимальные параметры выхода жидкого металла из погружного стакана при различных режимах разливки. Приведен пример расчета разливки стали в кристаллизатор прямоугольного сечения высотой 100 см. Разливку осуществляли из погружного стакана симметрично в обе стороны в горизонтальной плоскости. Результат решения представлен в графической форме. Показано движение потоков жидкого металла в разных сечениях кристаллизатора. Выявлены области кругового течения металла, а также области в объеме кристаллизатора, где наблюдается вихревое движение жидкого металла, определены их величины и интенсивность. Представленное поле температур указывает на наличие локальной области с высокой температурой на стенке кристаллизатора, что объясняется направленным потоком горячего металла, выходящего из отверстия погружного стакана.

**Ключевые слова:** численное моделирование, гидродинамика, тепломассоперенос, жидкий металл, разливка, кристаллизатор, установка непрерывной разливки стали.

DOI: 10.17073/0368-0797-2017-6-493-499

Процесс разливки металла в установке непрерывной разливки стали (УНРС) осуществляется следующим образом (рис. 1): из промежуточного ковша жидкий металл (ЖМ) через погружной керамический стакан и отверстия поступает в водоохлаждаемый кристаллизатор прямоугольного сечения. На стенках кристаллизатора вследствие отвода тепла образуется корочка, которая специальными вытяжными устройствами вытягивается из кристаллизатора со скоростью  $v_u$ .

С целью упрощения решения задачи принимаем, что погружной стакан квадратного поперечного сече-

ния, и пренебрегаем нарастающей корочкой. Толщина корочки в нижней части кристаллизатора составляет 10 – 20 мм, поперечное сечение кристаллизатора 2000×250 мм. Тогда с учетом двухплоскостной симметрии формализованная расчетная схема может быть представлена в виде, показанном на рис. 2: будем рассматривать четвертую часть области течения жидкого металла ( $S_6, S_9$  – поверхности симметрии; на виде «С» показаны окна, через которые жидкий металл поступает в кристаллизатор).

Изменяя геометрические параметры окон, можно менять объем металла, вытекающего через каждое окно, а, следовательно, и кинематику истечения металла.

\* Обработку численных результатов выполнил к.т.н. А.И. Горнаков.

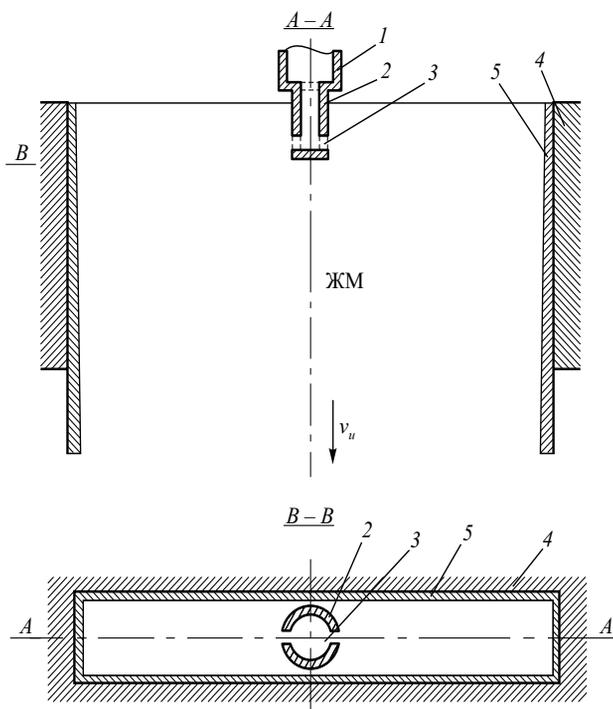


Рис. 1. Процесс разливки металла в установке непрерывной разливки стали:

- 1 – промежуточный ковш; 2 – погружной стакан;
- 3 – выходные отверстия погружного стакана; 4 – кристаллизатор;
- 5 – закристаллизовавшийся металл

Fig. 1. Process of metal casting in the continuous casting plant:  
1 – tundish; 2 – submerged nozzle; 3 – outlets of the submerged nozzle;  
4 – mold; 5 – crystallized metal

Процесс стационарный. Среду (жидкий металл) будем считать несжимаемой. Исходя из сформулированных допущений, запишем систему дифференциальных уравнений в декартовой системе координат.

Для несжимаемой жидкости ( $\rho = \text{const}$ ) и стационарного течения  $\partial v_i / \partial \tau = 0$  имеем следующую систему уравнений гидродинамики:

– закон количества движения:

$$F_i^* - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \nabla^2 v_i = I_i; F_2^* = F_3^* = 0;$$

$$I_i = \rho \frac{dv_i}{d\tau}, \frac{dv_i}{d\tau} = v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k}, i, k = 1, 2, 3; \quad (1)$$

$$\nabla^2 v_i = \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_3^2};$$

– уравнение несжимаемости:

$$v_{i,i} = 0, i = 1, 2, 3; \quad (2)$$

– уравнение теплопроводности (с учетом массопереноса и стационарности)

$$\frac{d\theta}{d\tau} = a \nabla^2 \theta, \frac{d\theta}{d\tau} = v_i \frac{\partial \theta}{\partial x_i}, i = 1, 2, 3, \quad (3)$$

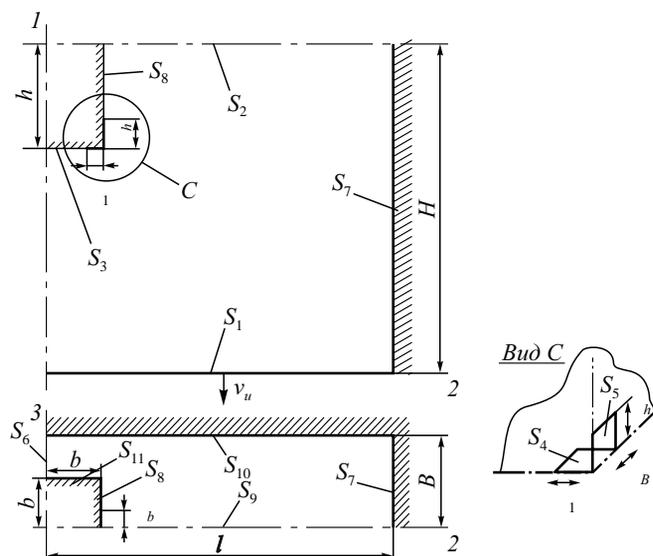


Рис. 2. Формализованная расчетная схема задачи

Fig. 2. Formalized design scheme of the task

где  $p$  – давление в данной точке ( $p = -\sigma$ );  $\sigma$  – гидростатическое напряжение;  $\mu$  – коэффициент вязкости,  $\text{г} \cdot \text{с} / \text{см}^2$ ;  $v_i$  – проекции скоростей перемещений по координатным осям  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ );  $\rho$  – плотность жидкого металла;  $F_i^*$  – проекции удельной объемной силы на координатные оси  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ );  $\tau$  – время;  $\nabla^2$  – оператор Лапласа;  $\theta$  – температура;  $a = \lambda / (c\gamma)$  – коэффициент температуропроводности;  $\lambda$ ,  $c$  и  $\gamma$  – коэффициент теплопроводности, удельная теплоемкость и плотность металла (коэффициенты принимаются постоянными; в формулах (1) – (3) используется суммирование по повторяющимся индексам).

Уравнения (1) и (2) описывают течение ньютоновской вязкой несжимаемой жидкости, для которой справедливы уравнения

$$\sigma_{ij,j} + F_i^* = I_i^*, I_i^* = \rho \left( \dot{v}_i + v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right); \quad (4)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma \delta_{ij} = 2\mu \xi_{ij}, \xi_{ij} = \frac{1}{2} (v_{i,j} + v_{j,i}); \quad (5)$$

$$v_{i,i} = 0, i = 1, 2, 3; \quad (6)$$

здесь  $\sigma_{ij}$  – компоненты тензора напряжений;  $\xi_{ij}$  – компоненты тензора скоростей деформаций;  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

Для стационарного процесса

$$\dot{v}_i = \frac{\partial v_i}{\partial \tau} = 0, i = 1, 2, 3.$$

Покажем, что система уравнений (4) – (6) эквивалентна системе (1), (2). Выразим из уравнений (5) значения  $\sigma_{ij} = \sigma \delta_{ij} + 2\mu \xi_{ij}$  и подставим их в уравнение движения (4)

$$(\sigma\delta_{ij} + 2\mu\xi_{ij})_j + F_i^* = \rho \frac{dv_i}{d\tau}, \quad i, j = 1, 2, 3.$$

Для того, чтобы полученные зависимости соответствовали уравнению (1), достаточно показать, что

$$(\sigma\delta_{ij} + 2\mu\xi_{ij})_j \equiv \mu \nabla^2 v_i - \frac{\partial p}{\partial x_i}.$$

Продифференцируем левую часть тождества с учетом того, что  $\xi_{ij} = 0,5(v_{i,j} + v_{j,i})$ :

$$\begin{aligned} (\sigma\delta_{ij} + 2\mu\xi_{ij})_j &\equiv (\sigma\delta_{ij})_j + \mu(v_{i,j} + v_{j,i})_j; \\ (\sigma\delta_{ij})_j &= \frac{\partial \sigma}{\partial x_j}. \end{aligned} \quad (7)$$

Далее получим

$$\mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) = \mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} + \mu \frac{\partial^2 v_j}{\partial x_i \partial x_j}, \quad (8)$$

но  $\mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} = \mu \nabla^2 v_i$ , и, дифференцируя уравнение несжимаемости по координате  $x_i$ , получим

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right) = 0 \Rightarrow \mu \frac{\partial^2 v_j}{\partial x_i \partial x_j} = 0.$$

Следовательно, при условии несжимаемости жидкости (6) выражение (8) примет вид

$$\mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) = \mu \nabla^2 v_i. \quad (9)$$

Учитывая равенства (7) и (9), а также условие, что  $p = -\sigma$ , получаем уравнение (1), что и требовалось доказать.

Переход от системы (1), (2) к системе (4) – (6) выполнен, чтобы воспользоваться апробированным численным методом [1], разработанным для решения подобных систем уравнений.

### Граничные условия задачи

$$\begin{aligned} \sigma_{11}|_{S_2} &= -p_1; \quad (\sigma_{12} = \sigma_{13})|_{S_i} = 0, \quad i = 1 \div 4; \\ (\sigma_{21} = \sigma_{23})|_{S_j} &= 0, \quad i = 5 \div 8; \\ (\sigma_{31} = \sigma_{32})|_{S_l} &= 0, \quad i = 9 \div 11; \quad v_1|_{S_1} = v_u; \\ v_1|_{S_3} &= 0; \quad v_1|_{S_4} = v_1^*; \quad v_2|_{S_j} = 0, \quad i = 6 \div 8; \\ v_2|_{S_5} &= v_2^*; \quad v_3|_{S_l} = 0, \quad i = 9 \div 11; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \theta|_{S_1} &= \theta_1^*; \quad \theta|_{S_2} = \theta_2^*; \quad \theta|_{S_3} = \theta_3^*; \quad \theta|_{S_5} = \theta_5^*; \\ \theta|_{S_8} &= \theta_8^*; \quad \theta|_{S_{11}} = \theta_{11}^*; \quad q_1|_{S_{10}} = q_1^*; \quad q_2|_{S_6} = 0; \\ q_2|_{S_7} &= q_2^*; \quad q_3|_{S_9} = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $v_u$  – скорость вытягивания слитка (рис. 2);  $v_i^*(i = 1, 2)$  – скорость выхода жидкого металла из окон  $S_4, S_5$  погружного стакана;  $\theta_i^*(i = 1, 2)$  – заданная по экспериментальным данным функция распределения температуры металла на поверхностях  $S_i, i = 1, 2$ ;  $\theta_i^* = \theta_i^*(x_2, x_3)$ ;  $q_i^*(i = 1, 2)$  – заданные по экспериментальным данным тепловые потоки через поверхности  $S_{10}, S_7$ .

Решение этой задачи состоит из двух этапов: 1 – решение системы уравнений (4) – (6) при наличии граничных условий (10); 2 – решение уравнения (3) при наличии граничных условий (11) и значений  $v_i, i = 1, 2, 3$ , полученных из решений уравнений первого этапа.

**Численная схема решения уравнений течения металла.** Для решения системы дифференциальных уравнений (4) – (6) использовали численный метод [1], который применяли в работах [2 – 4] и др., согласно которому расчетная область разбивается на ортогональные элементы конечных размеров. Для каждого элемента записывается в разностном виде система (4) – (6), которая решается по разработанному алгоритму с учетом граничных условий (10). В результате решения получаем поля напряжений  $\sigma_{ij}$  и скоростей перемещений  $v_i$  по граням каждого элемента.

**Численная схема решения уравнения теплопроводности.** Для решения уравнения (3) с учетом граничных условий (11) использовали численный метод [1]. Исследуемая область разбивается на элементы ортогональной формы, для каждого элемента записывается тепловой баланс через входящие и выходящие из элемента потоки тепла. В результате получается система уравнений по каждому элементу.

В работе [1] доказывается, что полученные уравнения справедливы для любой ортогональной системы координат, рассматривается процесс численной реализации решения при заданных граничных условиях, строится итерационная процедура (прогонка), доказывается ее сходимость. Следуя методике работы [1], уравнение теплопроводности (3) по элементу (рис. 3) для стационарного случая с учетом массопереноса без внутренних источников тепла будет иметь вид

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 t_{i2}(\theta_i^+ - \theta_k) - \sum_{i=1}^3 t_{i1}(\theta_k - \theta_i^-) &= \\ = \sum_{i=1}^3 t_i(\theta_k - \theta_i^-) + \sum_{i=1}^3 a_i(\theta_i^+ - \theta_k); \end{aligned} \quad (12)$$

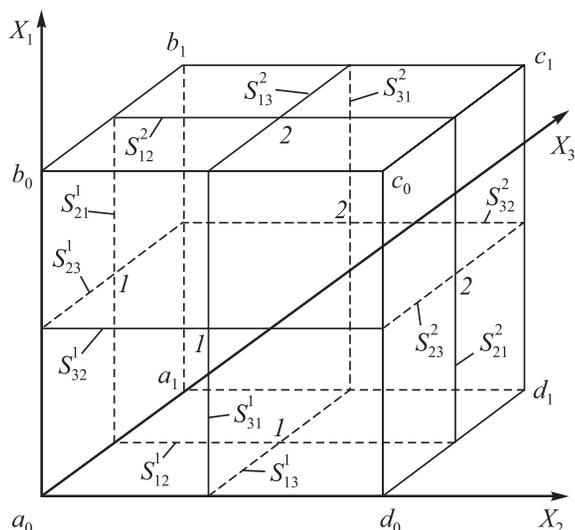


Рис. 3. Вид элемента области разбиения

Fig. 3. View of the subdivision area element

$$\left. \begin{aligned}
 t_{12} &= \frac{2F_1^2 A}{S_{21} + S_{21}^+}; & t_{11} &= \frac{2F_1^1 A}{S_{21} + S_{21}^-}; \\
 t_1 &= \frac{2v_1^*}{S_{21} + S_{21}^-}; & a_1 &= \frac{2v_1^*}{S_{21} + S_{21}^+}; \\
 t_{22} &= \frac{2F_2^2 A}{S_{12} + S_{12}^+}; & t_{21} &= \frac{2F_2^1 A}{S_{12} + S_{12}^-}; \\
 t_2 &= \frac{2v_2^*}{S_{12} + S_{12}^-}; & a_2 &= \frac{2v_2^*}{S_{12} + S_{12}^+}; \\
 t_{32} &= \frac{2F_3^2 A}{S_{23} + S_{23}^+}; & t_{31} &= \frac{2F_3^1 A}{S_{23} + S_{23}^-}; \\
 t_3 &= \frac{2v_3^*}{S_{23} + S_{23}^-}; & a_3 &= \frac{2v_3^*}{S_{23} + S_{23}^+}; \\
 A &= \frac{\lambda}{c\gamma V_k}; & F_i^j &= S_{ik}^j S_{ip}^j; & i \neq k \neq p; \\
 i, k, p &= 1, 2, 3; & V_k &= \frac{S_{12} S_{13} S_{21}}{16};
 \end{aligned} \right\} (13)$$

здесь  $\lambda$ ,  $c$  и  $\gamma$  – коэффициент теплопроводности, теплоемкость и плотность металла;  $\theta_k$  – средняя температура в  $k$ -ом элементе;  $\theta_i^+$ ,  $\theta_i^-$  – средняя температура в элементе, следующим за элементом  $k$  соответственно в отрицательную и положительную сторону по координате  $x_i$ ;  $S_{ij}^- = S_{ij}^{1-} + S_{ij}^{2-}$ ;  $S_{ij}^+ = S_{ij}^{1+} + S_{ij}^{2+}$  – значения дуг  $S_{ij}$  по элементам, граничащим с элементом  $k$  с соответствующей стороны;  $v_i^x$  – средние по элементу проекции скорости перемещений по координатным осям  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ).

Уравнения (12) записаны только для внутренних элементов, не принадлежащих к границе области. Для граничных элементов температура определяется граничными условиями (11). На плоскостях симметрии (поверхности  $S_6, S_9$  (рис. 2)) имеем:

- поверхность  $S_6$ : ( $q_{2|S_6} = 0$ )  $\Rightarrow (\theta_k - \theta_2^-) = 0$ ;
- поверхность  $S_9$ : ( $q_{3|S_9} = 0$ )  $\Rightarrow (\theta_k - \theta_3^-) = 0$ .

Из уравнения (12) следует уравнение для элементов, примыкающих к поверхности  $S_6$ :

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^3 t_{i2} (\theta_i^+ - \theta_k) - \sum_{i=1,3} t_{i1} (\theta_k - \theta_i^-) &= \\
 = \sum_{i=1,3} t_i (\theta_k - \theta_i^-) + \sum_{i=1}^3 a_i (\theta_i^+ - \theta_k). & (14)
 \end{aligned}$$

Для элементов, примыкающих к поверхности  $S_9$ , справедливо уравнение:

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^3 t_{i2} (\theta_i^+ - \theta_k) - \sum_{i=2,3} t_{i1} (\theta_k - \theta_i^-) &= \\
 = \sum_{i=1}^2 t_i (\theta_k - \theta_i^-) + \sum_{i=1}^3 a_i (\theta_i^+ - \theta_k). & (15)
 \end{aligned}$$

Уравнения (12), (14) и (15) линейные, решая их с учетом условий (11), получим значения  $\theta_k$ ,  $k = 1, \dots, m$ , где  $m$  – количество элементов.

### Алгоритм решения

- исследуемая область течения разбивается на элементы ортогональной формы; рассчитывается матрица длин дуг элементов;
- по разработанной программе численно решается система (4) – (6) с учетом граничных условий (10);
- численно решается система уравнений теплопроводности (12), (14) и (15) с учетом граничных условий (11) и найденных по предыдущему пункту значений  $v_i^*$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

### Результаты решения задачи

Задавали существующие геометрические размеры кристаллизатора:  $H = 100$  см,  $B = 12,5$  см,  $l = 100$  см,  $h = 20$  см,  $b = 7,5$  см,  $\delta_h = 8,5$  см,  $\delta_B = 1,5$  см,  $\delta_l = 1,5$  см. В уравнении (12) принимали  $\bar{v}_1^* = 0$ ,  $v_u = 1$  м/мин = 1,66 см/с; тогда для стационарного процесса  $\bar{v}_2^*$  определяется из равенства секундных объемов:

$$v_u B l = \bar{v}_2^* \delta_h \delta_B \Rightarrow \bar{v}_2^* = \frac{v_u B l}{\delta_h \delta_B}.$$

Тепловые потоки  $q_1^*$ ,  $q_2^*$  (11) по стенкам кристаллизатора определяются аппроксимацией экспериментальных данных, приведенных в работе [5]:

$$q_i^* = 2,5(v)^{0,8}, \quad i = 1, 2,$$

где  $v$  – скорость омывания стенки кристаллизатора, м/с.

При условии, что  $q_i^* = \lambda \left( \frac{\partial \theta}{\partial n} \right)_i$ , получаем

$$\left( \theta_n^\beta \right)_i = \left( \theta_n^k \right)_i - \frac{\delta}{\lambda} q_i^*, \quad i = 1, 2,$$

где  $\theta_n^\beta$  – температура элемента, примыкающего к поверхности  $n$ ;  $\theta_n^k$  – температура внутреннего элемента, находящегося по нормали сразу же за поверхностным элементом  $\beta$ ;  $\delta$  – расстояние от центра тяжести элемента  $\beta$  до центра тяжести элемента  $k$ .

Температуру истечения жидкой стали из окна  $S_5$  принимали  $\theta_{S_5}^* = 1600$  °С. Температуры на поверхностях стакана (рис. 2)  $S_i, i = 3, 8, 11$  принимали по экспериментальным данным  $\theta_{S_i}^* = 1550$  °С,  $i = 3, 8, 1$ . На поверхности  $S_2$  (рис. 2) находится жидкая шлаковая «рубашка», температура которой составляет  $\theta_{S_2}^* = 1550$  °С.

Температуру в элементах, примыкающих к поверхности  $S_1$  и не граничащих с поверхностями  $S_i = 6, 7, 9, 10$ , вычисляли по линейному закону в зависимости от значений температур на поверхностях  $S_{10}$  и  $S_9$ .

В формулах (13):  $\lambda = 29$  Вт/(м·К),  $c = 444,47$  Дж/(кг·К),  $\gamma = 7,8$  г/см<sup>3</sup>. Коэффициент вязкости  $\mu = 2,1 \cdot 10^{-4}$  кг·с/м<sup>2</sup> в уравнениях (15) принимали по работе [6].

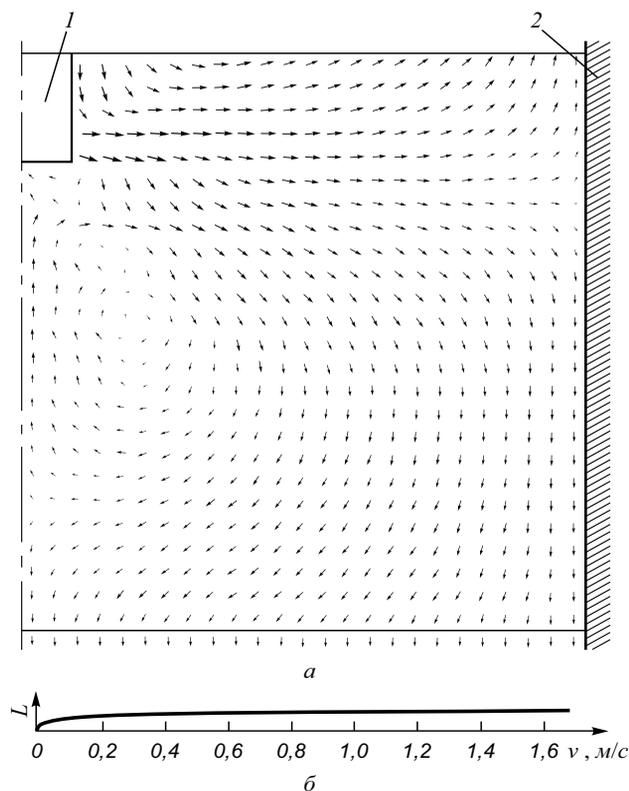


Рис. 4. Схема движения потоков металла на границе  $S_9$  (а) и зависимость длины вектора от скорости потока (б): 1 – погружной стакан; 2 – кристаллизатор машины непрерывной разливки стали (МНЛЗ)

Fig. 4. Flow pattern of metal flows at the boundary  $S_9$  (a) and the dependence of vector length on the flow velocity (б): 1 – submerged nozzle; 2 – mold of the continuous-casting machine

На рис. 4, 5 представлены некоторые результаты расчета течения потока металла на границе  $S_9$  и движения потока на границе  $S_{10}$ .

Вектор скорости потока в плоскости  $x_3 = \text{const}$  определяется по значениям  $v_1, v_2$  в элементе. Величина вектора  $|v| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$ . Ниже кристаллизатора наблюдается круговое течение металла, оно просматривается во всех сечениях  $S_9, S_{10}$  (рис. 4, 5). На рис. 6 приведено поле температур в сечении  $S_9$ . Наличие на стенке кристаллизатора локальной области с высокой температурой объясняется направленным потоком горячего металла, выходящего из отверстия погружного стакана (рис. 4).

Температура металла в кристаллизаторе близка к 1600 °С (рис. 6). Коэффициент вязкости  $\mu$  по данным работы [6] изменяется на 25 %. Результаты расчетов показывают, что даже при изменении  $\mu$  в два раза, кинематика течения металла практически не меняется.

Ввиду малости значения  $\mu$  по каждому элементу получили  $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma$ , которые распределены по области в соответствии с глубиной нахождения элемента. Только в области выхода струи из погружного стакана наблюдается небольшой всплеск давления, превышающий на  $4 \cdot 10^3$  Па давление на этом уровне. Этот всплеск быстро уменьшается вдоль координаты  $x_2$ .

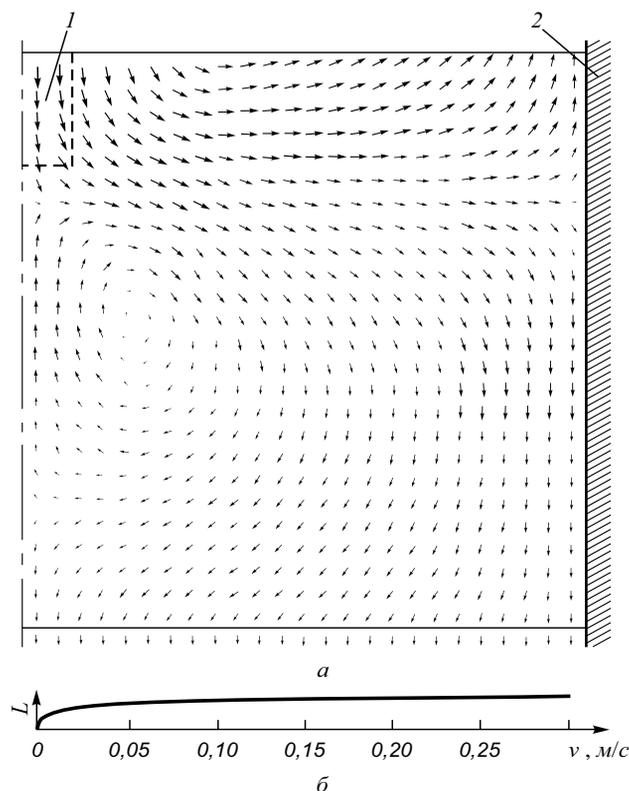


Рис. 5. Схема движения потоков металла на границе  $S_{10}$  (а) и зависимость длины вектора от скорости потока (б): 1 – погружной стакан (обозначен пунктиром); 2 – кристаллизатор МНЛЗ

Fig. 5. Flow pattern of metal flows at the boundary  $S_{10}$  (a) and the dependence of vector length on the flow velocity (б): 1 – submerged nozzle (dotted); 2 – mold of the continuous-casting machine

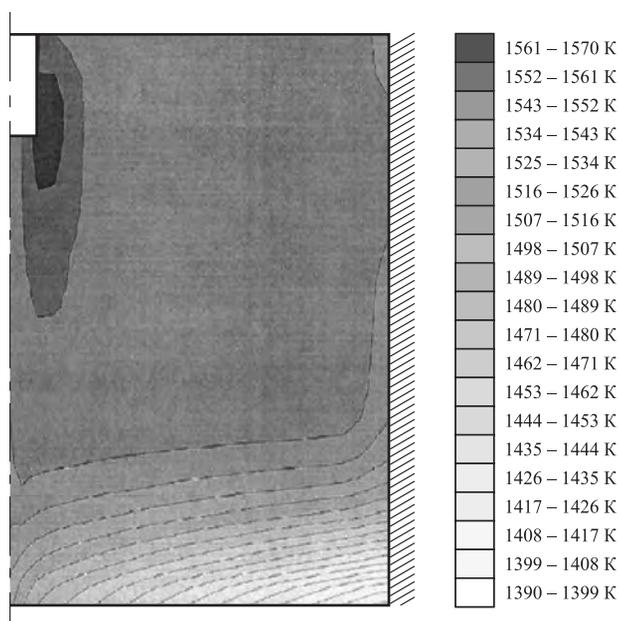


Рис. 6. Поле температур на границе  $S_0$

Fig. 6. Temperature field at the boundary  $S_0$

**Выводы.** Построена математическая модель процесса разлива металла в кристаллизатор установки непрерывной разлива стали прямоугольного сечения, позволяющая определять поля скоростей и температур металла в зоне кристаллизатора в зависимости от объема металла, вытекающего из окон погружного стакана.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Математическое моделирование сложных технологических процессов / В.И. Одинокоев, Б.Г. Каплунов, А.В. Песков, А.В. Баков. – М.: Наука, 2008. – 176 с.
2. Evstigneev A.I., Odinokov V.I., Sviridov A.V., Dmitriev E.A., Petrov V.V. Mathematical modelling of stress-strain state of multilayer shell molds. – In book: International Conference on Advanced Material Engineering & Technology 2015 Kaohsiung City, Taiwan 4th – 5th December 2015. 2016. Vol. 857. P. 565 – 572.
3. Evstigneev A.I., Odinokov V.I., Sviridov A.V., Dmitriev E.A., Petrov V.V. Theoretical prediction of crack formation in axisymmetric multilayer shell molds. – In book: International Conference on Advanced Material Engineering & Technology 2015 Kaohsiung City, Taiwan 4th-5th December 2015. 2016. Vol. 857. P. 573 – 577.
4. Одинокоев В.И., Ловизин Н.С., Скляр С.Ю. Моделирование процесса деформации металла на литейно-ковочном модуле // Математическое моделирование. 2010. Т. 22. № 9. С. 129 – 145.

5. Разработка нового способа разлива слябовых заготовок на МНЛЗ / В.В. Стулов, В.А. Магьсык, Т.В. Новиков и др. – Владивосток: Дальнаука, 2008. – 156 с.
6. Kim W.S., Dong S.C. A Simplified Phenomenological Theory of Viscosity for Liquid Metals // Bull. Korean Chem. Soc. 2001. Vol. 22, No. 1, P. 43 – 45.
7. Ho K., Pehlke R. Modelling of steel solidification using the general finite difference method. 5 th Int. Iron and Steel. Congr. Proc. 6 th Process Technol. Conf. (Apr. 6 – 9, 1986) // Warrendale. 1986. Vol. 6. P. 853 – 866.
8. Kohn A., Morillon Y. Etude mathematique de la solidification des lingots en acier mi-dur // Revue de Metallurgie. 1966. Vol. 63. No. 10. P. 779 – 790.
9. Mizikar E. Mathematical heat transfer model for solidification of continuous cast steel slabs // Trans. of the Metallurgical Society of AIME. 1967. Vol. 239. No. 11. P. 1747.
10. Szekely J., Stanek V. On heat transfer and liquid mixing in the continuous casting of steel // Metallurgical Transactions. 1970. Vol. 1. No. 1. P. 119.
11. Ozava M., Okano S., Matsuno J. Influence des conditions du jet de coulée sur la formation de la peau solidifiée en lingotière de brames de coulée continue // Tensu to Hagane. 1976. Vol. 62. No. 4. P. 86.
12. Larreq M., Sagues C., Wanin M. Vodele mathematique de la solidification en coulée continue tenant compte de la convection à l'interface solide-liquide // Revue de metallurgie. 1978. Vol. 75. No. 6. P. 337 – 352.
13. Цаплин А.И., Галягин К.С., Селянинов Ю.А. и др. Режимы электромагнитного перемешивания и качество непрерывнолитых слябов // Изв. вуз. Черная металлургия. 1987. № 10. С. 29 – 33.
14. Шестаков Н.И., Калягин Ю.А., Манько О.В. и др. Расчет температурного поля непрерывноотливаемого слитка // Изв. вуз. Черная металлургия. 2004. № 3. С. 59 – 61.
15. Абрамов Н.Б., Ермохин Ф.К. Состояние непрерывной разлива стали в России и конкурентоспособность материала для кристаллизаторов // Инструменты и технологии. 2001. № 5. С. 135 – 138.
16. Нарц Х-П., Келлер С., Штахельбер К. и др. Новаторские решения и практические результаты технологии непрерывного литья слябов // Черные металлы. 2003. № 11. С. 34 – 38.
17. Лукин С.В., Мухин Е.Б., Осипов Г.Н., Шестаков Е.Г. Исследование теплообмена слитка с кристаллизатором сортовой машины непрерывного литья заготовок // Изв. вуз. Черная металлургия. 2008. № 5. С. 31 – 35.
18. Чичко А.Н., Андрианов Н.В., Яцкевич Ю.В. Компьютерная система «Про НРС – 1» и трехмерное моделирование процесса непрерывной разлива стали // Сталь. 2005. № 4. С. 77 – 80.
19. Олер К., Оденталь Х.-Ю., Пфайфер Г., Леманович И. Цифровое моделирование процессов течения и затвердевания металла в МНЛЗ для литья тонких слябов // Черные металлы. 2002. № 8. С. 22 – 30.
20. Разумов С.Д., Родионов В.Е., Заверюха А.А. Систематизация дефектов структуры непрерывнолитой стали и пути их устранения // Сталь. 2002. № 11. С. 26 – 29.

Поступила 22 августа 2016 г.

### NUMERICAL MODELING OF THE PROCESS OF FILLING THE CCM MOLD WITH METAL

V.I. Odinokov<sup>1</sup>, E.A. Dmitriev<sup>1</sup>, A.I. Evstigneev<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Komsomolsk-on-Amur State Technical University, Komsomolsk-on-Amur, Russia

<sup>2</sup>Institute of Metallurgy and Mechanical Engineering Far-Eastern Branch of RAS, Komsomolsk-on-Amur, Russia

**Abstract.** Mathematical modeling of the liquid melt flow in the mold of the continuous casting plant is still poorly investigated. Analytic solutions of melt flow in the general case are a complex mathematical problem. Nevertheless, for some cases, exact solutions have been found. Such analytical solutions serve as a means of verifying the results of numerical methods of solution. The purpose of this work is the use of

the numerical method proposed by Professor V.I. Odinokov, based on the finite-difference representation of the original system of equations. The method has been successfully used in the mechanics of continuous media, in the lithium manufacturing for the mathematical modeling of the strained deformed state of shell molds of cast models, as well as in other technological works, which indicates its universality. In the present work, hydrodynamic and thermal flows of liquid metal during the steel casting into the rectangular section mold of a continuous cast steel have become objects of research, and the result is a spatial mathematical model describing the flows of liquid metal in the mold. To simulate the processes that take place during filling, the software complex "Odyssey" is used. The basis of theoretical calculations includes the fundamental equations of hydrodynamics, the equations of mathematical physics (the equation of heat conductivity with regard to mass-transfer) and the approved numerical method. The solution of the system of differential equations formulated in this work was carried out numerically. The investigated area was divided into elements of finite dimensions, for each element the resulting system of equations was recorded in the difference form. The solution result is the metal flow velocity fields and the temperature fields in the mold volume. To solve the obtained system of algebraic equations, the numerical schemes and calculation algorithms were developed. Based on the developed numerical schemes and algorithms a computational program was compiled in Fortran-4. The mathematical model allows to vary the geometric dimensions of the crystal-mash and sectional metal exit holes from the submerged nozzle, and may also help to understand the scheme of the cast metal movement that affects the heat sink walls of the mold, and to find the optimal parameters of the output of liquid metal from the submerged nozzle at different modes of casting. An example of calculating the casting of steel into a rectangular mold with a height of 100 cm and cross-sectional dimensions of 2000×40 cm is given. The casting was carried out from a submerged nozzle symmetrically on both sides in a horizontal plane. The result of the solution is presented in the graphical form. The motion of liquid metal flows in different sections of the mold is shown. The areas of the circular flow of metal are revealed, as well as the areas in the mold volume, where the vortex motion of the liquid metal is observed, their magnitudes and intensity are determined. The presented temperature field indicates the presence of a local area with a high temperature at the wall of the mold, which is explained by the directed flow of hot metal emerging from the hole in the submerged nozzle.

**Keywords:** numerical simulation, hydrodynamics, heat and mass transfer, liquid metal, casting, mold, CCP.

**DOI:** 10.17073/0368-0797-2017-6-493-499

## REFERENCES

1. Odinokov V.I., Kaplunov B.G., Peskov A.V., Bakov A.V. *Matematicheskoe modelirovanie slozhnykh tekhnologicheskikh protsessov* [Mathematical modeling of complex technological processes]. Moscow: Nauka, 2008, 176 p. (In Russ.).
2. Evstigneev A.I., Odinokov V.I., Sviridov A.V., Dmitriev E.A., Petrov V.V. Mathematical modeling of stress-strain state of multilayer shell molds. In: *International Conference on Advanced Material Engineering & Technology 2015 Kaohsiung City, Taiwan 4th-5th December 2015*. 2016, vol. 857, pp. 565–572.
3. Evstigneev A.I., Odinokov V.I., Sviridov A.V., Dmitriev E.A., Petrov V.V. Theoretical prediction of crack formation in axisymmetric multilayer shell molds. In: *International Conference on Advanced Material Engineering & Technology 2015 Kaohsiung City, Taiwan 4th-5th December 2015*. 2016, vol. 857, pp. 573–577.
4. Odinokov V.I., Lovizin N.S., Sklyar S.Yu. Modeling of the process of metal deformation on the casting-forging module. *Matematicheskoe modelirovanie*. 2010, vol. 22, no. 9, pp. 129–145. (In Russ.).
5. Stulov V.V., Matysik V.A., Navikov T.V., Shcherbakov S.V., Chistyakov I.V., Plotnikov A.P. *Razabotka novogo sposoba razlivki slyabovykh zagotovok na MNLZ* [Development of a new method for casting slab billets on CCM]. Vladivostok: Dal'nauka, 2008, 156 p. (In Russ.).
6. Kim W.S., Dong S.C. A Simplified phenomenological theory of viscosity for liquid metals. *Bull. Korean Chem. Soc.* 2001, vol. 22, no. 1, pp. 43–45.
7. Ho K., Pehlke R. Modeling of steel solidification using the general finite difference method. *5th Int. Iron and Steel. Congr. Proc. 6th Process Technol. Conf. (Apr. 6–9, 1986). Warrendale*. 1986, vol. 6, pp. 853–866.
8. Kohn A., Morillon Y. Etndemathematique de la solidification des lingotsenacier mi-dur. *Revue de Metallurgie*. 1966, vol. 63, no. 10, pp. 779–790. (In Fr.).
9. Mizikar E. Mathematical heat transfer model for solidification of continuous cast steel slabs. *Trans. of the Metallurgical Society of AIME*. 1967, vol. 239, no. 11, pp. 1747.
10. Szekely J., Stanek V. On heat transfer and liquid mixing in the continuous casting of steel. *Metallurgical Transactions*. 1970, vol. 1, no. 1, pp. 119.
11. Ozava M., Okano S., Matsuno J. Influence des contitions du jet de coulee sur la formation de la peau solidifiee eulingotiere de brames de colee continue. *Tensu to Hagane*. 1976, vol. 62, no. 4, pp. 86. (In Fr.).
12. Larreq M., Sagues C., Wanin M. Vodele mathematique de la solidifica-tioneu coulee continue tenant compte de la solidificationeu al'interfacesolide-liquide. *Revue de metallurgie*. 1978, vol. 75, no. 6, pp. 337–352. (In Fr.).
13. Tsaplin A.I., Galyagin K.S., Selyaninov Yu.A. etc. Modes of electromagnetic mixing and quality of continuously cast slabs. *Izvestiya VUZov. Chernaya metallurgiya = Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 1987, no. 10, pp. 29–33. (In Russ.).
14. Shestakov N.I., Kalyagin Yu.A., Man'ko O.V., Lukin S.V., Plashenkov V.V. Calculation of the temperature field of a continuously cast ingot. *Izvestiya VUZov. Chernaya metallurgiya = Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2004, no. 3, pp. 59–61. (In Russ.).
15. Abramov N.B., Ermokhin F.K. State of continuous casting of steel in Russia and the competitiveness of the material for molds. *Instrumenty i tekhnologii*. 2001, no. 5, pp. 135–138. (In Russ.).
16. Narts Kh.-P., Keller S., Shtakhel'ber K., Merval'd K., Federshpil' K., Val'tc K. Innovative solutions and practical results of continuous slab casting technology. *Chernye metally*. 2003, no. 11, pp. 34–38. (In Russ.).
17. Lukin S.V., Mukhin E.B., Osipov G.N., Shestakov E.G. Investigation of the heat exchange of an ingot with a mold of CCM. *Izvestiya VUZov. Chernaya metallurgiya = Izvestiya. Ferrous Metallurgy*. 2008, no. 5, pp. 31–35. (In Russ.).
18. Chichko A.N., Andrianov N.V., Yatskevich Yu.V. The 'ProNPS - 1' computer system and modelling the continuous casting. *Stal'*. 2005, no. 4, pp. 77–80. (In Russ.).
19. Oler K., Odental' Kh.-Yu., Pfaifer G., Lemanovich I. Digital modeling of the flow and solidification of metal in a continuous casting machine for casting thin slabs. *Chernye metally*. 2002, no. 8, pp. 22–30. (In Russ.).
20. Razumov S.D., Rodionov V.E., Zaveryukha A.A. Defects of continuously cast steel and their elimination. *Stal'*. 2002, no. 11, pp. 26–29. (In Russ.).

**Acknowledgements.** The processing of numerical results was carried out by Cand. Tech. Sci. (Eng.) A.I. Gornakov.

## Information about the authors:

**V.I. Odinokov**, Dr. Sci. (Eng.), Professor-Consultant of the Chair "Mechanical Engineering and Metallurgy" (odinokov@uralweb.ru)

**E.A. Dmitriev**, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Rector (rector@knastu.ru)

**A.I. Evstigneev**, Dr. Sci. (Eng.), Professor, Rector's Advisor

(diss@knastu.ru)

Received August 22, 2016